iii
(ult.)



Euclides

ἀρχὴ τοῦ δεκάτου τοῦ Εὐκλείδου στοιχείων

Σύμμετρα μεγέθη λέγεται τὰ τῷ αὐτῷ μέτρῳ μετρ[illegible]

Εὐθεῖαι δυνάμει σύμμετροί εἰσιν, ὅταν τὰ ἀπ' αὐτῶν τετράγωνα [illegible]

[illegible]

Αἱ μὴ κείσ[illegible] σύμμετροι [illegible] ἀσύμμετροι [illegible]

[illegible]

αἱ ἐκ (?) εὐθεῖαι
ἢ δυνάμει
μόνον

ἢ μήκει ἢ δυνάμει σύμμετροι

ἢ δυνάμει ἀσύμμετροι

Τὸ ὑπὸ ῥητῶν μήκει συμμέτρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον χωρίον ῥητόν ἐστιν· [illegible] σύμμετρον [illegible]

Ἐὰν ῥητὸν χωρίον παρὰ ῥητὴν παραβληθῇ, πλάτος ποιεῖ ῥητὴν καὶ [illegible] σύμμετρον [illegible] εὐθειῶν [illegible] περιεχόμενον

Τὸ ὑπὸ ῥητῶν δυνάμει μόνον συμμέτρων εὐθειῶν [illegible] ἄλογον [illegible] καλείσθω δὲ μέση [illegible] παρακείσθω [illegible] μήκει

[illegible] ὀρθογώνιον ἄλογον καὶ [illegible] δυναμένη αὐτὸ ἄλογος καλείσθω [illegible] τὸ ἀπ' αὐτῆς τετράγωνον [illegible]

γίνεσθαι [illegible] ἔχουσῶν τὸ ἄλογον χωρίον εὐθειῶν [illegible] τὸ ἀπὸ μέσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον πλάτος ποιεῖ ῥητὴν καὶ [illegible] τετράγωνον

χωρίον ὀρθογωνίου [illegible] τὸ ἀπὸ μέσης [illegible] ἡ δυναμένη ἄλογον χωρίον ἄλογος [illegible] ῥητὴ [illegible] μέση [illegible]

μετρ[illegible] μήκει [illegible] ἡ δυναμένη ἄλογον [illegible] ἡ τῇ μέσῃ σύμμετρος μέση [illegible] τὸ ὑπὸ μέσων δυνάμει μόνον συμ[illegible]

[illegible] ὡς ἐν τοῖς ὅροις [illegible] τὸ [illegible] περιεχόμενον ὀρθογώνιον χωρίον μέσον [illegible] τὸ ὑπὸ μέσων [illegible] ἔχει [illegible]

[illegible] συμμέτρων εὐθειῶν περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἢ τοι ῥητόν ἢ μέσον [illegible] μέσον μέσου ῥητὸν [illegible] ἄλογος καλείσθω [illegible]

μετρ[illegible] περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἢ τοι ῥητόν [illegible] συντεθῶσιν ἡ ὅλη ἄλογος [illegible] καλείσθω [illegible]

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι δυνάμει μόνον σύμμετροι συντεθῶσιν, ἡ ὅλη ἄλογος καλείσθω [illegible]

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι δυνάμει μόνον σύμμετροι συντεθῶσιν [illegible] κύριον ὄνομα καλῶν [illegible] ὀνομάτων [illegible] τὸ ἐκ δύο ῥητῶν αὐτὴν συγκεῖσθαι [illegible] διῃρημένη εἰς τὰ ἐξ ὧν συγκεῖται [illegible]

[illegible] ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων διῃρημένης [illegible] ἑκατέρ[illegible]

ὑποκειμένης ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων [illegible] ἀσύμμετρ[illegible] καὶ [illegible] ἑκατέρ[illegible] ἐκ [illegible] ὀνομ[illegible] α β γ δ ε ϛ

[illegible] δυνάμει [illegible] σύμμετρ[illegible] ὀνομάτων καὶ γίνονται [illegible] ἀκολουθ[illegible]

μετρ[illegible] ὄνομα [illegible] οὐδέτερον ὀνομάτων [illegible] συντεθῶσι ῥητὸν περιέχ[illegible] ἡ ὅλη ἄλογος καλείσθω δὲ ἐκ

Ἐὰν δύο μέσαι δυνάμει μόνον σύμμετροι συντεθῶσι ῥητὸν περιέχουσαι, ἡ ὅλη ἄλογος· καλείσθω δὲ ἐκ δύο μέσων πρώτη·

Ἐὰν δύο μέσαι δυνάμει μόνον σύμμετροι συντεθῶσι μέσον περιέχουσαι, ἡ ὅλη ἄλογος· καλείσθω δὲ ἐκ δύο μέσων δευτέρα·

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι δυνάμει ἀσύμμετροι συντεθῶσι ποιοῦσαι τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ῥητόν, τὸ δὲ ὑπ' αὐτῶν μέσον, ἡ ὅλη εὐθεῖα ἄλογος ἐστίν· καλείσθω δὲ μείζων [illegible]

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι δυνάμει ἀσύμμετροι [illegible] τετραγώνων μείζονα [illegible] ὑπ' αὐτῶν [illegible] ῥητόν [illegible]

τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον, τὸ δὲ ὑπ' αὐτῶν ῥητόν [illegible] καλείσθω δὲ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη·

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι δυνάμει ἀσύμμετροι [illegible] ποιοῦσαι τό τε συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων [illegible] καὶ τὸ ὑπ' αὐτῶν μέσον καὶ [illegible] συμμετρ[illegible] τῷ συγκειμένῳ ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων, ἡ ὅλη εὐθεῖα [illegible] ἡ δύο μέσα δυναμένη·

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων [illegible] α β γ δ ε ϛ [illegible] ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἄλογος [illegible] ἡ ἐκ δύο ὀνομάτων· ἡ ἐκ δύο μέσων [illegible] ἡ ἐκ δύο μέσων β·

ἡ μείζων· ἡ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη· ἡ δύο μέσα δυναμένη·

Τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον πλάτος ποιεῖ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων α β γ δ ε ϛ

ἐκ δύο μέσων α
ἐκ δύο μέσων β
ἡ μείζων
ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη
δύο μέσα δυναμένη

ῥητοῦ καὶ [illegible] μέσου συντιθεμένων ἡ τὸ χωρίον δυναμένη [illegible] ὀνομάτων [illegible] ἐκ δύο μέσων α [illegible] ῥητ[illegible]

δύο μέσων ἀσυμμέτρων [illegible] συντεθέντων ἡ τὸ χωρίον [illegible] δυναμένη ἤτοι ἐκ δύο μέσων β [illegible] δυναμένη καὶ ἀφαιρ[illegible]

Ἐὰν ἀπὸ ῥητῆς ῥητὴ ἀφαιρεθῇ δυνάμει [illegible] οὖσα τῇ ὅλῃ, ἡ λοιπὴ ἄλογος· καλείσθω δὲ ἀποτομή [illegible] ῥητῆς καὶ ἀποτο[μῆς]

[illegible] ἡ ὅλη τῆς προσαρμοζούσης [illegible] σύμμετρ[illegible] τῇ ἐκ[illegible] κειμένῃ ῥητῇ σύμμετρος μήκει [illegible] γίνονται α καὶ [illegible]

[καλεί]σθω ἀποτομὴ α β γ δ ε ϛ [illegible] Ἐὰν ἀπὸ μέσ[ης] [illegible] δυνάμει σύμμετρος [illegible]

μὲ δὲ τῆς ὅλης ῥητὸν περιέχ. ἡ λοιπὴ ἄλογ. καλεῖσθω δὲ μέση ἀποτομὴ πρώτη.
μέση ἀφαιρεθῇ δυ. ἀσύμμετρος αὕτη τῇ ὅλῃ μ. δὲ τῆς ὅλ. μέσ. περιέχει. ἡ λοιπὴ ἄλογ. καλεῖσθω δὲ
μέσης ἀποτομὴ δευτέρα. Ἐὰν ἀπὸ εὐθ. εὐθ. ἀφαιρεθῇ δυ. ἀσύμμετρος τῇ ὅλῃ μ. τῆς ὅλης ἡ λοιπὴ
ἄλογ. καλεῖσθω δὲ ποιοῦσα τὸ μ. ἀπ' αὐτ. ἅμα ῥητόν. τὸ δὲ ὑπ' αὐτ. μέσ. τὸ δὲ συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν
ἡ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλ. ποι. τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν μέσον. τὸ συγκείμ. ἐκ τῶν ἀπ' αὐτ. τετραγώνων
ἡ μετὰ μέσ. μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα. τὸ ὅλον ποιοῦσα. τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν μ. καὶ ἔτι ἀσύμμετρ. τὸ ἀπ' αὐτ. συγκει.

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητ. καὶ ἀποτομῆς α β γ δ ε ϛ ἡ τὸ χωρί. δυναμένη ἀποτομή. μέσης ἀποτομὴ πρώτη. μέσης ἀποτομὴ δευτέρα. ἐλάσσων. ἡ μετὰ ῥητ. μέσ. τὸ ὅλον. ἡ μετὰ μέσ. τὸ ὅλ. ποι.
τὸ ἀπὸ τῶν ῥητὴν παραβαλλόμενον πλάτ. ποιεῖ ἀποτομ. α β γ δ ε ϛ. ἀποτομὴν μ. ἀποτομὰ
μέσης ἀποτομ. β. ἡ ῥητ. μ. τὸ ὅλ. ποι. ἡ μέσ. μέσ. τὸ ὅλ. ποιοῦσ.

Ἀπὸ ῥητ. μέσου ἀφαιρουμένου
ἀπὸ μέσου ῥητοῦ ἀφαιρουμ.
ἀπὸ μέσου μέσου ἀφαιρουμ.
ἀσυμμέτρ. τῷ ὅλῳ.

ἡ τὸ λοιπὸν χωρί. δυναμένη.

ἡ ἀποτομὴ ἢ ἐλάττων
ἡ μέσης ἀποτομὴ α.
ἡ μετὰ ῥητ. μέσον τὸ ὅλ. ποιοῦσ.
ἡ μέσ. ἀποτομὴ β.
ἡ μετὰ μέσου μέσ. τὸ ὅλ. ποι.

Τὸ ἀπὸ ῥητῆς παρὰ ῥητὴν ἐκ δύο ὀνομάτων παραβαλλόμ. ποιεῖ πλάτ. ἀποτομ. ἧς τὰ ὀνόματα σύμμετ. τοῖς τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων ὀνόμασι καὶ ἔτι ἐν αὐτ. λόγῳ· καὶ ἔτι ἡ γινομ. ἀποτομὴ τ. αὐτ. ἕξει τάξιν τῇ ἐκ δύο ὀνομάτ.: Τὸ ἀπὸ ῥητῆς παρὰ ἀποτομ. παραβαλλόμ. πλάτ. ποιεῖ τ. ἐκ δύο ὀνομάτων ἧς τὰ ὀνόματα σύμμετρα τοῖς τῆς ἀποτομῆς ὀνόμασιν· καὶ ἔτι ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· ἔτι δὲ ἡ γινομένη ἐκ δύο ὀνομάτων τὴν αὐτ. ἕξει τάξιν τῇ ἀποτομῇ: Ἐὰν χωρί. περιέχηται ὑπὸ ἀποτομῆς τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων ἧς τὰ ὀνόματα σύμμετρα τοῖς τῆς ἀποτομ. ὀνόματι καὶ ἔτι ἐν τῷ αὐτῷ λόγ. ἡ τὸ χωρί. δυν. ῥητή. καὶ φανερὸν δυνατὸν ῥητ. χωρί. ὑπὸ ἀλόγων περιέχεσθαι. ἀποτομ. ἄπειροι ἄλογοι γίνονται καὶ οὐδεμία τῶν προτέρων αὐτ.: ἄλογοι ιγ.

μέση. ἐκ ταύτ. ἄπειροι ἄλογοι γίν.

κατὰ σύνθεσιν ἡ σύμμετρος οὔσα [illegible] τῶν [illegible] ἄλογ. καὶ αὐτὴ ἄλογ. καὶ τοῦ αὐτοῦ ὀνόματος	ἐκ δύο ὀνομάτων α β γ δ ε ϛ· ἐκ δύο μέσων α. ἐκ δύο μέσων β. μείζων. ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη. δύο μέσα δυναμένη:	κατὰ ἀφαίρεσ.	ἀποτομὴ α β γ δ ε ϛ. μέσης ἀποτομὴ α. μέσης ἀποτομὴ β. ἐλάττων. μετὰ ῥητ. μέσον τὸ ὅλ. ποιοῦ. μετὰ μέσου μέσ. τὸ ὅλ. π.

τῶν εὐθειῶν.

αἱ μὲν ῥηταί αἱ ὁπωσοῦν τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ σύμμετροι
μήκει σύμμ. καὶ τῇ ῥητῇ καὶ ἀλλήλαις — δυνάμει μόνον σύμμετροι τῇ ῥητῇ
τοῦ ῥητ. μήκει σύμμετρ. περιεχόμεν. ῥητὴ καὶ ἡ δυναμένη αὐτὸ ῥητή.
καὶ σύμμ. ἀλλήλαις οὐ τῇ ῥητῇ — δυνάμ. καὶ ἀλλήλαις καὶ τῇ ῥητῇ
τοῦ μέσης καὶ ἡ δυναμένη μέση καὶ αἱ ταύτῃ σύμμ. μέσαι.
μήκει τοῦ ὑπὸ τούτων μέσ. — δυνάμει μόνον τὸ ὑπὸ τούτων ἢ ῥητ. ἢ μέσον

αἱ δὲ ἄλογοι πάντελ. ὅσαι μήτε μήκει μήτε δυν. σύμμ. τῇ ἐκκειμ. ῥητῇ ἀλλ.
σύμμετροι: μήκει — δυνάμει — [illegible] ἀλλήλαις.
ἀσύμμετροι μήκει καὶ δυν.: τὸ μ. συγκει. μὲν ῥη. τὸ δὲ μέσ. — ἡ ἀνάπαλ. — ἡ ἑκάτερ. μέσ. — ἡ [illegible] ῥητ.

αἱ λαμβανόμεναι ἀπὸ δύο εὐθειῶν αἱ κατὰ σύνθ. ἢ ἀφαίρ. ἄλογοι γίνοντ.
ἡ καὶ μήκει καὶ δυν. ἀσύμμετροι

ἡ δυν. μόνον ἀλλήλαις σύμμ.
ῥηταί ἀπ' αὐτῶν συγκείμ. ῥητ. τὸ δ' ὑπ' αὐτῶν μέσ. — μέσαι: τὸ μ. ἀπ' αὐτ. τὸ δὲ ῥητὸν μέσαι ῥητ. περιέχ. — τὸ ἀπὸ καὶ τὸ ὑπ. μέσον μέσαι μέσον περιέχουσαι.

ἡ τὸ μ. ἀπ' αὐτ. συγκείμ. ῥη. τὸ δὲ ὑπὸ μέσον — ἡ τὸ ἀνάπαλ. τὸ ἀπὸ μέσον τὸ ὑπὸ ῥητόν: — ἡ ἑκάτερ. καὶ τὸ ἀπὸ καὶ τοῦ μέσον:

κατὰ σύν. ἐκ δύο ὀνομάτ. — ἐκ δύο μέσων α. ἐκ δύο μέσ. β.
μείζων. — ῥητὸν καὶ μ. δυ. — δύο μέσα δυ.
κατὰ ἀφ. ἀποτομή. — μ. ἀποτομὴ α. μ. ἀποτομὴ β. ἐλ.
μ. ῥητ. μ. τὸ ὅλ. ποι. — μ. μ. μ. τὸ ὅλ. ποιοῦσα.

τῶν ἀλόγων.

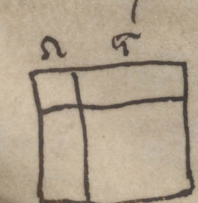
αἱ μὲν κατὰ γεωμετρικὴν ὁν. τῇ μεσότητα. αἱ μέσαι.	αἱ δὲ κατὰ ἀριθμητικὴν αἱ κατὰ σύνθεσιν ἄλογοι.	αἱ δὲ κατὰ ἁρμονικὴν αἱ κατὰ ἀφαίρεσιν ἄλογοι.

Ὅτι δυνατόν ἐκάστην τῶν ἀλόγων ἐπ' ἄπειρον λαμβάνειν:

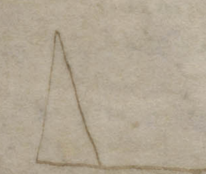
περὶ θέσις ἐστὶν ἀδιάφορος μὴ θέσις σημείου τεθ.ξ.ευ.:
ὁ ἐπὶ τὰ εἴδη τῶν τριγ. τὸ ἰσόπλευρ. μονοειδ. τὸ δὲ ἰσοσκελὲς ἢ ὀρθογ. ἢ ἀμβλ. γ. ἢ ὀξυγώνι. καὶ τὸ σκαληνὸν ὡσαύτ.:
οὐκ εὑρ. τετράγωνα ἀριθ. τετραγ. διπλ. ἀλλ' οὐδὲ ἰσοπλεύρου τριγώνου ὀρθογωνίου ὑποτείνουσαν ἴσ. τῶν δύο τῶν περὶ ὀρθ. γωνί. ἔχον:
ῥητὰ μεγέθη λέγε ὅσα ἀλλήλοις σύμμετρα· ὅσα δὲ ἀσύμμετρα ἄλογα μὴ ἔχον λόγ. πρὸς ἄλληλα:

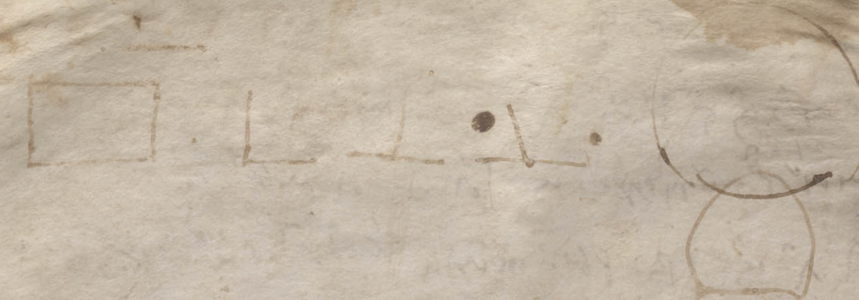
Γεωμετρία ἐστὶν [illegible] συλλογιστικὴ μέθοδος [illegible] καὶ βάθους καὶ πλάτους [illegible]
[illegible]

[illegible]



[illegible]





[illegible]



[illegible]

+ Εὐκλείδου στοιχείων α΄ ...

Σημεῖόν ἐστιν οὗ μέρος οὐθέν. Γραμμὴ δὲ μῆκος ἀπλατές.
Γραμμῆς δὲ πέρατα σημεῖα. Εὐθεῖα γραμμή ἐστιν ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς
ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις κεῖται. Ἐπιφάνεια δέ ἐστιν ὃ μῆκος καὶ πλάτος
μόνον ἔχει. Ἐπιφανείας δὲ πέρατα γραμμαί. Ἐπίπεδος ἐπιφά-
νειά ἐστιν ἥτις ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' ἑαυτῆς εὐθείαις κεῖται. Ἐπίπεδος δὲ
γωνία ἐστὶν ἡ ἐν ἐπιπέδῳ δύο γραμμῶν ἁπτομένων ἀλλήλων καὶ μὴ ἐπ' εὐ-
θείας κειμένων πρὸς ἀλλήλας τῶν γραμμῶν κλίσις. Ὅταν δὲ αἱ
περιέχουσαι τὴν γωνίαν γραμμαὶ εὐθεῖαι ὦσιν, εὐθύγραμμος
καλεῖται ἡ γωνία. Ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς
ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα
τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστι, καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα εὐθεῖα κάθετος καλεῖται
ἐφ' ἣν ἐφέστηκεν. Ἀμβλεῖα γωνία ἐστὶν ἡ μείζων ὀρθῆς.
Ὀξεῖα δὲ ἡ ἐλάσσων ὀρθῆς. Ὅρος ἐστὶν ὅ τινός ἐστι
πέρας. Σχῆμά ἐστι τὸ ὑπό τινος ἤ τινων ὅρων
περιεχόμενον. Κύκλος ἐστὶ σχῆμα ἐπίπεδον ὑπὸ μιᾶς
γραμμῆς περιεχόμενον, ἣ καλεῖται
περιφέρεια, πρὸς ἣν ἀφ' ἑνὸς σημείου τῶν ἐντὸς τοῦ
σχήματος κειμένων πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι
πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν ἴσαι ἀλλήλαις
εἰσί. Κέντρον δὲ τοῦ κύκλου τὸ σημεῖον καλεῖται.

διάμετρος δὲ τοῦ κύκλου ἐστὶν εὐθεῖά
τις διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη καὶ περατου-
μένη ἐφ᾽ ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου
περιφερείας, ἥτις καὶ δίχα τέμνει τὸν κύκλον.
ἡμικύκλιον δέ ἐστι τὸ περιεχόμενον σχῆμα
ὑπό τε τῆς διαμέτρου καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης
ὑπ᾽ αὐτῆς τοῦ κύκλου περιφερείας. τμῆμα
κύκλου ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε εὐθείας
καὶ κύκλου περιφερείας ἤτοι μείζονος ἢ ἐλάττονος
ἡμικυκλίου. εὐθύγραμμα σχήματά ἐστι, τὰ
ὑπὸ εὐθειῶν περιεχόμενα· τρίπλευρα
μὲν τὰ ὑπὸ τριῶν· τετράπλευρα δὲ τὰ
ὑπὸ τεσσάρων· πολύπλευρα δέ,





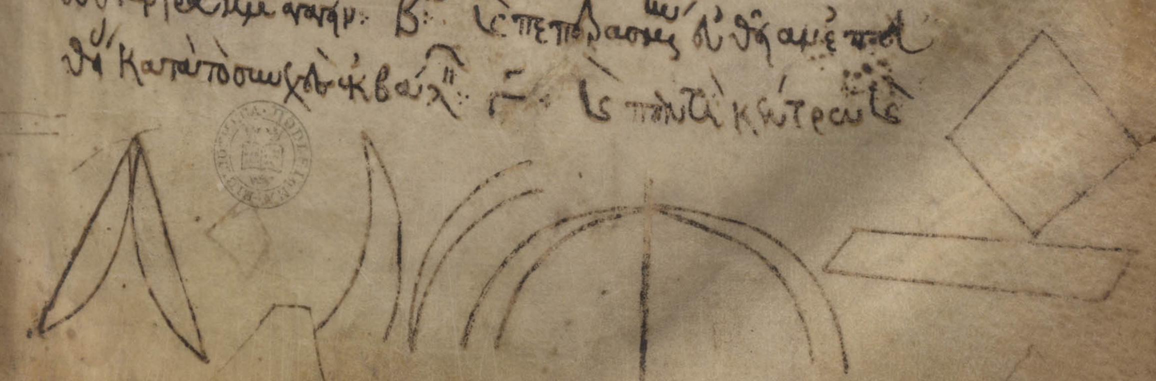
τὰ ὑπὸ πλειόνων ἢ τεσσάρων εὐθειῶν περιεχόμενα. τῶν δὲ
τριπλεύρων σχημάτων ἰσόπλευρον μὲν τρίγωνόν ἐστι, τὸ τὰς τρεῖς
ἴσας ἔχον πλευράς· ἰσοσκελὲς δέ, τὸ τὰς δύο μόνας ἴσας ἔχον
πλευράς· σκαληνὸν δέ, τὸ τὰς τρεῖς ἀνίσους ἔχον πλευράς·



ἔτι δὲ τῶν τριπλεύρων σχημάτων ὀρθογώνιον μὲν τρίγωνόν ἐστι, τὸ ἔχον
ὀρθὴν γωνίαν· ἀμβλυγώνιον δέ, τὸ τὰς τρεῖς ὀξείας ἔχον
γωνίας. τῶν δὲ τετραπλεύρων σχημάτων, τετράγωνον μέν ἐστιν, ὃ ἰσόπλευ-
ρόν τέ ἐστι καὶ ὀρθογώνιον· ἑτερόμηκες δέ, ὃ ὀρθογώνιον μέν,
οὐκ ἰσόπλευρον δέ· ῥόμβος δέ, ὃ ἰσόπλευρον μέν, οὐκ ὀρθο-
γώνιον δέ· ῥομβοειδὲς δέ, τὸ τὰς ἀπεναντίον πλευράς τε καὶ γω-
νίας ἴσας ἀλλήλαις ἔχον, ὃ οὔτε ἰσόπλευρόν ἐστιν, οὔτε
ὀρθογώνιον· τὰ δὲ παρὰ ταῦτα τετράπλευρα, τραπέζια κα-
λείσθω· παράλληλοι δέ εἰσιν εὐθεῖαι, αἵτινες ἐν τῷ αὐτῷ ἐπι-
πέδῳ οὖσαι καὶ ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον ἐφ᾽ ἑκάτερα τὰ
μέρη, ἐπὶ μηδέτερα συμπίπτουσιν ἀλλήλαις. — αἰτήματα.
α´ ἠτήσθω ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον
εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν. β´ καὶ πεπερασμένην εὐθεῖαν
κατὰ τὸ συνεχὲς ἐπ᾽ εὐθείας ἐκβαλεῖν. γ´ καὶ παντὶ κέντρῳ καὶ

÷ τὸ ἔχον ἀμβλεῖαν γωνίαν· ὀξυγώνιον δέ









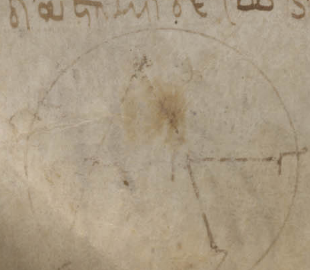




διαστήματι κύκλον γράφεσθαι. Δ̅. Καὶ πάσας τὰς ὀρθὰς
γωνίας ἴσας ἀλλήλαις εἶναι. Ε̅. Καὶ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα
ἐμπίπτουσα τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας δύο ὀρθῶν
ἐλάσσονας ποιῇ, ἐκβαλλομένας τὰς δύο εὐθείας ἐπ' ἄπειρον συμ-
πίπτειν ἐφ' ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες γωνίαι.—

Κοιναὶ ἔννοιαι. Τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα, καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα.

Καὶ ἐὰν ἴσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἴσα.— Καὶ ἐὰν
ἀπὸ ἴσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ καταλειπόμενά ἐστιν ἴσα.— Καὶ
ἐὰν ἀνίσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἄνισα.. Καὶ τὰ τοῦ
αὐτοῦ διπλάσια, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.. Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ ἡμίση
ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.— Καὶ τὰ ἐφαρμόζοντα ἐπ' ἀλλήλα
ἴσα ἀλλήλοις ἐστί. Καὶ τὸ ὅλον τοῦ μέρους μεῖζόν ἐστι. Καὶ δύο
εὐθεῖαι χωρίον οὐ περιέχουσιν.— Α̅. Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας
πεπερασμένης τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι. Ἔστω ἡ δο-
θεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ αβ. δεῖ δὴ ἐπὶ τῆς αβ τρίγωνον
ἰσόπλευρον συστήσασθαι. κέντρῳ μὲν τῷ α. διαστήματι δὲ τῷ
αβ. κύκλος γεγράφθω ὁ βγδ. καὶ πάλιν κέντρῳ μὲν τῷ
β. διαστήματι δὲ τῷ βα. κύκλος γεγράφθω



α

ὁ γαε. καὶ ἀπὸ τοῦ γ σημείου καθ' ὃ τέμνουσιν ἀλλήλους οἱ
κύκλοι ἐπὶ τὰ α β σημεῖα. ἐπεζεύχθωσαν εὐθεῖαι, αἱ γα. γβ.
καὶ ἐπεὶ τὸ α σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ γδβ κύκλου. ἴση ἐστὶν ἡ αγ
τῇ αβ. πάλιν ἐπεὶ τὸ β σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ γαε κύκλου,
ἴση ἐστὶν ἡ βγ τῇ βα. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ γα τῇ αβ ἴση. ἑκα-
τέρα ἄρα τῶν γα γβ τῇ αβ ἐστὶν ἴση. τὰ δὲ τῷ αὐτῷ ἴ-
σα, καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα. καὶ ἡ γα ἄρα τῇ γβ ἐστὶν ἴση. αἱ τρεῖς
ἄρα αἱ γα αβ βγ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.
ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ αβγ τρίγωνον.
καὶ συνέσταται ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασ-
μένης τῆς αβ. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.—



Πρὸς τῷ δοθέντι σημείῳ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην εὐθεῖαν θέσθαι.
ἔστω τὸ μὲν δοθὲν σημεῖον, τὸ α. ἡ δὲ δοθεῖσα εὐθεῖα, ἡ βγ. δεῖ δὴ
πρὸς τῷ α σημείῳ τῇ βγ ἴσην εὐθεῖαν θέσθαι. ἐπεζεύχθω
ἀπὸ τοῦ α σημείου ἐπὶ τὸ β σημεῖον εὐθεῖα ἡ αβ. καὶ συνε-
στάτω ἐπ' αὐτῆς τρίγωνον ἰσόπλευρον τὸ δαβ. καὶ ἐκβε-
βλήσθωσαν ἐπ' εὐθείας ταῖς δα. δβ εὐθεῖαι, αἱ αε
βζ. καὶ κέντρῳ μὲν τῷ β. διαστήματι δὲ τῷ βγ. κύκλος





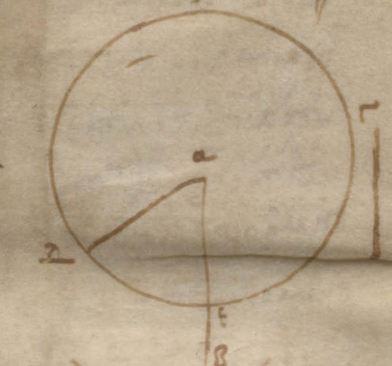


γεγράφθω ὁ ΓΗΘ, καὶ πάλιν κέντρῳ τῷ Δ, διαστήματι
τῷ ΔΗ κύκλος γεγράφθω ὁ ΗΚΛ. ἐπεὶ οὖν τὸ Β σημεῖον κέν-
τρον ἐστὶ τοῦ ΓΗΘ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΒΗ. πάλιν ἐπεὶ τὸ
Δ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΗΚΛ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΔΛ τῇ ΔΗ,
ὧν ἡ ΔΑ τῇ ΔΒ ἴση ἐστί. λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΛ λοιπῇ τῇ ΒΗ ἐστὶν
ἴση. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΒΓ τῇ ΒΗ ἴση. ἑκατέρα ἄρα τῶν ΑΛ,
ΒΓ τῇ ΒΗ ἐστὶν ἴση. τὰ δὲ τῷ αὐτῷ ἴσα, καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν
ἴσα. καὶ ἡ ΑΛ ἄρα τῇ ΒΓ ἐστὶν ἴση. πρὸς ἄρα τῷ δοθέντι ση-
μείῳ τῷ Α τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ
ΒΓ, ἴση εὐθεῖα κεῖται ἡ ΑΛ· ὅπερ
ἔδει ποιῆσαι.

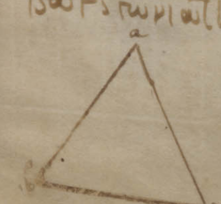


Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων
ἀπὸ τῆς μείζονος τῇ ἐλάσσονι ἴσην
εὐθεῖαν ἀφελεῖν. ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι ἄνισοι αἱ
ΑΒ, Γ· ὧν μείζων ἔστω ἡ ΑΒ. δεῖ δὴ ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς ΑΒ
τῇ ἐλάσσονι τῇ Γ, ἴσην εὐθεῖαν ἀφελεῖν. κείσθω πρὸς τῷ Α
σημείῳ τῇ Γ εὐθείᾳ ἴση ἡ ΑΔ· καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Α δια-
στήματι δὲ τῷ ΑΔ, κύκλος γεγράφθω ὁ ΔΕΖ. καὶ ἐπεὶ τὸ

τὸ Α σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΔΕΖ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΑΕ τῇ
ΑΔ. ἀλλὰ καὶ ἡ Γ τῇ ΑΔ ἐστὶν ἴση. ἑκατέρα ἄρα τῶν
ΑΕ, Γ τῇ ΑΔ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ΑΕ
τῇ Γ ἐστὶν ἴση. δύο ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν
ἀνίσων τῶν ΑΒ, Γ, ἀπὸ τῆς μείζονος
τῆς ΑΒ τῇ ἐλάσσονι τῇ Γ ἴση ἀφῄρηται
ἡ ΑΕ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.



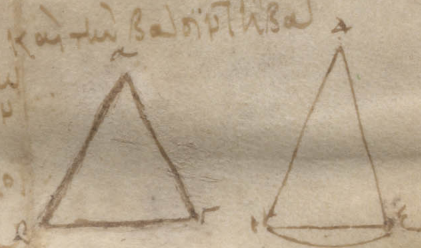
Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δύο πλευραῖς ἴσας
ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ
ἴσην ἔχῃ, τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν
τῇ βάσει ἴσην ἕξει, καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ
αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται, ἑκατέρα
ἑκατέρᾳ, ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν. ἔστω δύο
τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ τὰς δύο πλευρὰς τὰς ΑΒ, ΑΓ ταῖς
δύο πλευραῖς ταῖς ΔΕ, ΔΖ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ,
τὴν μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ, τὴν δὲ ΑΓ τῇ ΔΖ, καὶ γωνίαν τὴν ὑπὸ
ΒΑΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἴσην. λέγω ὅτι καὶ βάσις ἡ ΒΓ





βάσις ἡ ΕΖ ἴση ἐστί, καὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ
τριγώνῳ ἴσον ἔσται· καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς
γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ
ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ· ἡ δὲ
ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ. ἐφαρμοζομένου γὰρ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου
ἐπὶ τὸ ΔΕΖ τρίγωνον, καὶ τιθεμένου τοῦ μὲν Α σημείου ἐπὶ τὸ Δ
σημεῖον· τῆς δὲ ΑΒ ἐπὶ τὴν ΔΕ, ἐφαρμόσει καὶ τὸ Β
σημεῖον ἐπὶ τὸ Ε· διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ΑΒ τῇ ΔΕ. ἐφαρμοσάσης
δὲ τῆς ΑΒ ἐπὶ τὴν ΔΕ, ἐφαρμόσει καὶ ἡ ΑΓ εὐθεῖα ἐπὶ τὴν ΔΖ· διὰ
τὸ ἴσην εἶναι τὴν ὑπὸ ΒΑΓ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΕΔΖ· ὥστε καὶ τὸ
Γ σημεῖον ἐπὶ τὸ Ζ σημεῖον ἐφαρμόσει· διὰ τὸ ἴσην πάλιν εἶναι
τὴν ΑΓ τῇ ΔΖ. ἀλλὰ μὴν καὶ τὸ Β ἐπὶ τὸ Ε ἐφηρμόκει· ὥστε βάσις
ἡ ΒΓ ἐπὶ βάσιν τὴν ΕΖ ἐφαρμόσει. εἰ γὰρ τοῦ μὲν Β ἐπὶ τὸ
Ε ἐφαρμόσαντος τοῦ δὲ Γ ἐπὶ τὸ Ζ, ἡ ΒΓ βάσις ἐπὶ τὴν ΕΖ
οὐκ ἐφαρμόσει, δύο εὐθεῖαι χωρίον περιέξουσιν· ὅπερ ἐστὶν
ἀδύνατον. ἐφαρμόσει ἄρα ἡ ΒΓ βάσις ἐπὶ τὴν ΕΖ καὶ
ἴση αὐτῇ ἔσται· ὥστε καὶ ὅλον τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ἐπὶ ὅλον τὸ ΔΕΖ
τρίγωνον ἐφαρμόσει καὶ ἴσον αὐτῷ ἔσται· καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι

ἐπὶ τὰς λοιπὰς γωνίας ἐφαρμόσουσι καὶ ἴσαι αὐταῖς ἔσονται·
ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ· ἡ δὲ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ.
ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δύο πλευραῖς ἴσας
ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην
ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει
ἴσην ἕξει· καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ



ἴσον ἔσται· καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λο-
ιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα
ἑκατέρᾳ ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτεί-
νουσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ε΄ Τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι ἀλ-
λήλαις εἰσί· καὶ προσεκβληθεισῶν τῶν ἴσων εὐθειῶν αἱ ὑπὸ τὴν
βάσιν γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται. ἔστω τρίγωνον ἰσοσκελὲς
τὸ ΑΒΓ ἴσην ἔχον τὴν ΑΒ πλευρὰν τῇ ΑΓ πλευρᾷ· καὶ
προσεκβεβλήσθωσαν ἐπ' εὐθείας ταῖς ΑΒ ΑΓ εὐθεῖαι αἱ
ΒΔ ΓΕ· λέγω ὅτι ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΓΒ
ἴση ἐστίν· ἡ δὲ ὑπὸ ΓΒΔ τῇ ὑπὸ ΒΓΕ. εἰλήφθω γὰρ

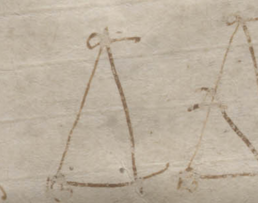


τῆς αβ τυχὸν σημεῖον τὸ ζ. καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς αγ
τῇ ἐλάσσονι τῇ αζ ἴση ἡ αη. καὶ ἐπεζεύχθωσαν
αἱ ζγ, ηβ εὐθεῖαι. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν αζ τῇ αη, ἡ
δὲ αβ τῇ αγ, δύο δὴ αἱ ζα, αγ δυσὶ ταῖς ηα, α-
β ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνίαν κοινὴν



περιέχουσι τὴν ὑπὸ ζαη· βάσις ἄρα ἡ ζγ βάσει τῇ ηβ ἴση ἐστί·
καὶ τὸ αζγ τρίγωνον τῷ αηβ τριγώνῳ ἴσον ἐστί. καὶ αἱ λοιπαὶ γω-
νίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ
ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἡ μὲν ὑπὸ αγζ τῇ ὑπὸ αβη, ἡ δὲ ὑπὸ
αζγ τῇ ὑπὸ αηβ. καὶ ἐπεὶ ὅλη ἡ αζ ὅλῃ τῇ αη ἐστὶν ἴση, ὧν
ἡ αβ τῇ αγ ἐστὶν ἴση, λοιπὴ ἄρα ἡ βζ λοιπῇ τῇ γη ἐστὶν ἴση.
ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ζγ τῇ ηβ ἴση· δύο δὴ αἱ βζ, ζγ δυσὶ ταῖς γη,
ηβ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ βζγ γωνίᾳ
τῇ ὑπὸ γηβ ἴση· καὶ βάσις αὐτῶν κοινὴ ἡ βγ· καὶ τὸ βζγ ἄρα
τρίγωνον τῷ γηβ τριγώνῳ ἴσον ἐστί, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς
λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευ-
ραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ζβγ τῇ ὑπὸ ηγβ, ἡ δὲ ὑπὸ β-
γζ τῇ ὑπὸ γβη. ἐπεὶ οὖν ὅλη ἡ ὑπὸ αβη γωνία ὅλῃ τῇ ὑπὸ
αγζ γωνίᾳ ἐδείχθη ἴση, ὧν ἡ ὑπὸ γβη τῇ ὑπὸ βγζ ἴση, λοιπὴ
ἄρα ἡ ὑπὸ αβγ λοιπῇ τῇ ὑπὸ αγβ ἴση ἐστί· καί εἰσι πρὸς τῇ βάσει τοῦ αβγ

τριγώνου. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ζβγ τῇ ὑπὸ ηγβ ἴση· καί εἰσιν ὑπὸ τὴν βάσιν
γωνίαι. τῶν ἄρα ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις
εἰσί· καὶ προσεκβληθεισῶν τῶν ἴσων εὐθειῶν αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι
ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



[illegible]

Ἐὰν τριγώνου αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις
ὦσι, καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι
πλευραὶ ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται. ἔστω τρίγωνον
τὸ αβγ ἴσην ἔχον τὴν ὑπὸ αβγ γωνίαν τῇ
ὑπὸ αγβ γωνίᾳ. λέγω ὅτι καὶ πλευρὰ ἡ αβ πλευρᾷ τῇ αγ ἐστὶν ἴση. εἰ ς
γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ αβ τῇ αγ, ἡ ἑτέρα αὐτῶν μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ αβ.
καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς αβ τῇ ἐλάσσονι τῇ αγ ἴση ἡ δβ.
καὶ ἐπεζεύχθω ἡ δγ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ δβ τῇ αγ, κοινὴ δὲ ἡ βγ,
δύο δὴ αἱ δβ, βγ δυσὶ ταῖς αγ, γβ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ
γωνία ἡ ὑπὸ δβγ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ αγβ ἐστὶν ἴση· βάσις ἄρα ἡ δγ βάσει
τῇ αβ ἴση ἐστί, καὶ τὸ δβγ τρίγωνον τῷ αγβ τριγώνῳ ἴσον ἐστί, τὸ ἔλα-
σσον τῷ μείζονι· ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα ἄνισος
ἐστὶν ἡ αβ τῇ αγ· ἴση ἄρα. ἐὰν ἄρα τριγώνου
αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσι, καὶ αἱ ὑπὸ τὰς
ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραὶ ἴσαι ἀλλήλαις
ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ζ Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι

ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ ἐπὶ
τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις.
ἀλλ' εἰ δυνατὸν ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας τῆς ΑΒ δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις
ταῖς ΑΓ ΓΒ ἄλλαι δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΔ ΔΒ ἴσαι ἑκατέρα ἑκα-
τέρᾳ συνεστάτωσαν πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ τῷ τε Γ καὶ Δ ἐπὶ τὰ
αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις, ὥστε
ἴσην εἶναι τὴν μὲν ΓΑ τῇ ΑΔ τὸ αὐτὸ πέρας ἔχουσαν αὐτῇ τὸ Α, τὴν δὲ
ΓΒ τῇ ΔΒ τὸ αὐτὸ πέρας ἔχουσαν αὐτῇ τὸ Β. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΔ.
ἐπεὶ οὖν ἴση ἡ ΑΓ τῇ ΑΔ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ τῇ ὑπὸ
ΑΔΓ· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΔΓ τῆς ὑπὸ ΔΓΒ· πολλῷ
ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΔΒ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΔΓΒ. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν
ἡ ΒΓ τῇ ΔΒ, ἴση ἐστὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΓΔΒ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΓΒ·
ἐδείχθη δὲ αὐτῆς καὶ πολλῷ μείζων ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἐπὶ

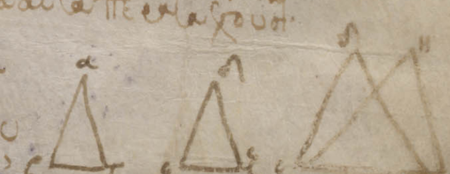


τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις
ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρα ἑ-
κατέρᾳ συσταθήσονται πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ
σημείῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέ-
ρατα ἔχουσαι ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι—

η Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δύο πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκα-
τέραν ἑκατέρᾳ, ἔχῃ δὲ καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην, καὶ τὴν γω-
νίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.



ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ τὰς δύο πλευρὰς τὰς ΑΒ ΑΓ
ταῖς δύο πλευραῖς ταῖς ΔΕ ΔΖ ἴσας ἐχέτω ἑκατέραν ἑκατέρᾳ τὴν
μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ τὴν δὲ ΑΓ τῇ ΔΖ· ἐχέτω δὲ βάσιν τὴν ΒΓ βά-
σει τῇ ΕΖ ἴσην· λέγω ὅτι καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ
ἐστὶν ἴση. ἐφαρμοζομένου τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἐπὶ τὸ ΔΕΖ τρίγωνον καὶ τιθ(εμένου)
μὲν τοῦ Β σημείου ἐπὶ τὸ Ε σημεῖον τῆς δὲ ΒΓ εὐθείας ἐπὶ τὴν
ΕΖ ἐφαρμόσει καὶ τὸ Γ σημεῖον ἐπὶ τὸ Ζ διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ΒΓ τῇ ΕΖ·
ἐφαρμοσάσης δὲ τῆς ΒΓ ἐπὶ τὴν ΕΖ ἐφαρμόσουσι καὶ αἱ ΒΑ ΓΑ ἐπὶ τὰς
ΕΔ ΔΖ. εἰ γὰρ βάσις μὲν ἡ ΒΓ ἐπὶ βάσιν τὴν ΕΖ ἐφαρμόσει, αἱ δὲ
ΒΑ ΑΓ πλευραὶ ἐπὶ τὰς ΕΔ ΔΖ οὐκ ἐφαρμόσουσιν ἀλλὰ παραλ-
λάξουσιν ὡς αἱ ΕΗ ΗΖ, συσταθήσονται ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο ταῖς
αὐταῖς εὐθείαις ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ πρὸς
ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι.
οὐ συνίστανται δέ· οὐκ ἄρα ἐφαρμοζομένης τῆς
ΒΓ βάσεως ἐπὶ τὴν ΕΖ βάσιν οὐκ ἐφαρμόσουσι
καὶ αἱ ΒΑ ΑΓ πλευραὶ ἐπὶ τὰς ΕΔ ΔΖ. ἐ-
φαρμόσουσιν ἄρα· ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ
ἐπὶ γωνίαν τὴν ὑπὸ ΕΔΖ ἐφαρμόσει καὶ ἴση αὐτῇ



ἔσται. ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δύο πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκα-
τέραν ἑκατέρᾳ καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἔχῃ, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην
ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην· ὅπερ ἔδει δεῖξαι—

Τὴν δοθεῖσαν γωνίαν εὐθύγραμμον δίχα τεμεῖν. ἔστω ἡ δοθεῖ-
σα γωνία εὐθύγραμμος ἡ ὑπὸ ΒΑΓ· δεῖ δὴ αὐτὴν δίχα τε-
μεῖν. εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ΑΒ τυχὸν σημεῖον τὸ Δ, καὶ ἀφῃ-
ρήσθω ἀπὸ τῆς ΑΓ τῇ ΑΔ ἴση ἡ ΑΕ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΕ,
καὶ συνεστάτω ἐπὶ τῆς ΔΕ τρίγωνον ἰσόπλευρον τὸ ΔΕΖ, καὶ
ἐπεζεύχθω ἡ ΑΖ· λέγω ὅτι ἡ ὑπὸ ΒΑΓ δίχα τέτμηται
ὑπὸ τῆς ΑΖ εὐθείας. ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΑΕ, κοινὴ
δὲ ἡ ΑΖ, δύο δὴ αἱ ΔΑ, ΑΖ δυσὶ ταῖς ΕΑ, ΑΖ ἴσαι εἰσὶν ἑ-
κατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ βάσις ἡ ΔΖ βάσει τῇ ΕΖ ἴση ἐστί· γω-
νία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΑΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΑΖ ἴση ἐστίν· ἡ ἄρα δο-



θεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ ὑπὸ ΒΑΓ
δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς ΑΖ εὐθείας·
ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην δίχα τεμεῖν. ἔστω ἡ δοθ-
εῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ ΑΒ· δεῖ δὴ τὴν ΑΒ δίχα τεμεῖν. συνε-
στάτω ἐπ' αὐτῆς τρίγωνον ἰσόπλευρον τὸ ΑΒΓ, καὶ τετμήσθω ἡ
ὑπὸ ΑΓΒ γωνία δίχα τῇ ΓΔ εὐθείᾳ· λέγω ὅτι ἡ ΑΒ εὐθεῖα
δίχα τέτμηται κατὰ τὸ Δ σημεῖον. ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ, κοι-
νὴ δὲ ἡ ΓΔ, δύο δὴ αἱ ΑΓ, ΓΔ δυσὶ ταῖς ΒΓ, ΓΔ ἴσαι· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ γωνί-
ᾳ ἑκατέρα ἑκατέρᾳ·

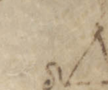


τῇ ὑπὸ ΒΓΔ ἴση ἐστί· βάσις ἄρα ἡ ΑΔ βάσει τῇ ΒΔ ἴση ἐστίν. ἡ ἄρα
δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ ΑΒ δίχα τέτμηται
κατὰ τὸ Δ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.





Τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου
πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν. ἔστω ἡ μὲν
δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ, τὸ δὲ δοθὲν σημεῖον ἐπ' αὐτῆς
τὸ Γ· δεῖ δὴ ἀπὸ τοῦ Γ σημείου τῇ ΑΒ εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς γω-
νίας εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν. εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ΑΓ τυχὸν σημεῖον
τὸ Δ, καὶ κείσθω τῇ ΓΔ ἴση ἡ ΓΕ, καὶ συνεστάτω ἐπὶ τῆς ΔΕ τρίγωνον
ἰσόπλευρον τὸ ΖΔΕ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΓ· λέγω ὅτι τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ



τῇ ΑΒ ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου τοῦ Γ πρὸς ὀρθὰς γωνί-
ας εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΖΓ. ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΓ τῇ ΓΕ, κοινὴ
δὲ ἡ ΓΖ, δύο δὴ αἱ ΔΓ, ΓΖ δυσὶ ταῖς



ΕΓ, ΓΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ
βάσις ἡ ΔΖ βάσει τῇ ΖΕ ἴση· γωνία
ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΓΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΓΖ ἴση
ἐστί· καί εἰσιν ἐφεξῆς. ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα
τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑ-
κατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστιν·
ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ



ὑπὸ ΔΓΖ ΖΓΕ· τῇ ἄρα δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΑΒ ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος
σημείου τοῦ Γ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΓΖ·
ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιβ Ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου ὃ μή ἐστιν
ἐπ' αὐτῆς, κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν. Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐ-
θεῖα ἄπειρος ἡ ΑΒ· τὸ δὲ δοθὲν σημεῖον ὃ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς τὸ
Γ· δεῖ δὴ ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον τὴν ΑΒ ἀπὸ
τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ Γ ὃ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς· κάθετον
εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν· εἰλήφθω γὰρ ἐπὶ τὰ ἕτερα
μέρη τῆς ΑΒ εὐθείας τυχὸν σημεῖον τὸ Δ· καὶ κέν-
τρῳ τῷ Γ διαστήματι τῷ ΓΔ κύκλος γεγράφθω ὁ
ΕΖΗ· καὶ τετμήσθω ἡ ΕΗ δίχα κατὰ τὸ Θ· καὶ ἐπε-
ζεύχθωσαν αἱ ΓΗ ΓΘ ΓΕ· λέγω ὅτι ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν
εὐθεῖαν ἄπειρον τὴν ΑΒ ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου
τοῦ Γ ὃ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς, κάθετος ἦκται ἡ ΓΘ· ἐπεὶ
γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΗΘ τῇ ΘΕ· κοινὴ δὲ ἡ
ΓΘ, δύο δὴ αἱ ΗΘ ΘΓ δυσὶ ταῖς
ΕΘ ΘΓ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκα-



τέρᾳ· καὶ βάσις ἡ ΓΗ βάσει τῇ ΓΕ ἐστὶν ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΘΗ
γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΘΓ ἐστὶν ἴση· καί εἰσιν ἐφεξῆς· ὅταν δὲ εὐ-
θεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας
ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστι· καὶ
ἡ ἐφεστηκυῖα εὐθεῖα κάθετος καλεῖται ἐφ' ἣν ἐφέστηκεν·
ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν ἄπειρον τὴν ΑΒ ἀπὸ
τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ Γ ὃ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς, κάθετος
ἦκται ἡ ΓΘ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.



ιγ Ὡς ἂν εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα γωνίας ποιῇ, ἤτοι
δύο ὀρθάς, ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσει· εὐθεῖα γάρ
τις ἡ ΑΒ ἐπ' εὐθεῖαν τὴν ΓΔ σταθεῖσα, γωνίας ποιείτω τὰς
ὑπὸ ΓΒΑ ΑΒΔ· λέγω ὅτι αἱ ὑπὸ ΓΒΑ ΑΒΔ γωνίαι, ἤτοι
δύο ὀρθαί εἰσιν, ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι· εἰ μὲν οὖν ἴση ἐστὶν
ἡ ὑπὸ ΓΒΑ τῇ ὑπὸ ΑΒΔ δύο ὀρθαί εἰσιν· εἰ δὲ οὔ, ἤχθω
ἀπὸ τοῦ Β σημείου τῇ ΓΔ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΒΕ· αἱ ἄρα ὑπὸ
ΓΒΕ ΕΒΔ δύο ὀρθαί εἰσιν· ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΓΒΕ δυσὶ ταῖς ὑπὸ
ΓΒΑ ΑΒΕ ἴση ἐστί, κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΕΒΔ· αἱ ἄρα
ὑπὸ ΓΒΕ ΕΒΔ τρισὶ ταῖς ὑπὸ ΓΒΑ ΑΒΕ ΕΒΔ ἴσαι εἰσί· πά-



ἴσαι τῷ αὐτῷ
ἴσα καὶ ἀλλ-
ήλοις. ἴσα

λῃμ. ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΔΒΑ δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΔΒΕ ΕΒΑ ἴση
ἐστί· κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΒΓ·
αἱ ἄρα ὑπὸ ΔΒΑ ΑΒΓ τρισὶ ταῖς ὑπὸ
ΔΒΕ ΕΒΑ ΑΒΓ ἴσαι εἰσίν· ἐδείχθησαν
δὲ καὶ αἱ ὑπὸ ΓΒΕ ΕΒΔ τρισὶ ταῖς
αὐταῖς ἴσαι· τὰ δὲ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ



ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα· καὶ αἱ ὑπὸ ΓΒΕ ΕΒΔ
ἄρα ταῖς ὑπὸ ΔΒΑ ΑΒΓ ἴσαι εἰσίν· ἀλλὰ αἱ ὑπὸ ΓΒΕ
ΕΒΔ δύο ὀρθαί εἰσι· καὶ αἱ ὑπὸ ΔΒΑ ΑΒΓ δυσὶν ὀρθαῖς
ἴσαι εἰσίν· ἐὰν ἄρα εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα γωνίας
ποιῇ, ἤτοι δύο ὀρθὰς ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσει·



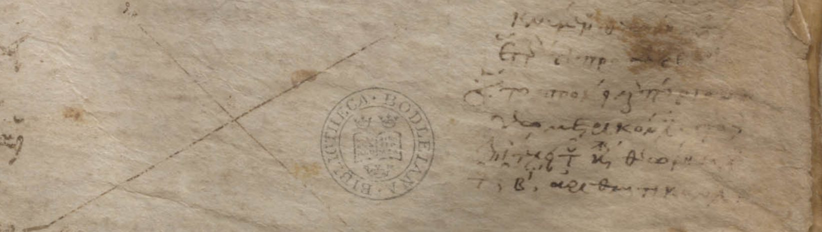
Ἐὰν πρός τινι εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ δύο εὐθεῖαι μὴ ἐπὶ
τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς
ἴσας ποιῶσιν, ἐπ' εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι. πρὸς
γάρ τινι εὐθείᾳ τῇ ΑΒ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Β δύο εὐθεῖαι αἱ
ΒΓ ΒΔ μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας
τὰς ὑπὸ ΑΒΓ ΑΒΔ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιείτωσαν· λέγω ὅτι ἐπ'
εὐθείας ἐστὶ τῇ ΓΒ ἡ ΒΔ· εἰ γὰρ μή ἐστι τῇ ΒΓ ἐπ' εὐθείας ἡ ΒΔ, ἔστω
τῇ ΓΒ ἐπ' εὐθείας ἡ ΒΕ· ἐπεὶ οὖν εὐθεῖα ἡ ΑΒ ἐπ' εὐθεῖαν τὴν ΓΒΕ ἐφέστηκεν, αἱ ἄρα ὑπὸ
ΑΒΓ ΑΒΕ γωνίαι [illegible]

[illegible] ἔδειξε [illegible]

ΑΒΓ ΑΒΕ γωνίαι δυσὶν [illegible]
ΑΒΔ δύο ὀρθαῖς [illegible] ΑΒΓ [illegible]
ΓΒΑ [illegible] ΓΒΔ [illegible]
τῷ [illegible] ΑΒΕ [illegible]
[illegible] ἀδύνατον [illegible]
[illegible] ἴσα [illegible]
οὐκ [illegible] ΒΔ [illegible] ἄρα [illegible]



τῇ ΓΒ [illegible] πρὸς τινι εὐθείᾳ [illegible] πρὸς αὐτῇ
σημείῳ δύο εὐθεῖαι μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς
ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῶσιν, ἐπ'
εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.
Ἐὰν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς κατὰ κορυφὴν γω-
νίας ἴσας ἀλλήλαις ποιοῦσιν. [illegible]
[illegible] ἀλλήλας κατὰ τὸ Ε σημεῖον· λέγω ὅτι
ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΑΕΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΕΒ· [illegible]
[illegible] ΑΕΔ [illegible] εὐθεῖα [illegible]
[illegible] γωνίας ποιοῦσα [illegible] ΓΕ
[illegible] ΑΕΔ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι
[illegible] ἡ ΔΕ ἐπ' εὐθεῖαν [illegible]
[illegible] ΑΕΔ ΔΕΒ [illegible] ἄρα



[illegible]
ἄρα [illegible] ΓΕΑ [illegible]
ὑπὸ ΑΕΔ ΔΕΒ ἴσαι εἰσί· καὶ

[illegible]
κοινὴ [illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]

μὴ ἀφῃρήσθω ἡ ὑπὸ ΑΕΔ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΕΑ λοιπῇ τῇ
ὑπὸ ΔΕΒ ἴση ἐστίν· ὁμοίως δὴ δειχθήσεται ὅτι καὶ αἱ ὑπὸ ΓΕΒ
ΔΕΑ ἴσαι εἰσίν· ἐὰν ἄρα δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας,
τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιοῦσιν· ὅπερ
ἔδει δεῖξαι :–

ι̅ϛ̅ Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης,
ἡ ἐκτὸς γωνία ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον μεί-
ζων ἐστίν· ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ· καὶ προσεκβεβλήσθω
αὐτοῦ μία πλευρὰ ἡ ΒΓ ἐπὶ τὸ Δ· λέγω ὅτι ἡ ἐκτὸς γω-
νία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ, μείζων ἐστὶν ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ
ἀπεναντίον τῶν ὑπὸ ΓΒΑ ΒΑΓ γωνιῶν· τετμήσθω ἡ
ΑΓ δίχα κατὰ τὸ Ε· καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΒΕ, ἐκβεβλήσθω
ἐπὶ τὸ Ζ· καὶ κείσθω τῇ ΒΕ ἴση ἡ ΕΖ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΓ
καὶ διήχθω ἡ ΑΓ ἐπὶ τὸ Η· ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΑΕ τῇ
ΕΓ, ἡ δὲ ΒΕ τῇ ΕΖ· δύο δὴ αἱ ΑΕ ΕΒ, δυσὶ ταῖς ΓΕ ΕΖ ἴ-
σαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΕΒ γω-
νίᾳ τῇ ὑπὸ ΖΕΓ ἴση ἐστί· κατὰ κορυφὴν γάρ· βάσις
ἄρα ἡ ΑΒ, βάσει τῇ ΖΓ ἴση ἐστί· καὶ τὸ ΑΒΕ τρίγωνον τῷ
ΖΕΓ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον· καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι [illegible]
ταῖς γωνίαις ἴσαι εἰσὶν
ἑκατέρα ἑκατέρᾳ ὑφ' ἃς
αἱ ἴσαι πλευραὶ
ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα
ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΕ [illegible]
ΕΓΖ· μείζων δέ ἐστιν
ὑπὸ ΕΓΔ τῆς ὑπὸ ΕΓΖ·



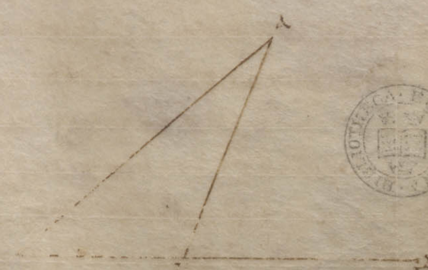


ἐκ δὴ τούτου φανερὸν ὅτι ἐὰν ὁσαιδηποτοῦν εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλή-
λας, τὰς πρὸς τῇ τομῇ γωνίας τέτρασιν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσουσιν :–

μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΔ τῆς ὑπὸ ΒΑΕ· ὁμοίως δὴ τῆς ΒΓ τμη-
θείσης δίχα, δειχθήσεται καὶ ἡ ὑπὸ ΒΓΗ τουτέστιν ἡ ὑπὸ
ΑΓΔ μείζων καὶ τῆς ὑπὸ ΑΒΓ· παντὸς ἄρα τριγώνου
μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης, ἡ ἐκτὸς γωνία
ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον μείζων ἐστίν· ὅπερ
ἔδει δεῖξαι :–

ιζ Παντὸς τριγώνου αἱ δύο γωνίαι, δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές
εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι· ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ·
λέγω ὅτι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου αἱ δύο γωνίαι, δύο ὀρθῶν
ἐλάσσονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι· ἐκβεβλήσθω
γὰρ ἡ ΒΓ ἐπὶ τὸ Δ· καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΑΒΓ ἐκτός ἐστι
γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ, μείζων ἐστὶ τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναν-
τίον τῆς ὑπὸ ΑΒΓ [illegible] ἡ ὑπὸ ΑΓΒ·
αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΓΔ ΑΓΒ, τῶν ὑπὸ ΑΒΓ ΒΓΑ μείζονές εἰσιν·
ἀλλ' αἱ ὑπὸ ΑΓΔ ΑΓΒ, δυσὶν ὀρθαῖς εἰσιν ἴσαι· αἱ ἄ-
ρα ὑπὸ ΑΒΓ ΒΓΑ, δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν· ὁμοί-
ως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ αἱ
ὑπὸ ΒΑΓ ΑΓΒ, δύο ὀρθῶν
ἐλάσσονές εἰσι· καὶ ἔτι αἱ ὑ-
πὸ ΓΑΒ ΑΒΓ· παντὸς ἄ-
ρα τριγώνου αἱ δύο γωνί-
αι, δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰ-
σι πάντῃ μεταλαμβανό-
μεναι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :–

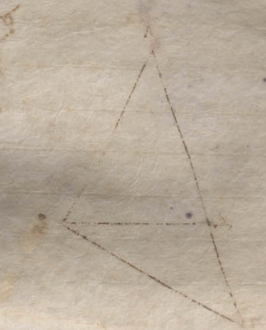




ιη Παντὸς τριγώνου ἡ μείζων πλευρὰ τὴν μείζονα γω-
νίαν ὑποτείνει· ἔστω γὰρ τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, μείζονα

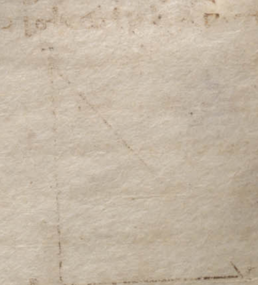
ἔχον τὴν ΑΓ πλευρὰν τῆς ΑΒ μείζονα· λέγω ὅτι καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ
μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΒΓΑ· ἐπεὶ γὰρ μείζων ἐστὶν ἡ ΑΓ τῆς
ΑΒ. κείσθω τῇ ΑΒ ἴση ἡ ΑΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΔ. καὶ ἐπεὶ
τριγώνου τοῦ ΒΓΔ [illegible] γωνία ἡ ὑπὸ ΑΔΒ μεί-
ζων ἐστὶ τῆς [illegible] ἴση δὲ
ἡ ὑπὸ ΑΔΒ τῇ ὑπὸ ΑΒΔ. ἐπεὶ
καὶ ἡ πλευρὰ ἡ ΑΒ τῇ ΑΔ ἐστὶν ἴ-
ση· μείζων ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΔ
τῆς ὑπὸ ΑΓΒ· πολλῷ [illegible]
ὑπὸ ΑΒΓ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ
ΑΓΒ· παντὸς ἄρα τριγώ-
νου ἡ μείζων πλευρὰ τὴν μεί-
ζονα γωνίαν [illegible]





ιθ Π[illegible] τριγώνου [illegible] γωνίαν ἡ μείζων
πλευρὰ ὑποτείνει. ἔστω τρίγωνον [illegible]
ἔχον τὴν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίαν [illegible]
πλευρὰ ἡ ΑΓ πλευρᾶς τῆς ΑΒ μείζων ἐστίν [illegible]
[illegible] ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ [illegible]
[illegible] ἡ ΑΓ τῇ ΑΒ [illegible]
[illegible]
ΑΒ· [illegible]
[illegible]
[illegible]
ΑΓΒ [illegible]
[illegible] ἡ ΑΓ τῆς ΑΒ [illegible]
[illegible] ἴση ἐστὶ [illegible]





[illegible] τῆς ΑΒ ἄρα τριγώνου ὑπὸ τὴν μεί-
[illegible] ἡ ΑΓ τῆς ΑΒ [illegible] παντὸς ἄρα τριγώνου ὑπὸ τὴν μεί-
ζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κ Παντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές
εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι. ἔστω γὰρ τρίγωνον τὸ
[illegible] τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς
ΑΒΓ. [illegible] πάντῃ μεταλαμβανόμεναι· αἱ μὲν
[illegible]
ΒΑ ΑΓ [illegible] ΒΓ. [illegible] ΑΓ. αἱ δὲ ΒΓ ΓΑ. τῆς
ΑΒ. [illegible] ἡ ΒΑ ἐπὶ τὸ Δ σημεῖον καὶ κείσθω τῇ
ΓΑ ἴση ἡ ΑΔ. καὶ ἐπεζεύχθω [illegible] ἡ ΔΓ.
[illegible] ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΔΓ τῇ ὑπὸ ΑΓΔ· μεί-
ζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΓΔ τῆς ὑπὸ ΑΔΓ· καὶ ἐπεὶ τρίγωνόν
ἐστι τὸ ΔΓΒ μείζονα ἔχον τὴν ὑπὸ ΒΓΔ γωνίαν τῆς
[illegible] γωνίαν ἡ μείζων πλευ-
ρὰ ὑποτείνει. ἡ ΔΒ ἄρα τῆς ΒΓ ἐστὶ μείζων· ἴση δὲ ἡ
ΔΑ τῇ ΑΓ· μείζονες ἄρα αἱ ΒΑ
ΑΓ τῆς ΒΓ [illegible]
ὅτι καὶ μὲν ΑΒ ΒΓ τῆς ΓΑ μεί-
ζονές εἰσιν· αἱ δὲ ΒΓ ΓΑ τῆς ΑΒ·
παντὸς ἄρα τριγώνου αἱ δύο
πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζο-
νές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανό-
μεναι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·



κα Ἐὰν τριγώνου ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν ἀπὸ τῶν περάτων
δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συσταθῶσιν· αἱ συσταθεῖσαι τῆς λοι-
πῆς τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ἐλάττονες μὲν ἔσον-
ται· μείζονα δὲ γωνίαν περιέξουσιν· τριγώνου γὰρ



ἀπὸ τῶν πε[illegible]
[illegible]
δυνάμει [illegible]
[illegible]

[illegible] τῆς ΑΒ ΒΓ ΔΑ [illegible]

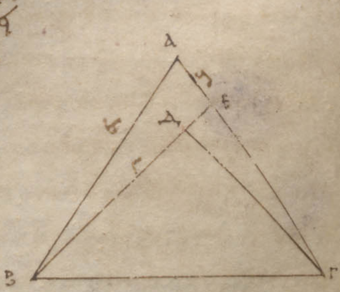


[illegible] τῆς ΒΓ [illegible] τῆς ΑΒ

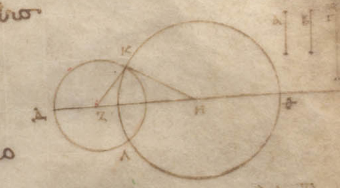


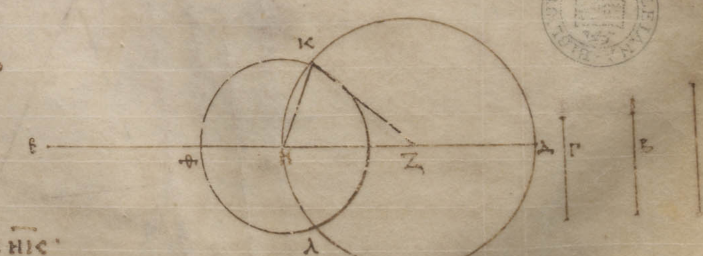
17

τοῦ ΑΒΓ ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν τῆς ΒΓ ἀπὸ τῶν περά-
των τῶν ΒΓ δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συνεστάτωσαν αἱ ΒΔ
ΔΓ· λέγω ὅτι αἱ ΒΔ ΔΓ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύ-
ο πλευρῶν τῶν ΒΑ ΑΓ ἐλάσσονές μέν εἰσι, μείζονα δὲ
γωνίαν περιέχουσι τὴν ὑπὸ ΒΔΓ τῆς ὑπὸ ΒΑΓ. διή-
χθω γὰρ ἡ ΒΔ ἐπὶ τὸ Ε. καὶ ἐπεὶ παντὸς τριγώνου αἱ
δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι. τοῦ ΑΒΕ ἄρα
τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ αἱ ΑΒ ΑΕ τῆς ΒΕ μείζονές
εἰσι· κοινὴ προσκείσθω ἡ ΕΓ· αἱ ἄρα ΒΑ ΑΓ τῶν ΒΕ
ΕΓ μείζονές εἰσι· πάλιν ἐπεὶ τοῦ ΓΕΔ τριγώνου αἱ δύ-
ο πλευραὶ αἱ ΓΕ ΕΔ τῆς ΓΔ μείζονές εἰσι. κοινὴ προ-
σκείσθω ἡ ΔΒ· αἱ ΓΕ ΕΒ ἄρα τῶν ΓΔ ΔΒ μείζονές
εἰσιν· ἀλλὰ τῶν ΒΕ ΕΓ μείζονες ἐδείχθησαν αἱ ΒΑ ΑΓ·
πολλῷ ἄρα αἱ ΒΑ ΑΓ τῶν ΒΔ ΔΓ μείζονές εἰσι. πά-
λιν ἐπεὶ παντὸς τριγώνου ἡ ἐκτὸς γωνία τῆς ἐν-
τὸς καὶ ἀπεναντίον μείζων ἐστί. τοῦ ΓΔΕ ἄρα τριγώ-
νου ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΒΔΓ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ
ΓΕΔ. διὰ ταὐτὰ τοίνυν καὶ τοῦ ΑΒΕ τριγώνου ἡ
ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΓΕΒ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΒΑΓ.
ἀλλὰ τῆς ὑπὸ ΓΕΒ μείζων ἐδεί-
χθη ἡ ὑπὸ ΒΔΓ· πολλῷ ἄρα
ἡ ὑπὸ ΒΔΓ μείζων ἐστὶ τῆς ὑ-
πὸ ΒΑΓ. ἐὰν ἄρα τριγώνου
ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν ἀπὸ
τῶν περάτων δύο εὐθεῖαι ἐν-
τὸς συσταθῶσιν. αἱ συστα-



θεῖσαι τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ἐλάττονες
μέν εἰσι. μείζονα δὲ γωνίαν περιέχουσιν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.
κβ' Ἐκ τριῶν εὐθειῶν αἵ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς δοθείσαις εὐθεί-
αις τρίγωνον συστήσασθαι· δεῖ δὴ τὰς δύο τῆς λοιπῆς
μείζονας εἶναι πάντῃ μεταλαμβανομένας. διὰ τὸ καὶ
παντὸς τριγώνου τὰς δύο πλευρὰς τῆς λοιπῆς μεί-
ζονας εἶναι πάντῃ μεταλαμβανομένας. ἔστωσαν αἱ δο-
θεῖσαι τρεῖς εὐθεῖαι αἱ Α Β Γ. ὧν αἱ δύο τῆς λοιπῆς μεί-
ζονες ἔστωσαν πάντῃ μεταλαμβανόμεναι. αἱ μὲν Α Β
τῆς Γ. αἱ δὲ Α Γ τῆς Β. καὶ ἔτι αἱ Β Γ τῆς Α. δεῖ δὴ ἐκ τῶν
ἴσων ταῖς Α Β Γ τρίγωνον συστήσασθαι. ἐκκείσθω τις
εὐθεῖα ἡ ΔΕ πεπερασμένη μὲν κατὰ τὸ Δ. ἄπειρος δὲ
κατὰ τὸ Ε. καὶ κείσθω τῇ μὲν Α ἴση ἡ ΔΖ. τῇ δὲ Β ἴση
ἡ ΖΗ. τῇ δὲ Γ ἴση ἡ ΗΘ. καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Ζ. διαστή-
ματι δὲ τῷ ΖΔ. κύκλος γεγράφθω ὁ ΔΚΛ. πάλιν
κέντρῳ μὲν τῷ Η. διαστήματι δὲ τῷ ΗΘ. κύκλος γε-
γράφθω ὁ ΚΛΘ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΖ ΚΗ. λέγω ὅ-
τι ἐκ τριῶν εὐθειῶν τῶν ἴσων ταῖς Α Β Γ τρίγωνον συνέ-
σταται τὸ ΚΖΗ. ἐπεὶ γὰρ τὸ Ζ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΔΚΛ
κύκλου. ἴση ἐστὶν ἡ ΖΔ
τῇ ΖΚ. ἀλλὰ ἡ ΖΔ τῇ
Α ἐστὶν ἴση. καὶ ἡ ΚΖ ἄρα
τῇ Α ἐστὶν ἴση. πάλιν
ἐπεὶ τὸ Η σημεῖον κέν-
τρον ἐστὶ τοῦ ΛΚΘ κύ-
κλου. ἴση ἐστὶν ἡ ΗΘ τῇ ΗΚ·





[illegible]

τῇ ΖΗ· τὴν ΒΓ [illegible]

[illegible] ἴσας [illegible]

[illegible] τρίγωνον [illegible] ΔΒΓ [illegible]

Πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ [illegible]

[illegible] δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ, [illegible]

γραμμον συστήσασθαι [illegible]

ΑΒ [illegible] πρὸς [illegible]

εὐθύγραμμος [illegible]



αὐτῇ ΑΒ [illegible]

[illegible] γωνίαι εὐθυγράμμοι [illegible]

εὐθύγραμμον συστήσασθαι [illegible]

[illegible] ΓΑ [illegible]

ΔΕ [illegible]

ΓΕ τρίγωνον [illegible]

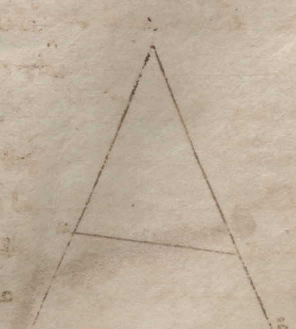
[illegible] ΔΖ [illegible] ΔΗ [illegible]

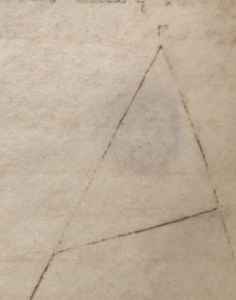
τῇ ΖΗ [illegible]

[illegible]

[illegible] γωνίαι [illegible]

ὑπὸ ΔΓΕ [illegible]





ε

[illegible] ὑπὸ ΔΓΕ ἴση γωνία [illegible]

[illegible] γωνίαν εὐθύγραμμον [illegible]

γραμμον συνέσταται ἡ ὑπὸ [illegible] ὅπερ ἔδει ποιῆσαι

[illegible] δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς [illegible]

[illegible] ἑκατέρᾳ [illegible]

[illegible] γωνίαν [illegible] μείζονα [illegible]

[illegible] ΑΒΓ ΔΕΖ τὰς δύο πλευρὰς τὰς

[illegible] ΔΕ ΔΖ [illegible]

[illegible] ἑκατέρᾳ· τὴν μὲν ΑΒ [illegible]

[illegible] γωνία δὲ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνίας τῆς ὑπὸ ΕΔΖ

μείζων [illegible] ΒΓ. βάσεως τῆς ΕΖ

[illegible] ΒΓ βάσις τῆς ΕΖ

[illegible]

[illegible] γωνίᾳ ἴση [illegible]

ΕΔΗ [illegible] ΑΓ [illegible] ΔΗ· καὶ

[illegible] ΑΒ

[illegible]

[illegible]

[illegible] ΔΖ [illegible]





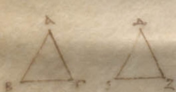


[illegible]

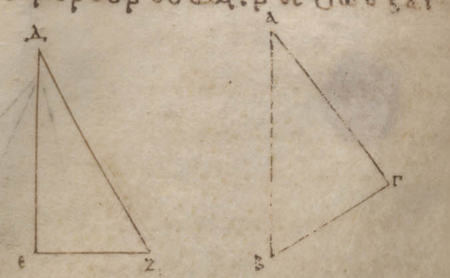
τῆς ὑπὸ ΕΗΖ· καὶ ἐπεὶ τρίγωνόν ἐστι τὸ ΕΖΗ μείζονα ἔχον
ἄτοπ(ον) τὴν ὑπὸ ΕΖΗ γωνίαν τῆς ὑπὸ ΕΗΖ, ὑπὸ δὲ τὴν μείζο-
να γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει· μείζων ἄρα
καὶ πλευρὰ ἡ ΕΗ τῆς ΕΖ. ἴση δὲ ἡ ΕΗ τῇ ΒΓ· μείζων
ἄρα καὶ ἡ ΒΓ τῆς ΕΖ. ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο
πλευρὰς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέ-
ρᾳ, τὴν δὲ γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔχῃ τὴν
ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν
τῆς βάσεως μείζονα ἕξει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



κε Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς δυσὶ πλευραῖς ἴ-
σας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν δὲ βάσιν τῆς
βάσεως μείζονα ἔχῃ, καὶ τὴν γωνίαν τῆς γωνίας
μείζονα ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομέ-
νην. ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ τὰς δύο πλευ-
ρὰς τὰς ΑΒ ΑΓ ταῖς δυσὶ πλευραῖς ταῖς ΔΕ ΔΖ ἴσας
ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ,
τὴν δὲ ΑΓ τῇ ΔΖ· βάσις δὲ ἡ ΒΓ βάσεως τῆς ΕΖ
μείζων ἔστω· λέγω ὅτι καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνίας
τῆς ὑπὸ ΕΔΖ μείζων ἐστίν. εἰ γὰρ μή, ἤτοι ἴση ἐστὶν
αὐτῇ ἢ ἐλάσσων· ἴση μὲν οὖν οὐκ ἔστιν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ
τῇ ὑπὸ ΕΔΖ· ἴση
γὰρ ἂν ἦν καὶ βάσις
ἡ ΒΓ βάσει τῇ ΕΖ·
οὐκ ἔστι δέ· οὐκ ἄ-
ρα ἴση ἐστὶ γωνία
ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ

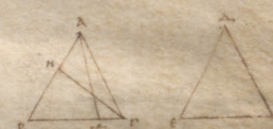


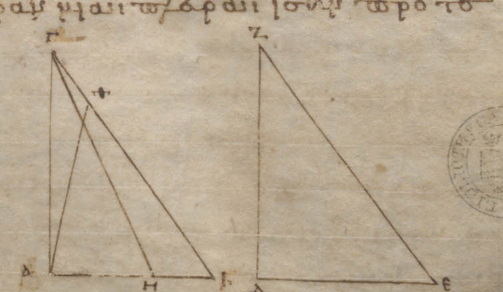




οὐδὲ μὴν ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῆς ὑπὸ ΕΔΖ· ἐ-
λάσσων γὰρ ἂν ἦν καὶ βάσις ἡ ΒΓ βάσεως τῆς ΕΖ· οὐκ ἔστι
ἄτοπ(ον) δέ· οὐκ ἄρα ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῆς ὑπὸ ΕΔΖ· ἐ-
δείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ ἴση· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ
τῆς ὑπὸ ΕΔΖ· ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευ-
ρὰς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ·
τὴν δὲ βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἔχῃ, καὶ τὴν γωνί-
αν τῆς γωνίας μείζονα ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθει-
ῶν περιεχομένην· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κϛ Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο γωνίας δυσὶ γωνίαις ἴσας
ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευ-
ρᾷ ἴσην, ἤτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις ἢ τὴν
ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν, καὶ τὰς λοι-
πὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει ἑ-
κατέραν ἑκατέρᾳ καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοι-
πῇ γωνίᾳ. ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ τὰς
δύο γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΒΓ ΒΓΑ δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΔΕΖ
ΕΖΔ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν μὲν ὑ-
πὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, τὴν δὲ ὑπὸ ΒΓΑ τῇ ὑπὸ ΕΖΔ·
ἐχέτω δὲ καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην, πρότε-
ρον τὴν πρὸς ταῖς ἴ-
σαις γωνίαις, τὴν
ΒΓ τῇ ΕΖ· λέγω ὅτι
καὶ τὰς λοιπὰς πλευ-
ρὰς ταῖς λοιπαῖς
πλευραῖς ἴσας ἕξει











ἑκατέραν ἑκατέρᾳ [illegible] τὴν ΔΕ, τὴν δὲ ΒΓ τῇ
ΔΖ· καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ, τὴν ὑπὸ
ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ· εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΔΕ, μί-
α αὐτῶν μείζων ἐστίν· ἔστω μείζων ἡ ΑΒ, καὶ κείσθω τῇ
ΔΕ ἴση ἡ ΒΗ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΗΓ· ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν
ΒΗ τῇ ΔΕ, ἡ δὲ ΒΓ τῇ ΕΖ, δύο δὴ αἱ ΒΗ ΒΓ δυσὶ ταῖς
ΔΕ ΕΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ
ΗΒΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἴση ἐστί· βάσις ἄρα ἡ ΗΓ βάσει
τῇ ΔΖ ἴση ἐστί, καὶ τὸ ΗΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ
τριγώνῳ ἴσον ἐστί, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς
γωνίαις ἴσαι ἔσονται, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτεί-
νουσιν· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΗΓΒ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΖΕ·
ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΔΖΕ τῇ ὑπὸ ΒΓΑ ὑπόκειται ἴση· καὶ ἡ ὑ-
πὸ ΒΓΗ ἄρα τῇ ὑπὸ ΒΓΑ ἴση ἐστίν, ἡ ἐλάσσων τῇ
μείζονι· ὅπερ ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ΑΒ
τῇ ΔΕ· ἴση ἄρα· ἔστι δὲ καὶ ἡ ΒΓ τῇ ΕΖ ἴση· δύο δὴ
αἱ ΑΒ ΒΓ δυσὶ ταῖς ΔΕ ΕΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέ-
ρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἴση ἐστί·
βάσις ἄρα ἡ ΑΓ βάσει τῇ ΔΖ ἴση ἐστί, καὶ λοιπὴ
γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ λοιπῇ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ
ἴση ἐστίν· ἀλλὰ δὴ πάλιν ἔστωσαν αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας
γωνίας πλευρὰς ὑποτείνουσαι ἴσαι, ὡς ἡ ΑΒ τῇ ΔΕ· λέ-
γω πάλιν ὅτι καὶ αἱ λοιπαὶ πλευραὶ ταῖς λοιπαῖς πλευ-
ραῖς ἴσαι ἔσονται, ἡ μὲν ΑΓ τῇ ΔΖ, ἡ δὲ ΒΓ τῇ
ΕΖ· καὶ ἔτι ἡ λοιπὴ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ λοιπῇ γω-
νίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἴση ἐστίν· εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ΒΓ





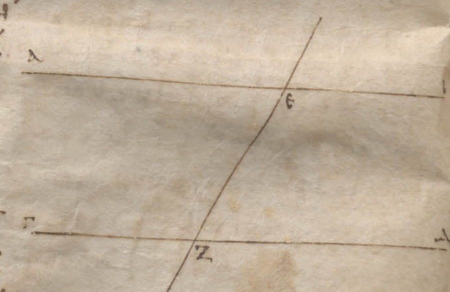


α

τῇ ΕΖ, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν· ἔστω εἰ δυνατὸν μείζων ἡ
ΒΓ καὶ κείσθω τῇ ΕΖ ἴση ἡ ΒΘ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΘ· καὶ ἐπεὶ
ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΒΘ τῇ ΕΖ, ἡ δὲ ΑΒ τῇ ΔΕ, δύο δὴ αἱ ΑΒ
ΒΘ δυσὶ ταῖς ΔΕ ΕΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ
γωνίας ἴσας περιέχουσιν· βάσις ἄρα ἡ ΑΘ βάσει τῇ
ΔΖ ἴση ἐστί, καὶ τὸ ΑΒΘ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ ἴ-
σον ἐστί, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι
ἔσονται, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα
ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΘΑ γωνία τῇ ὑπὸ ΕΖΔ· ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΕΖΔ
τῇ ὑπὸ ΒΓΑ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΒΘΑ ἄρα τῇ ὑπὸ ΒΓΑ
ἐστὶν ἴση· τριγώνου δὴ τοῦ ΑΘΓ ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑ-
πὸ ΒΘΑ ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ΒΓΑ·
ὅπερ ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ΒΓ τῇ ΕΖ· ἴ-
ση ἄρα· ἔστι δὲ καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΔΕ ἴση· δύο δὴ αἱ ΑΒ ΒΓ δυ-
σὶ ταῖς ΔΕ ΕΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνίας
ἴσας περιέχουσι· βάσις ἄρα ἡ ΑΓ βάσει τῇ ΔΖ ἴση ἐστί,
καὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ ἴσον ἐστί,
καὶ ἡ λοιπὴ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ λοιπῇ γωνίᾳ τῇ ὑ-
πὸ ΕΔΖ ἴση· ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο γωνί-
ας ταῖς δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ
[illegible]
[illegible] ὅπερ ἔδει δεῖξαι

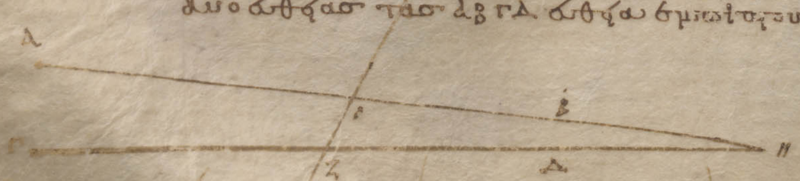
[illegible]

γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι. εἰς γὰρ δύο εὐθείας τὰς ΑΒ ΓΔ εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἡ ΕΖ τὰς ἐναλλὰξ γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΕΖ ΕΖΔ ἴσας ἀλλήλαις ποιείτω. λέγω ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ. εἰ γὰρ μή, ἐκβαλλόμεναι αἱ ΑΒ ΓΔ συμπεσοῦνται ἤτοι ἐπὶ τὰ Β Δ μέρη ἢ ἐπὶ τὰ Α Γ. ἐκβεβλήσθωσαν καὶ συμπιπτέτωσαν ἐπὶ τὰ Β Δ μέρη κατὰ τὸ Η. τριγώνου δὴ τοῦ ΗΕΖ ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΑΕΖ ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ΕΖΗ. ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα αἱ ΑΒ ΓΔ ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται ἐπὶ τὰ Β Δ μέρη. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται ὅτι οὐδὲ ἐπὶ τὰ Α Γ. αἱ δὲ ἐπὶ μηδέτερα τὰ μέρη συμπίπτουσαι παράλληλοί εἰσι. παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ. ἐὰν ἄρα εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται αἱ εὐθεῖαι. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



ΚΗ

Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὴν ἐκτὸς γωνίαν τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην ποιῇ ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας, παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι. εἰς γὰρ δύο εὐθείας τὰς ΑΒ ΓΔ εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἡ ΕΖ τὴν



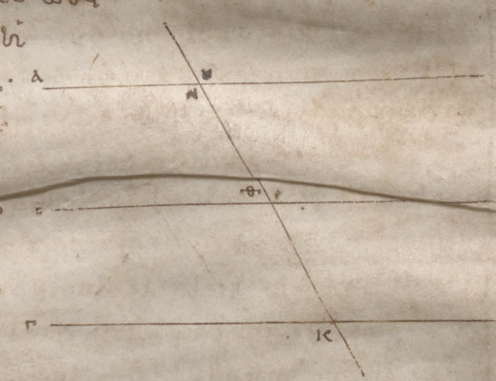
ἐκτὸς γωνίαν τὴν ὑπὸ ΕΗΒ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ΗΘΔ ἴσην ποιείτω ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰς ὑπὸ ΒΗΘ ΗΘΔ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας. λέγω ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ. ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΕΗΒ τῇ ὑπὸ ΗΘΔ, ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΕΗΒ τῇ ὑπὸ ΑΗΘ ἐστὶν ἴση, καὶ ἡ ὑπὸ ΑΗΘ ἄρα τῇ ὑπὸ ΗΘΔ ἐστὶν ἴση. καί εἰσιν ἐναλλάξ. παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ. πάλιν ἐπεὶ αἱ ὑπὸ ΒΗΘ ΗΘΔ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν, εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ὑπὸ ΑΗΘ ΒΗΘ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι, αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΗΘ ΒΗΘ ταῖς ὑπὸ ΒΗΘ ΗΘΔ ἴσαι εἰσίν. κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ὑπὸ ΒΗΘ. λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΗΘ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΗΘΔ ἐστὶν ἴση. καί εἰσιν ἐναλλάξ. παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ. ἐὰν ἄρα εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὴν ἐκτὸς γωνίαν τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην ποιῇ ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας, παράλληλοι ἔσονται αἱ εὐθεῖαι. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



Ἡ εἰς τὰς παραλλήλους εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τάς τε ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ καὶ τὴν ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴσην καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας. εἰς γὰρ παραλλήλους εὐθείας τὰς ΑΒ ΓΔ εὐθεῖα ἐμπιπτέτω ἡ ΕΖ.

μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΗΘ [illegible] ὑπὸ ΗΘΔ ἴσων
ποιεῖ [illegible]
[illegible] ὑπὸ ΒΗΘ ΗΘΔ [illegible]
[illegible] ὑπὸ ΒΗΘ ΗΘΔ δυσὶν
ὀρθαῖς [illegible] ἡ ὑπὸ ΑΗΘ [illegible]
[illegible] μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΗΘ
μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΗΘ τῆς ὑπὸ ΗΘΔ. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΒΗΘ. αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΗΘ ΒΗΘ τῶν ὑπὸ ΒΗΘ
ΗΘΔ μείζονές εἰσιν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ ΑΗΘ ΘΗΒ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. καὶ αἱ ἄρα ὑπὸ ΒΗΘ ΗΘΔ δύο ὀρθῶν
[illegible] εἰσίν. αἱ δὲ ἀπ' ἐλασσόνων ἢ δύο ὀρθῶν ἐκβαλλόμεναι
[illegible] ἄρα ΑΒ ΓΔ
[illegible]
[illegible] ἐκβαλλόμεναι [illegible] οὐκ ἄρα
ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΗΘ τῇ ὑπὸ ΗΘΔ. ἴση ἄρα
ἡ ὑπὸ ΑΗΘ τῇ ὑπὸ ΕΗΒ ἐστὶν ἴση. καὶ ἡ ὑπὸ ΕΗΒ [illegible]
ὑπὸ ΗΘΔ ἐστὶν ἴση. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΗΘΔ [illegible]
[illegible] ὑπὸ ΕΗΒ ΒΗΘ ταῖς ὑπὸ ΒΗΘ ΗΘΔ ἴσαι εἰσίν [illegible]
[illegible] ΕΗΒ ΒΗΘ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. καὶ αἱ ὑπὸ ΒΗ
ΗΘΔ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς
[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]

[illegible]
[illegible]
[illegible] παραλλήλων [illegible]
[illegible] παράλληλος [illegible]
[illegible] παραλλήλους εὐθείας [illegible]
[illegible] ἡ ΗΚ. ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΗΚ τῇ ὑπὸ [illegible]
[illegible] παραλλήλους εὐθείας [illegible]
[illegible] ἡ ΗΚ. ἴση ἐστὶν ἡ
[illegible] τῇ ὑπὸ ΗΚΔ.



[illegible] ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔΗΚ
[illegible] ὑπὸ ΗΘΖ
[illegible] ὑπὸ ΔΗΚ ἄρα τῇ ὑπὸ
ΗΚΔ ἐστὶν ἴση [illegible]
[illegible] παράλληλος
[illegible] τῇ ΓΔ [illegible]
[illegible]

[illegible] δοθέντος σημείου τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ παράλληλον
εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν [illegible]
[illegible] δοθὲν σημεῖον [illegible] εὐθεῖα
παράλληλον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν [illegible]
[illegible]

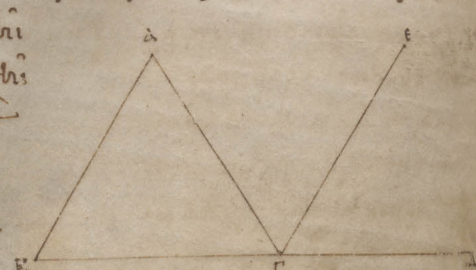


[illegible]
[illegible] ἄρα [illegible]
[illegible] ἐστὶ

ἡ ὑπὸ ΔΑΕ· καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπ' εὐθείας τῇ ΕΑ εὐθεῖα ἡ ΑΖ. καὶ ἐπεὶ εἰς δύο εὐθείας τὰς ΒΓ, ΕΖ εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἡ ΑΔ τὰς ἐναλλὰξ γωνίας τὰς ὑπὸ ΕΑΔ, ΑΔΓ ἴσας ἀλλήλαις πεποίηκεν, παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΑΖ τῇ ΒΓ. διὰ τοῦ δοθέντος ἄρα σημείου τοῦ Α τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΒΓ παράλληλος εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΕΑΖ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:—

λβ

Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης ἡ ἐκτὸς γωνία δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴση ἐστί· καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ καὶ προσεκβεβλήσθω αὐτοῦ μία πλευρὰ ἡ ΒΓ ἐπὶ τὸ Δ. λέγω ὅτι ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ ἴση ἐστὶ δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ταῖς ὑπὸ ΓΑΒ, ΑΒΓ· καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ, ΓΑΒ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ Γ σημείου τῇ ΑΒ εὐθείᾳ παράλληλος ἡ ΓΕ. καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΕ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἡ ΑΓ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΒΑΓ, ΑΓΕ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. πάλιν ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΕ καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν εὐθεῖα ἡ ΒΔ, ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΕΓΔ ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ΑΒΓ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΕ τῇ ὑπὸ ΒΑΓ ἴση· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΔ ἐκτὸς γωνί-



α

α ἴση ἐστὶ δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ταῖς ὑπὸ ΒΑΓ, ΑΒΓ. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΓΒ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΓΔ, ΑΓΒ τρισὶ ταῖς ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ, ΒΑΓ ἴσαι εἰσίν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ ΑΓΔ, ΑΓΒ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσί· καὶ αἱ ὑπὸ ΑΓΒ, ΓΒΑ, ΓΑΒ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσί. παντὸς ἄρα τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης ἡ ἐκτὸς γωνία δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴση ἐστί· καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—

λγ

Αἱ τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι καὶ αὐταὶ ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν. ἔστωσαν ἴσαι τε καὶ παράλληλοι αἱ ΑΒ, ΓΔ καὶ ἐπιζευγνύτωσαν αὐτὰς ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη εὐθεῖαι αἱ ΑΓ, ΒΔ. λέγω ὅτι καὶ αἱ ΑΓ, ΒΔ ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν. ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ. καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἡ ΒΓ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΔ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ, κοινὴ δὲ ἡ ΒΓ, δύο δὴ αἱ ΑΒ, ΒΓ δυσὶ ταῖς ΒΓ, ΓΔ ἴσαι εἰσί· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΓΔ ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΑΓ βάσει τῇ ΒΔ ἐστὶν ἴση· καὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΒΓΔ τριγώνῳ ἴσον ἐστί· καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι



πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΒ γωνία τῇ ὑπὸ
ΓΒΔ· καὶ ἐπεὶ εἰς δύο εὐθείας τὰς ΑΓ ΒΔ εὐθεῖα ἐμπίπτουσα
ἡ ΒΓ τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις πεποίη-
κεν, παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ
ΒΔ· ἐδείχθη δὲ αὐτῇ καὶ ἴση· αἱ ἄρα τὰς ἴσας τε καὶ πα-
ραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι καὶ
αὐταὶ ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λδ Τῶν παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναντίον πλευ-
ραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί, καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ
δίχα τέμνει. Ἔστω παραλληλόγραμμον χωρίον τὸ ΑΓΔΒ,
διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΒΓ· λέγω ὅτι τοῦ ΑΓΔΒ παραλ-
ληλογράμμου αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴ-
σαι ἀλλήλαις εἰσί, καὶ ἡ ΒΓ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει·
ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ καὶ εἰς αὐτὰς ἐμ-
πέπτωκεν εὐθεῖα ἡ ΒΓ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΒΓ
ΒΓΔ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί· πάλιν ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν
ἡ ΑΓ τῇ ΒΔ καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἡ ΒΓ, αἱ ἐναλ-
λὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΓΒ ΓΒΔ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί· δύο δὴ
τρίγωνά ἐστι τὰ ΑΒΓ ΒΓΔ τὰς δύο γωνίας τὰς ὑπὸ
ΑΒΓ ΒΓΑ δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΒΓΔ ΓΒΔ ἴσας ἔχοντα ἑκατέ-
ραν ἑκατέρᾳ καὶ μίαν
πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ
ἴσην τὴν πρὸς ταῖς ἴ-
σαις γωνίαις κοινὴν
αὐτῶν τὴν ΒΓ· καὶ τὰς
λοιπὰς ἄρα πλευρὰς



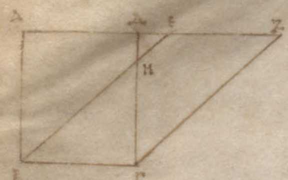
ΝΖ

ταῖς λοιπαῖς ἴσας ἕξει ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ τὴν λοιπὴν
γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ· ἴση ἄρα ἡ μὲν ΑΒ πλευρὰ
τῇ ΓΔ· ἡ δὲ ΑΓ τῇ ΒΔ· καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῇ ὑ-
πὸ ΓΔΒ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑ-
πὸ ΒΓΔ· ἡ δὲ ὑπὸ ΓΒΔ τῇ ὑπὸ ΑΓΒ· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ
ΑΒΔ ὅλῃ τῇ ὑπὸ ΑΓΔ ἐστὶν ἴση· ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ
ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΓΔΒ ἴση· τῶν ἄρα παραλληλογράμμων
χωρίων αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλ-
λήλαις εἰσί· λέγω δὴ ὅτι καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα
τέμνει· ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ, κοινὴ δὲ ἡ ΒΓ
δύο δὴ αἱ ΑΒ ΒΓ δυσὶ ταῖς ΓΔ, ΒΓ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα
ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ
ΒΓΔ ἴση· καὶ βάσις ἄρα ἡ ΑΓ τῇ ΔΒ ἐστὶν ἴση· καὶ τὸ
ΑΒΓ ἄρα τρίγωνον τῷ ΒΓΔ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν·
ἡ ἄρα ΒΓ διάμετρος δίχα τέμνει τὸ ΑΒΓΔ παραλ-
ληλόγραμμον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λε Τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄν-
τα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.
Ἔστω παραλληλόγραμμα τὰ ΑΒΓΔ, ΕΒΓΖ ἐπὶ τῆς αὐ-
τῆς βάσεως τῆς ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις
ταῖς ΑΖ ΒΓ· λέγω ὅτι
ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ τῷ
ΕΒΓΖ· ἐπεὶ γὰρ πα-
ραλληλόγραμμόν ἐστι
τὸ ΑΒΓΔ, ἴση ἐστὶν ἡ
ΑΔ τῇ ΒΓ· διὰ τὰ αὐ-



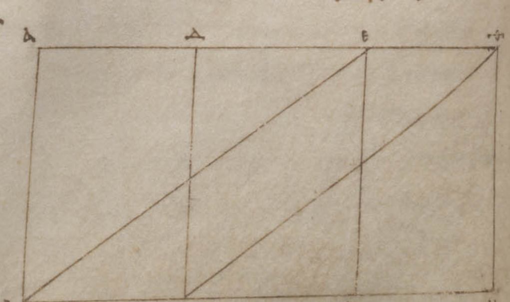




τὰ δὴ καὶ ἡ ΕΖ τῇ ΒΓ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ΑΔ τῇ ΕΖ ἐστὶν ἴση· καὶ κοινὴ ἡ ΔΕ· ὅλη ἄρα ἡ ΑΕ ὅλῃ τῇ ΔΖ ἐστὶν ἴση. ἔστι δὲ καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΔΓ ἴση· δύο δὴ αἱ ΕΑ ΑΒ δυσὶ ταῖς ΖΔ ΔΓ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΖΔΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΑΒ ἐστὶν ἴση ἡ ἐκτὸς τῇ ἐντός· βάσις ἄρα ἡ ΕΒ βάσει τῇ ΖΓ ἴση ἐστί· καὶ τὸ ΕΑΒ τρίγωνον τῷ ΔΖΓ τριγώνῳ ἴσον ἔσται· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΔΗΕ· λοιπὸν ἄρα τὸ ΑΒΗΔ τραπέζιον λοιπῷ τῷ ΕΗΓΖ τραπεζίῳ ἐστὶν ἴσον· κοινὸν προσκείσθω τὸ ΗΒΓ τρίγωνον· ὅλον ἄρα τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον ὅλῳ τῷ ΕΒΓΖ παραλληλογράμμῳ ἴσον ἐστί· τὰ ἄρα παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :~

λϛ

Τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν. ἔστω παραλληλόγραμμα τὰ ΑΒΓΔ ΕΖΗΘ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα τῶν ΒΓ ΖΗ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΑΘ ΒΗ· λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον τῷ ΖΗΘΕ· ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΕ ΓΘ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΖΗ· ἀλλὰ ἡ ΖΗ τῇ ΕΘ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ΒΓ ἄρα τῇ ΕΘ ἐστὶν ἴση· εἰσὶ δὲ καὶ



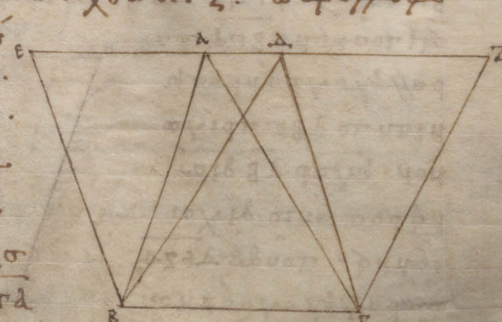
ΒΓ ἴση ΕΘ ἴση

Εἰ γὰρ διεστήκασι αἱ βάσεις [illegible] … [illegible]

παράλληλοι καὶ ἐπιζευγνύουσιν αὐτὰς αἱ ΕΒ ΘΓ· αἱ δὲ τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσι· καὶ αἱ ΕΒ ΘΓ ἄρα ἴσαι τέ εἰσι καὶ παράλληλοι· παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΕΒΓΘ· καὶ ἐστὶν ἴσον τῷ ΑΒΓΔ· βάσιν τε γὰρ αὐτῷ τὴν αὐτὴν ἔχει τὴν ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστὶν αὐτῷ ταῖς ΒΓ ΑΘ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΕΖΗΘ τῷ αὐτῷ τῷ ΕΒΓΘ ἐστὶν ἴσον· ὥστε καὶ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον τῷ ΕΖΗΘ ἐστὶν ἴσον· τὰ ἄρα παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :~

λζ

Τὰ τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ἔστω τρίγωνα τὰ ΑΒΓ ΔΒΓ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΑΔ ΒΓ· λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΒΓ τριγώνῳ· ἐκβεβλήσθω ἡ ΑΔ ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ τὰ Ε Ζ· καὶ διὰ μὲν τοῦ Β τῇ ΓΑ παράλληλος ἤχθω ἡ ΒΕ· διὰ δὲ τοῦ Γ τῇ ΒΔ παράλληλος ἤχθω ἡ ΓΖ· παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶν ἑκάτερον τῶν ΕΒΓΑ ΔΒΓΖ· καὶ ἴσον τὸ ΕΒΓΑ τῷ ΔΒΓΖ· ἐπί γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεώς εἰσι τῆς ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΓ ΕΖ· καὶ ἐστὶ τοῦ μὲν ΕΒΓΑ

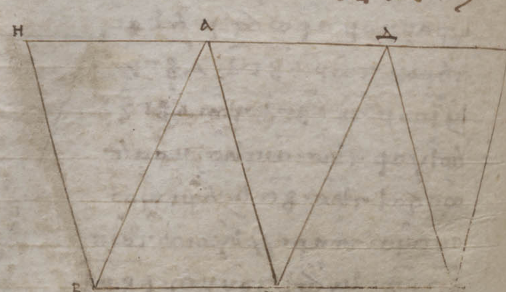


[illegible] … ὄντα ἤτοι ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως εἶναι

ἀπὸ λα παραλληλογράμμου ἥμισυ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον· ἡ γὰρ ΑΒ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει· τοῦ δὲ ΔΒΓΖ παραλληλογράμμου ἥμισυ τὸ ΔΒΓ τρίγωνον· ἡ γὰρ ΔΓ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει· τὰ δὲ τῶν ἴσων ἡμίση ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΒΓ τριγώνῳ· τὰ ἄρα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :—

λη

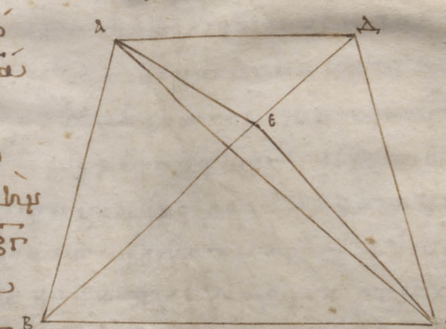
Τὰ τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ἔστω τρίγωνα τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ ἐπὶ ἴσων βάσεων τῶν ΒΓ ΕΖ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις [illegible] ΑΔ· λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ· ἐκβεβλήσθω (ἀπὸ λα) γὰρ ἡ ΑΔ ἐφ᾽ ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ τὰ Η Θ· καὶ διὰ μὲν τοῦ Β τῇ ΓΑ παράλληλος ἤχθω ἡ ΒΗ· διὰ δὲ τοῦ Ζ τῇ ΔΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΖΘ· παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶν ἑκάτερον τῶν ΗΒΓΑ ΔΕΖΘ· καὶ ἴσον τὸ ΗΒΓΑ τῷ ΔΕΖΘ· ἐπί τε γὰρ ἴσων βάσεών εἰσι τῶν ΒΓ ΕΖ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΖ ΗΘ· καί ἐστι τοῦ μὲν ΗΒΓΑ παραλληλογράμμου ἥμισυ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον· ἡ γὰρ ΑΒ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει· τοῦ δὲ ΔΕΖΘ παραλληλογράμμου



ἥμισυ τὸ ΖΕΔ τρίγωνον· ἡ γὰρ ΖΔ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει· τὰ δὲ τῶν ἴσων ἡμίση ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ· τὰ ἄρα τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :—

λθ

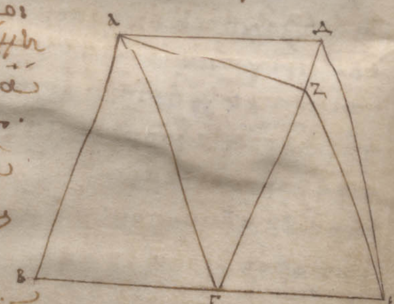
Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν· ἔστω ἴσα τρίγωνα τὰ ΑΒΓ ΔΒΓ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα τῆς ΒΓ· λέγω ὅτι καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν· ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΑΔ· λέγω ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΔ τῇ ΒΓ· (ἀπὸ λα) εἰ γὰρ μή, ἤχθω διὰ τοῦ Α σημείου τῇ ΒΓ εὐθείᾳ παράλληλος ἡ ΑΕ, (ἀπὸ λζ) καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΓ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΕΒΓ τριγώνῳ· ἐπί τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεώς ἐστιν αὐτῷ τῆς ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις· ἀλλὰ τὸ ΑΒΓ τῷ ΔΒΓ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ΔΒΓ ἄρα τῷ ΕΒΓ ἴσον ἐστὶ τὸ μεῖζον τῷ ἐλάσσονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΕ τῇ ΒΓ· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδ᾽ ἄλλη τις πλὴν τῆς ΑΔ· ἡ ΑΔ ἄρα τῇ ΒΓ ἐστὶ παράλληλος· τὰ ἄρα ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :—



μ

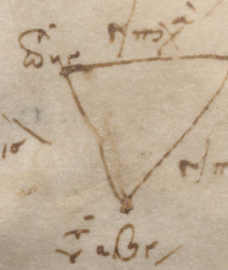
Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα, καὶ ἐν ταῖς

αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν· ἔστω ἴσα τρίγωνα τὰ ΑΒΓ
ΓΔΕ. ἐπὶ ἴσων βάσεων τῶν ΒΓ ΓΕ. λέγω ὅτι καὶ ἐν ταῖς
αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν· ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΑΔ. λέ-
γω ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΔ τῇ ΒΕ. εἰ γὰρ μή, ἤχθω
διὰ τοῦ Α τῇ ΒΕ παράλληλος ἡ ΑΖ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΕ.
ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΖΓΕ τριγώνῳ·
ἐπί τε γὰρ ἴσων βάσεών εἰσι τῶν ΒΓ ΓΕ. καὶ ἐν ταῖς αὐ-
ταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΕ ΑΖ. ἀλλὰ τὸ ΑΒΓ τρίγω-
νον ἴσον ἐστὶ τῷ ΔΓΕ τριγώνῳ. καὶ τὸ ΔΓΕ ἄρα
τρίγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ ΖΓΕ τριγώνῳ. τὸ μεῖζον
τῷ ἐλάσσονι. ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα πα-
ράλληλος ἡ ΑΖ τῇ ΒΕ. ὁμοίως
δὴ δείξομεν ὅτι οὐδ᾽ ἄλλη
τις πλὴν τῆς ΑΔ. ἡ ΑΔ ἄ-
ρα τῇ ΒΕ ἐστὶ παράλληλος.
τὰ ἄρα ἴσα τρίγωνα τὰ
ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα. καὶ
ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλή-
λοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:



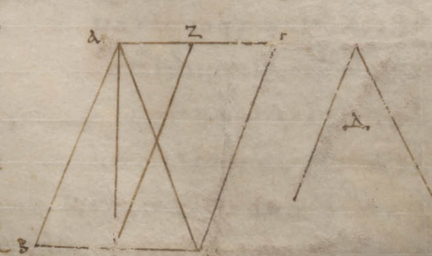
μα Ἐὰν παραλληλόγραμμον τριγώνῳ βάσιν τε ἔχῃ τὴν
αὐτὴν καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ᾖ, διπλάσιόν
ἐστι τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου· παραλ-
ληλόγραμμον γὰρ τὸ ΑΒΓΔ τριγώνῳ τῷ ΕΒΓ βάσιν τε
ἐχέτω τὴν αὐτὴν τὴν ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλ-
λήλοις ἔστω ταῖς ΒΓ ΑΕ. λέγω ὅτι διπλάσιόν ἐστι τὸ
ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον τοῦ ΒΕΓ τριγώνου· ἐπε-

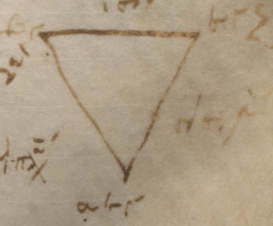




ζεύχθω γὰρ ἡ ΑΓ. ἴσον δή ἐστι
τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΕΒΓ τρι-
γώνῳ· ἐπί τε γὰρ τῆς αὐτῆς
βάσεώς ἐστιν αὐτῷ τῆς ΒΓ
καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις
ταῖς ΒΓ ΑΕ. ἀλλὰ τὸ ΑΒΓΔ πα-
ραλληλόγραμμον διπλάσι-
όν ἐστι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου· ἡ γὰρ ΑΓ διάμετρος αὐτὸ δίχα
τέμνει· ὥστε τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον καὶ τοῦ ΕΒΓ
τριγώνου ἐστὶ διπλάσιον· ἐὰν ἄρα παραλληλόγραμ-
μον τριγώνῳ βάσιν τε ἔχῃ τὴν αὐτὴν καὶ ἐν ταῖς αὐ-
ταῖς παραλλήλοις ᾖ, διπλάσιόν ἐστι τὸ παραλληλό-
γραμμον τοῦ τριγώνου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

μβ Τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστή-
σασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ· ἔστω τὸ
μὲν δοθὲν τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐ-
θύγραμμος ἡ Δ. δεῖ δὴ τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ ἴσον πα-
ραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ Δ γωνίᾳ
εὐθυγράμμῳ· τετμήσθω ἡ ΒΓ δίχα κατὰ τὸ Ε καὶ ἐπε-
ζεύχθω ἡ ΑΕ καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΕΓ εὐθείᾳ καὶ τῷ
πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Ε
τῇ Δ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ
ΓΕΖ. καὶ διὰ μὲν τοῦ Α τῇ ΕΓ
παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΗ. δι-
ὰ δὲ τοῦ Γ τῇ ΖΕ παράλλη-
λος ἤχθω ἡ ΓΗ· παράλλη-





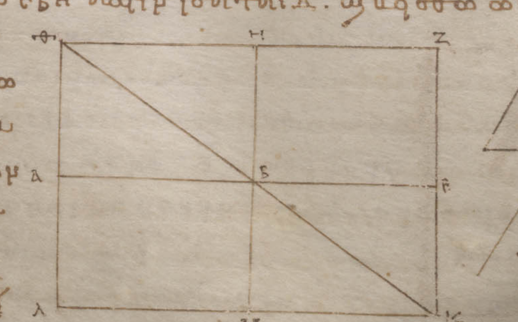
λόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΖΕΓΗ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΕΓ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ΑΒΕ τρίγωνον τῷ ΑΕΓ τριγώνῳ· ἐπί τε γὰρ ἴσων βάσεών εἰσι τῶν ΒΕ ΕΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΓ ΑΗ· διπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τοῦ ΑΕΓ τριγώνου. ἔστι δὲ καὶ τὸ ΖΕΓΗ παραλληλόγραμμον διπλάσιον τοῦ ΑΕΓ τριγώνου· βάσιν τε γὰρ αὐτῷ τὴν αὐτὴν ἔχει καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς ἐστὶν αὐτῷ παραλλήλοις· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΖΕΓΗ παραλληλόγραμμον τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ· καὶ ἔχει τὴν ὑπὸ ΓΕΖ γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ τῇ Δ. τῷ ἄρα δοθέντι τριγώνῳ ΑΒΓ ἴσον παραλληλόγραμμον συνέσταται τὸ ΖΕΓΗ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΖΕΓ ἥτις ἐστὶν ἴση τῇ Δ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:—

μγ Παντὸς παραλληλογράμμου τῶν περὶ τὴν διάμετρον παραλληλογράμμων τὰ παραπληρώματα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν. ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΑΓ· περὶ δὲ τὴν ΑΓ παραλληλόγραμμα μὲν ἔστω τὰ ΕΘ ΖΗ, τὰ δὲ λεγόμενα παραπληρώματα τὰ ΒΚ ΚΔ· λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΒΚ παραπλήρωμα τῷ ΚΔ παραπληρώματι. ἐπεὶ γὰρ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΑΓ, ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΓΔ τριγώνῳ. πάλιν ἐπεὶ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ ΕΘ, διάμετρος δὲ

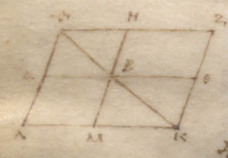


αὐτοῦ ἐστιν ἡ ΑΚ, ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΕΚ τρίγωνον τῷ ΑΘΚ τριγώνῳ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΚΖΓ τρίγωνον τῷ ΚΗΓ ἐστὶν ἴσον. ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ΑΕΚ τρίγωνον τῷ ΑΘΚ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον, τὸ δὲ ΚΖΓ τῷ ΚΗΓ, τὸ ΑΕΚ τρίγωνον μετὰ τοῦ ΚΗΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΘΚ τριγώνῳ μετὰ τοῦ ΚΖΓ· ἔστι δὲ καὶ ὅλον τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ὅλῳ τῷ ΑΔΓ ἴσον· λοιπὸν ἄρα τὸ ΒΚ παραπλήρωμα λοιπῷ τῷ ΚΔ παραπληρώματί ἐστιν ἴσον. παντὸς ἄρα παραλληλογράμμου χωρίου τῶν περὶ τὴν διάμετρον παραλληλογράμμων τὰ παραπληρώματα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—

μδ Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ. ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ, τὸ δὲ δοθὲν τρίγωνον τὸ Γ, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ Δ· δεῖ δὴ παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τὴν ΑΒ τῷ δοθέντι τριγώνῳ τῷ Γ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐν ἴσῃ τῇ Δ γωνίᾳ. συνεστάτω τῷ Γ τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΒΕΖΗ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΒΗ ἥ ἐστιν ἴση τῇ Δ. καὶ κείσθω ὥστε ἐπ' εὐθείας εἶναι τὴν ΒΕ τῇ ΑΒ. καὶ διήχθω ἡ ΖΗ ἐπὶ τὸ Θ. καὶ διὰ τοῦ Α ὁποτέρᾳ τῶν ΒΗ ΕΖ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΘ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΘΒ. καὶ ἐπεὶ





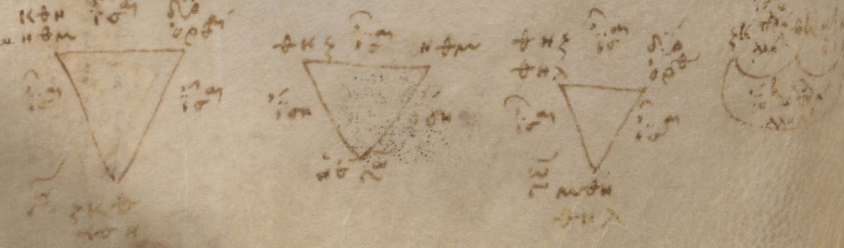




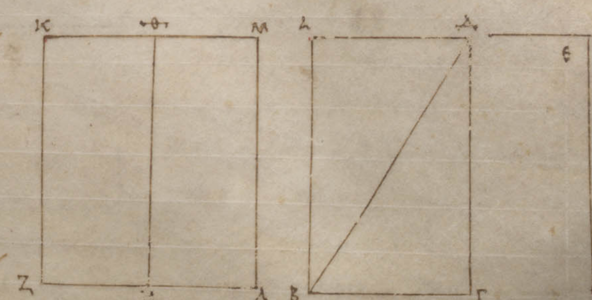
ἐπὶ παραλλήλους τὰς ΑΘ, ΕΖ εὐθεῖα ἐμπέπτωκεν ἡ ΘΖ· αἱ
ἄρα ὑπὸ ΑΘΖ, ΘΖΕ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς εἰσιν ἴσαι· αἱ ἄρα
ὑπὸ ΒΘΗ, ΗΖΕ δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν· αἱ δὲ ἀπὸ ἐ-
λασσόνων ἢ δύο ὀρθῶν εἰς ἄπειρον ἐκβαλλόμεναι συμ-
πίπτουσιν· αἱ ΘΒ, ΖΕ ἄρα ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται·
ἐκβεβλήσθωσαν καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Κ, καὶ διὰ
τοῦ Κ σημείου ὁποτέρᾳ τῶν ΕΑ, ΖΘ παράλληλος ἤ-
χθω ἡ ΚΛ, καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ΘΑ, ΗΒ ἐπὶ τὰ Λ, Μ ση-
μεῖα. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΘΛΚΖ, διάμετρος
δὲ αὐτοῦ ἡ ΘΚ, περὶ δὲ τὴν ΘΚ παραλληλόγραμμα
μὲν τὰ ΑΗ, ΜΕ, τὰ δὲ λεγόμενα παραπληρώματα τὰ ΛΒ,
ΒΖ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΛΒ τῷ ΒΖ. ἀλλὰ τὸ ΒΖ τῷ Γ τρι-
γώνῳ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ΛΒ ἄρα τῷ Γ ἐστὶν ἴσον. καὶ ἐπεὶ
ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΗΒΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΒΜ, ἀλλὰ ἡ ὑπὸ
ΗΒΕ τῇ Δ ἐστὶν ἴση, καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΜ τῇ Δ γωνίᾳ ἐστὶν
ἴση. παρὰ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν τὴν ΑΒ τῷ δο-
θέντι τριγώνῳ τῷ Γ ἴσον παραλληλόγραμμον πα-
ραβέβληται τὸ ΛΒ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΑΒΜ, ἥ ἐστιν ἴση
τῇ Δ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:-

με

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συ-
στήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ. ἔστω
τὸ μὲν δοθὲν εὐθύγραμμον τὸ ΑΒΓΔ, ἡ δὲ δοθεῖσα γω-
νία εὐθύγραμμος ἡ Ε· δεῖ δὴ τῷ ΑΒΓΔ εὐθυγράμμῳ
ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν ἴσῃ γωνί-
ᾳ τῇ Ε. ἐπεζεύχθω ἡ ΔΒ, καὶ συνεστάτω τῷ ΑΒΔ τρι-
γώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΖΘ ἐν τῇ ὑπὸ



ΘΚΖ γωνίᾳ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ Ε· καὶ παραβεβλήσθω παρὰ
τὴν ΗΘ εὐθεῖαν τῷ ΔΒΓ τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμ-
μον τὸ ΗΜ ἐν τῇ ὑπὸ ΗΘΜ γωνίᾳ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ Ε. καὶ
ἐπεὶ ἡ Ε γωνία ἑκατέρᾳ τῶν ὑπὸ ΘΚΖ, ΗΘΜ ἐστιν ἴση,
καὶ ἡ ὑπὸ ΘΚΖ ἄρα τῇ ὑπὸ ΗΘΜ ἐστιν ἴση. κοινὴ προσ-
κείσθω ἡ ὑπὸ ΚΘΗ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΖΚΘ, ΚΘΗ ταῖς ὑπὸ
ΚΘΗ, ΗΘΜ ἴσαι εἰσίν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ ΖΚΘ, ΚΘΗ δυσὶν ὀρ-
θαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ αἱ ὑπὸ ΚΘΗ, ΗΘΜ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς
ἴσαι εἰσίν. πρὸς δή τινι εὐθείᾳ τῇ ΗΘ καὶ τῷ πρὸς αὐ-
τῇ σημείῳ τῷ Θ δύο εὐθεῖαι αἱ ΚΘ, ΘΜ μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ
μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴ-
σας ποιοῦσιν· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ ΚΘ τῇ ΘΜ· καὶ
ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τὰς ΚΜ, ΖΗ εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ
ΘΗ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΜΘΗ, ΘΗΖ ἴσαι ἀλλήλαις
εἰσί. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΘΗΛ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΜΘΗ,
ΘΗΛ ταῖς ὑπὸ ΘΗΖ, ΘΗΛ ἴσαι εἰσίν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ ΜΘΗ,
ΘΗΛ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ
ΖΗ τῇ ΗΛ· καὶ ἐπεὶ ἡ ΖΚ τῇ ΘΗ ἴση τε καὶ παράλληλός
ἐστιν, ἀλλὰ καὶ ἡ ΘΗ τῇ ΜΛ, καὶ ἡ ΚΖ ἄρα τῇ ΜΛ ἴση τε
καὶ παράλληλος
ἐστί· καὶ ἐπιζευγνύ-
ουσιν αὐτὰς εὐ-
θεῖαι αἱ ΚΜ, ΖΛ·
καὶ αἱ ΚΜ, ΖΛ ἴσαι
τε καὶ παράλληλοί
εἰσι. παράλληλο-



καὶ αἱ ὑπὸ ΘΗΖ, ΘΗΛ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

ΜϚ

[illegible]

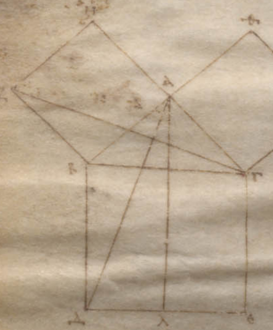
[illegible]

ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἑκατέρα τῶν ἀπεναντίον
τῶν ὑπὸ ΑΒΓ ΒΓΔ γωνιῶν· ὀρθογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΔΕΒ·
ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον· τετράγωνον ἄρα ἐστί· καί ἐστιν ἀ-
πὸ τῆς ΑΒ εὐθείας ἀναγεγραμμένον. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:

μζ Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν
γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ
τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν
τετραγώνοις. ἔστω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ ΑΒΓ ὀρθὴν
ἔχον τὴν ὑπὸ ΒΑΓ γωνίαν· λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετρά-
γωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ ΑΓ τετραγώνοις· ἀνα-
γεγράφθω γὰρ ἀπὸ μὲν τῆς ΒΓ τετράγωνον τὸ ΒΔΕΓ· ἀ-
πὸ δὲ τῶν ΒΑ ΑΓ τὰ ΗΒ ΘΓ· καὶ διὰ τοῦ Α ὁποτέρᾳ τῶν
ΒΔ ΓΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΛ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ
ΖΓ· καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΒΑΓ ΒΑΗ γωνιῶν·
πρὸς δή τινι εὐθείᾳ τῇ ΒΑ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ
Α. δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΓ ΑΗ μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς
ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιοῦσιν· ἐπ' εὐθεί-
ας ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΑ τῇ ΑΗ·
διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΒΑ τῇ
ΑΘ ἐστὶν ἐπ' εὐθείας· καὶ
ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔΒΓ
γωνία τῇ ὑπὸ ΖΒΑ·
ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· κοινὴ
προσκείσθω ἡ ὑπὸ
ΑΒΓ· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΒΑ
ὅλῃ τῇ ὑπὸ ΖΒΓ ἐστὶν



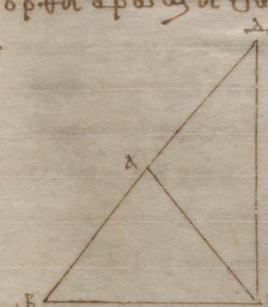
[illegible]

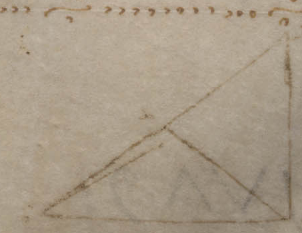


ἴση· καὶ ἐπεὶ δύο αἱ ΑΒ ΒΔ δυσὶ ταῖς ΒΖ ΒΓ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα
ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΔ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΖΒΓ ἴ-
ση· βάσις ἄρα ἡ ΑΔ βάσει τῇ ΖΓ ἐστὶν ἴση· καὶ τὸ ΑΒΔ
τρίγωνον τῷ ΖΒΓ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον· καὶ ἐστὶ τοῦ μὲν
ΑΒΔ τριγώνου διπλάσιον τὸ ΒΛ παραλληλόγραμμον·
βάσιν τε γὰρ τὴν αὐτὴν ἔχουσι τὴν ΒΔ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς
εἰσὶ παραλλήλοις ταῖς ΒΔ ΑΛ· τοῦ δὲ ΖΒΓ τριγώνου
διπλάσιον τὸ ΗΒ τετράγωνον· βάσιν τε γὰρ πάλιν τὴν
αὐτὴν ἔχουσι τὴν ΖΒ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς εἰσὶ παραλλήλοις
ταῖς ΖΒ ΗΓ· τὰ δὲ τῶν ἴσων διπλάσια ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν·
ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΒΛ παραλληλόγραμμον τῷ ΗΒ τετρα-
γώνῳ. Ὁμοίως δὴ ἐπιζευγνυμένων τῶν ΑΕ ΒΚ, δει-
χθήσεται καὶ τὸ ΓΛ παραλληλόγραμμον ἴσον τῷ ΘΓ τε-
τραγώνῳ· ὅλον ἄρα τὸ ΒΔΕΓ τετράγωνον δυσὶ τοῖς
ΗΒ ΘΓ τετραγώνοις ἴσον ἐστί· καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ΒΔΕΓ τετρά-
γωνον ἀπὸ τῆς ΒΓ ἀναγραφέν· τὰ δὲ ΗΒ ΘΓ ἀπὸ
τῶν ΒΑ ΑΓ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΒΓ πλευρᾶς τετράγωνον
ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ ΑΓ πλευρῶν τετραγώνοις·
ἐν ἄρα τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν
ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον
ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν περιεχουσῶν πλευ-
ρῶν τετραγώνοις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

ΜΗ Ἐὰν τριγώνου τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τετράγωνον ἴ-
σον ᾖ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευ-
ρῶν τετραγώνοις, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν λοι-
πῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ὀρθή ἐστι. τριγώνου

γὰρ τοῦ ΑΒΓ τὸ ἀπὸ μιᾶς τῆς ΒΓ πλευρᾶς τετράγωνον
ἴσον ἔστω τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ ΑΓ πλευρῶν τετραγώνοις·
λέγω ὅτι ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία· ἤχθω γὰρ ἀπὸ
τοῦ Α σημείου τῇ ΑΓ εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΑΔ· καὶ κεί-
σθω τῇ ΒΑ ἴση ἡ ΑΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΓ· ἐπεὶ ἴση ἐστὶν
ἡ ΔΑ τῇ ΑΒ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΔΑ τετράγωνον τῷ
ἀπὸ τῆς ΑΒ τετραγώνῳ· κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ
τῆς ΑΓ τετράγωνον· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΔΑ ΑΓ τετράγω-
να ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ ΑΓ τετραγώνοις· ἀλλὰ τοῖς
μὲν ἀπὸ τῶν ΔΑ ΑΓ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΔΓ· ὀρθὴ
γάρ ἐστιν ἡ ὑπὸ ΔΑΓ γωνία· τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΑΒ ΑΓ
ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ· ὑπόκειται γάρ· τὸ ἄρα ἀπὸ
τῆς ΔΓ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετρα-
γώνῳ· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΔΓ τῇ ΒΓ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ
ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ τῇ ΑΒ, κοινὴ δὲ ἡ ΑΓ, δύο δὴ αἱ ΔΑ ΑΓ
δυσὶ ταῖς ΒΑ ΑΓ ἴσαι εἰσί· καὶ βάσις ἡ ΔΓ βάσει τῇ ΒΓ
ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΑΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΑΓ
ἐστὶν ἴση· ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΔΑΓ· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ·
ἐὰν ἄρα τριγώνου τὸ ἀπὸ μιᾶς
τῶν πλευρῶν τετράγωνον ἴσον ᾖ
τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώ-
νου δύο πλευρῶν τετραγώνοις, ἡ
περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν
λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευ-
ρῶν ὀρθή ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~





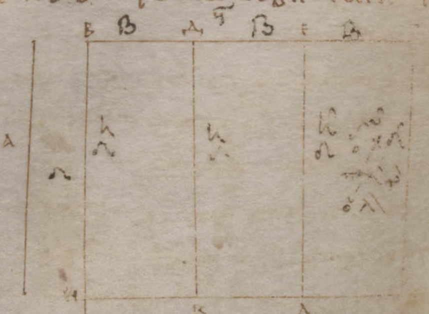
Εὐκλείδου στοιχείων δεύτερον

[illegible]

Πᾶν παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον περιέχεσθαι λέγεται ὑ-
πὸ δύο τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν.
Παντὸς δὲ παραλληλογράμμου χωρίου τῶν περὶ τὴν
διάμετρον αὐτοῦ παραλληλογράμμων ἓν ὁποιονοῦν σὺν
τοῖς δυσὶ παραπληρώμασι γνώμων καλείσθω.

α

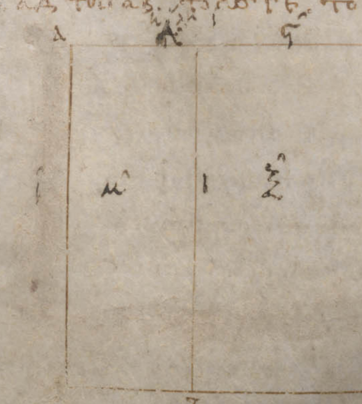
Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι, τμηθῇ δὲ ἡ ἑτέρα αὐτῶν εἰς ὁσα-
δηποτοῦν τμήματα, τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον
ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν ἴσον ἐστὶ τοῖς ὑπό τε τῆς ἀτμήτου
καὶ ἑκάστου τῶν τμημάτων περιεχομένοις ὀρθογωνίοις.
Ἔστωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ Α, ΒΓ, καὶ τετμήσθω ἡ ΒΓ ὡς ἔτυχε
κατὰ τὰ Δ, Ε σημεῖα· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν Α, ΒΓ περιεχό-
μενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν Α, ΒΔ περι-
εχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ὑπὸ Α, ΔΕ καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ
τῶν Α, ΕΓ. ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Β τῇ ΒΓ πρὸς ὀρθὰς
ἡ ΒΖ, καὶ κείσθω τῇ Α ἴση ἡ ΒΗ, καὶ διὰ μὲν τοῦ Η τῇ ΒΓ
παράλληλος ἤχθω ἡ ΗΘ, διὰ δὲ τῶν Δ, Ε, Γ τῇ ΒΗ πα-
ράλληλοι ἤχθωσαν αἱ ΔΚ, ΕΛ, ΓΘ. ἴσον δή ἐστι τὸ ΒΘ τοῖς
ΒΚ, ΔΛ, ΕΘ. καί ἐστι τὸ μὲν ΒΘ τὸ ὑπὸ τῶν Α, ΒΓ· περιέ-
χεται μὲν γὰρ ὑπὸ τῶν ΗΒ, ΒΓ, ἴση δὲ ἡ ΒΗ τῇ Α· τὸ δὲ
ΒΚ τὸ ὑπὸ τῶν Α, ΒΔ·
περιέχεται μὲν γὰρ ὑ-
πὸ τῶν ΗΒ, ΒΔ, ἴση δὲ
ἡ ΒΗ τῇ Α· τὸ δὲ ΔΛ
τὸ ὑπὸ τῶν Α, ΔΕ· ἴ-
ση γὰρ ἡ ΔΚ, τουτέστιν
ἡ ΒΗ, τῇ Α· καὶ ἔτι ὁμοί-



ως τὸ ΕΘ τὸ ὑπὸ τῶν Α, ΕΓ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν Α, ΒΓ ἴσον ἐστὶ
τοῖς τε ὑπὸ Α, ΒΔ καὶ τῷ ὑπὸ Α, ΔΕ καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ Α, ΕΓ· ἐὰν
ἄρα ὦσιν δύο εὐθεῖαι, τμηθῇ δὲ ἡ ἑτέρα αὐτῶν εἰς ὁσα-
δηποτοῦν τμήματα, τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον
ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν ἴσον ἐστὶ τοῖς ὑπό τε τῆς ἀτμήτου
καὶ ἑκάστου τῶν τμημάτων περιεχομένοις ὀρθογωνίοις·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

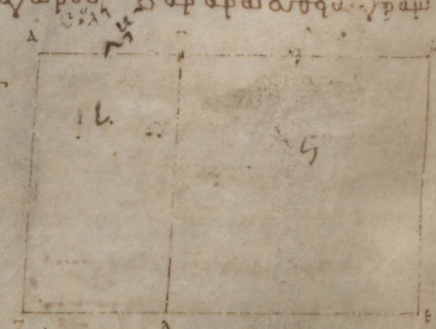
β

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὰ ὑπὸ τῆς ὅλης
καὶ ἑκατέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενα ὀρθογώνια
ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ. εὐθεῖα γὰρ ἡ ΑΒ
τετμήσθω ὡς ἔτυχε κατὰ τὸ Γ σημεῖον· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ
τῶν ΑΒ, ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ὑπὸ ΒΑ,
ΑΓ περιεχομένου ὀρθογωνίου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ
τετραγώνῳ. ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετρά-
γωνον τὸ ΑΔΕΒ, καὶ ἤχθω διὰ τοῦ Γ ὁποτέρᾳ τῶν ΑΔ, ΒΕ
παράλληλος ἡ ΓΖ. ἴσον δή ἐστι τὸ ΑΕ τοῖς ΑΖ, ΓΕ· καί ἐστι τὸ μὲν
ΑΕ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον, τὸ δὲ ΑΖ τὸ ὑπὸ τῶν
ΒΑ, ΑΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον· περιέχεται μὲν γὰρ
ὑπὸ τῶν ΔΑ, ΑΓ, ἴση δὲ ἡ ΑΔ τῇ ΑΒ· τὸ δὲ ΓΕ τὸ ὑπὸ
τῶν ΑΒ, ΒΓ· ἴση γὰρ ἡ ΒΕ
τῇ ΑΒ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν
ΒΑ, ΑΓ μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΒ,
ΒΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς
ΑΒ τετραγώνῳ. ἐὰν ἄρα
εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ
ὡς ἔτυχε, τὰ ὑπὸ τῆς



ὅλης καὶ ἑκατέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενα ὀρθογώ-
νια ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

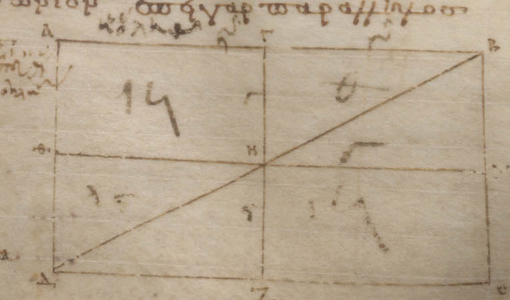
Γ. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχεν, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης
καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον
ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογω-
νίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ προειρημένου τμήματος τετραγώ-
νῳ. εὐθεῖα γὰρ ἡ ΑΒ τετμήσθω ὡς ἔτυχεν κατὰ τὸ Γ· λέ-
γω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴ-
σον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετρα-
γώνου. ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετράγωνον
τὸ ΓΔΒΕ καὶ διήχθω ἡ ΕΔ ἐπὶ τὸ Ζ. καὶ διὰ τοῦ Α ὁποτέρᾳ
τῶν ΓΔ ΒΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΖ. ἴσον δή ἐστι τὸ ΑΕ
τοῖς ΑΔ ΓΕ· καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ΑΕ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ περιεχό-
μενον ὀρθογώνιον· περιέχεται μὲν γὰρ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΕ·
ἴση δὲ ἡ ΒΕ τῇ ΒΓ· τὸ δὲ ΑΔ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ· ἴση
γὰρ ἡ ΔΓ τῇ ΓΒ· τὸ δὲ ΔΒ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετράγωνον·
τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον
ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ με-
τὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετραγώνου. ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμ-
μὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχεν,
τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς
τῶν τμημάτων περιεχό-
μενον ὀρθογώνιον ἴσον
ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν τμη-
μάτων περιεχομένῳ
ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ

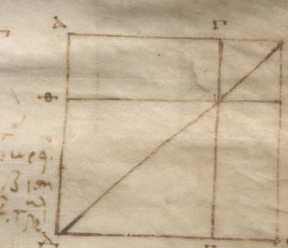


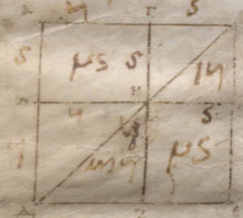


τοῦ προειρημένου τμήματος τετραγώνῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

Δ. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχεν, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης
τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν τμημάτων τετραγώ-
νοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθο-
γωνίῳ. εὐθεῖα γὰρ γραμμὴ ἡ ΑΒ τετμήσθω ὡς ἔτυχεν
κατὰ τὸ Γ. λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς
τε ἀπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΒ
περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ
τῆς ΑΒ τετράγωνον τὸ ΑΔΕΒ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΔ. καὶ διὰ
μὲν τοῦ Γ ὁποτέρᾳ τῶν ΑΔ ΕΒ παράλληλος ἤχθω ἡ
ΓΖ· διὰ δὲ τοῦ Η ὁποτέρᾳ τῶν ΑΒ ΔΕ παράλληλος ἤχθω
ἡ ΘΚ. καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΓΖ τῇ ΑΔ καὶ εἰς αὐτὰς
ἐμπέπτωκεν ἡ ΒΔ, ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΓΗΒ ἴση
ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ΑΔΒ. ἀλλ' ἡ ὑπὸ
ΑΔΒ τῇ ὑπὸ ΑΒΔ ἐστιν ἴση, ἐπεὶ καὶ πλευρὰ ἡ ΒΑ τῇ
ΑΔ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΓΗΒ ἄρα γωνία τῇ ὑπὸ ΗΒΓ
ἐστιν ἴση· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΒΓ πλευρᾷ τῇ ΓΗ ἐστιν ἴση·
ἀλλ' ἡ μὲν ΓΒ τῇ ΗΚ ἐστιν ἴση, ἡ δὲ ΓΗ τῇ ΚΒ· καὶ
ἡ ΗΚ ἄρα τῇ ΚΒ ἐστιν ἴση· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΓΗΚΒ.
λέγω δὴ ὅτι καὶ ὀρθογώνιον. ἐπεὶ γὰρ παράλληλος
ἐστὶν ἡ ΓΗ τῇ ΒΚ καὶ εἰς
αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἡ ΓΒ,
αἱ ἄρα ὑπὸ ΚΒΓ ΗΓΒ
γωνίαι δύο ὀρθαῖς
εἰσὶν ἴσαι. ὀρθὴ δὲ
ἡ ὑπὸ ΚΒΓ· ὀρθὴ ἄρα





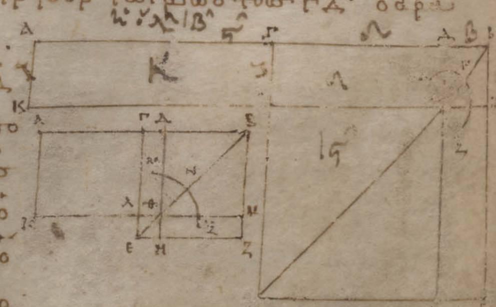


καὶ ἡ ὑπὸ ΒΓΗ· ὥστε καὶ αἱ ἀπεναντίον αἱ ὑπὸ [ΓΗΚ, ΗΚΒ]
ὀρθαί εἰσιν· ὀρθογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΓΒΚΗ· ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσό-
πλευρον· τετράγωνον ἄρα ἐστί· καί ἐστιν ἀπὸ τῆς ΓΒ. διὰ
τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΘΖ τετράγωνόν ἐστι· καί ἐστιν ἀπὸ τῆς ΘΗ,
τουτέστιν ἀπὸ τῆς ΑΓ· τὰ ἄρα ΘΖ, ΚΓ τετράγωνα ἀ-
πὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ εἰσί. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΗ τῷ ΗΕ, καί ἐστι
τὸ ΑΗ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ· ἴση γὰρ ἡ ΗΓ τῇ ΓΒ· καὶ τὸ ΗΕ
ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΑΓ, ΓΒ· τὰ ἄρα ΑΗ, ΗΕ ἴσα ἐστὶ τῷ
δὶς ὑπὸ [τῶν ΑΓ, ΓΒ· ἔστι δὲ καὶ τὰ] ΘΖ, ΓΚ τετράγωνα ἀ-
πὸ τῶν [ΑΓ, ΓΒ· τὰ ἄρα τέσσαρα τὰ ΘΖ,] ΓΚ, ΑΗ, ΗΕ ἴ-
σα ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑ-
πὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ἀλλὰ τὰ
ΘΖ, ΓΚ, ΑΗ, ΗΕ ὅλον ἐστὶ τὸ ΑΔΕΒ, ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς ΑΒ τε-
τράγωνον· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ
τοῖς τε ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ τετρα[γώνοις καὶ τῷ] δὶς ὑπὸ
τῶν ΑΓ, ΓΒ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ἐὰν ἄρα εὐ-
θεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχεν, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης
τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν τμημάτων τετρα-
γώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομέ-
νῳ ὀρθογωνίῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι. Ἄλλως.
Λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀ-
πὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ
περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς κα-
ταγραφῆς ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΑ τῇ ΑΔ, ἴση ἐστὶ καὶ γω-
νία ἡ ὑπὸ ΑΒΔ τῇ ὑπὸ ΑΔΒ· καὶ ἐπεὶ παντὸς τριγώ-
νου αἱ τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσί, τοῦ ΑΒΔ

[τρι]γώνου αἱ τρεῖς γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΒΔ, ΒΑΔ, ΑΔΒ δυσὶν
ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΒΑΔ· λοιπαὶ ἄρα αἱ ὑ-
πὸ ΑΒΔ, ΑΔΒ μιᾷ ὀρθῇ [ἴσαι εἰσί·] καί εἰσιν ἴσαι· ἑκατέρα ἄρα
τῶν ὑπὸ ΑΒΔ, [ΑΔΒ ἡμίσειά ἐστιν] ὀρθῆς. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑ-
πὸ ΒΓΗ· ἴση γάρ [ἐστι τῇ ἀπεναντίον] τῇ πρὸς τῷ Α· λοι-
πὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΗΒ [ἡμίσειά ἐστιν] ὀρθῆς· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ
ΓΒΗ γωνία [τῇ ὑπὸ ΓΗΒ· ὥστε καὶ πλευ]ρὰ ἡ ΒΓ τῇ ΓΗ
ἐστὶν ἴση. ἀλλ' ἡ μὲν ΓΒ τῇ [ΗΚ ἐστιν ἴση, ἡ δὲ ΓΗ] τῇ ΒΚ·
ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΓΚ· ἔχει δὲ καὶ ὀρθὴν τὴν ὑπὸ ΓΒΚ
γωνίαν· τετράγωνον ἄρα ἐστὶ τὸ ΓΚ· καί ἐστιν ἀπὸ τῆς ΓΒ.
διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΘΖ τετράγωνόν ἐστι καὶ ἴσον τῷ ἀ-
πὸ τῆς ΑΓ· τὰ ἄρα ΓΚ, ΘΖ [τετράγωνά ἐστι καὶ] ἴσα
τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΗ τῷ ΕΗ, καί ἐστι
τὸ ΑΗ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ· ἴση γὰρ ἡ [ΗΓ] τῇ ΓΒ· καὶ τὸ ΕΗ
ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ [τῶν] ΑΓ, ΓΒ· τὰ ἄρα ΑΗ, ΗΕ ἴσα
ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ [τῶν] ΑΓ, ΓΒ· ἔστι δὲ καὶ τὰ ΓΚ, ΘΖ ἴσα
τοῖς [ἀπὸ τῶν] ΑΓ, ΓΒ· τὰ ἄρα ΓΚ, ΘΖ, ΑΗ, ΗΕ ἴσα ἐστὶ
τοῖς τε ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ. ἀλλὰ
τὰ ΓΚ, ΘΖ καὶ τὰ ΑΗ, ΗΕ ὅλον ἐστὶ τὸ ΑΕ, ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς
ΑΒ τετράγωνον· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον ἴσον
ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑ-
πὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.
Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν ὅτι ἐν τοῖς τετραγώνοις χωρί-
οις τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα τετράγωνά ἐστιν.
ε Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὸ ὑπὸ
τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρ-

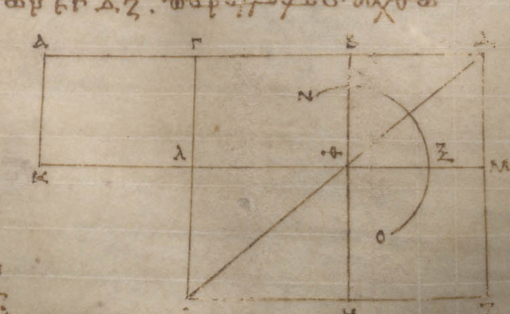
[illegible]

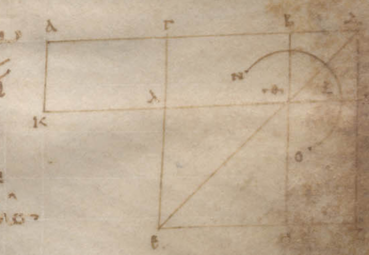
θογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου
ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ. εὐθεῖα γάρ τις
ἡ ΑΒ τετμήσθω εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ Γ, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ
τὸ Δ. λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώ-
νιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ
τῆς ΓΒ. ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετράγωνον τὸ
ΓΕΖΒ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΕ, καὶ διὰ μὲν τοῦ Δ ὁποτέρᾳ τῶν
ΓΕ, ΒΖ παράλληλος ἤχθω ἡ ΔΗ, διὰ δὲ τοῦ Θ ὁποτέρᾳ
τῶν ΑΒ, ΕΖ παράλληλος πάλιν ἤχθω ἡ ΚΜ, καὶ πάλιν
διὰ τοῦ Α ὁποτέρᾳ τῶν ΓΛ, ΒΜ παράλληλος ἤχθω ἡ
ΑΚ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΓΘ παραπλήρωμα τῷ ΘΖ πα-
ραπληρώματι, κοινὸν προσκείσθω τὸ ΔΜ· ὅλον ἄρα
τὸ ΓΜ ὅλῳ τῷ ΔΖ ἴσον ἐστίν. ἀλλὰ τὸ ΓΜ τῷ ΑΛ ἴσον
ἐστίν, ἐπεὶ καὶ ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ ἐστιν ἴση· καὶ τὸ ΑΛ ἄρα τῷ ΔΖ ἴ-
σον ἐστί. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΓΘ· ὅλον ἄρα τὸ ΑΘ τῷ
ΔΖ καὶ ΔΛ ἴσον ἐστίν. ἀλλὰ τὸ μὲν ΑΘ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ ἐστιν·
ἴση γὰρ ἡ ΔΘ τῇ ΔΒ· τὸ δὲ ΖΔΛ ἐστιν ὁ ΜΝΞ γνώμων·
καὶ ὁ ΜΝΞ ἄρα γνώμων ἴσος ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΑΔ, ΔΒ. κοινὸν
προσκείσθω τὸ ΛΗ ὅ ἐστιν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ· ὁ ἄρα
ΜΝΞ γνώμων καὶ τὸ ΛΗ
ἴσα ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΔ,
ΔΒ περιεχομένῳ ὀρθο-
γωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς
ΓΔ τετραγώνῳ. ἀλλὰ ὁ
ΜΝΞ γνώμων καὶ τὸ ΛΗ ὅ-
λον ἐστὶ τὸ ΓΕΖΒ τετράγω-



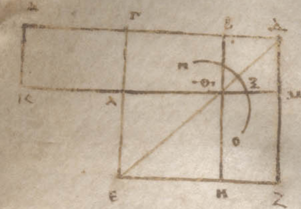
νον ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς ΓΒ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμε-
νον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνου ἴσον
ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνῳ. ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμ-
μὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅ-
λης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀ-
πὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ
τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :-

ς Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ
εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ
καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον με-
τὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ
τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκει-
μένης τετραγώνῳ. εὐθεῖα γάρ τις ἡ ΑΒ τετμήσθω δίχα
κατὰ τὸ Γ σημεῖον, προσκείσθω δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεί-
ας ἡ ΒΔ. λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρ-
θογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ
ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνῳ. ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς
ΓΔ τετράγωνον τὸ ΓΕΖΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΕ, καὶ διὰ μὲν
τοῦ Β σημείου ὁποτέρᾳ τῶν ΕΓ, ΔΖ παράλληλος ἤχθω
ἡ ΒΗ, διὰ δὲ τοῦ Θ σημείου
ὁποτέρᾳ τῶν ΑΒ, ΕΖ πα-
ράλληλος ἤχθω ἡ ΚΜ, καὶ
ἔτι διὰ τοῦ Α ὁποτέρᾳ τῶν
ΓΛ, ΔΜ παράλληλος ἤ-
χθω ἡ ΑΚ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν
ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ΑΛ





τῷ ΓΘ· ἀλλὰ τὸ ΓΘ τῷ ΘΖ ἴσον ἐστί· καὶ τὸ ΔΛ ἄρα τῷ ΘΖ
ἴσον. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΓΜ· ὅλον ἄρα τὸ ΔΜ τῷ
γνώμονι ἐστὶν ἴσον. ἀλλὰ τὸ ΔΜ ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ·
ἴση γάρ ἐστιν ἡ ΔΜ τῇ ΔΒ· καὶ ὁ ΝΞΟ ἄρα γνώμων ἴσος
ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. κοι-
νὸν προσκείσθω τὸ ΛΗ, ὅ ἐστιν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΒΓ τε-
τραγώνῳ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθο-
γώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ
ΝΞΟ γνώμονι καὶ τῷ ΛΗ. ἀλλὰ ὁ ΝΞΟ γνώμων καὶ τὸ ΛΗ
ὅλον ἐστὶ τὸ ΓΕΖΔ τετράγωνον, ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς ΓΔ· τὸ ἄ-
ρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ
ἀπὸ τῆς ΒΓ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ τε-
τραγώνῳ. ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα,
προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ὑπὸ τῆς ὅ-
λης σὺν τῇ προσκειμένῃ καὶ τῆς προσκειμένης περιε-
χόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετρα-
γώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς
ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης τετραγώνῳ.

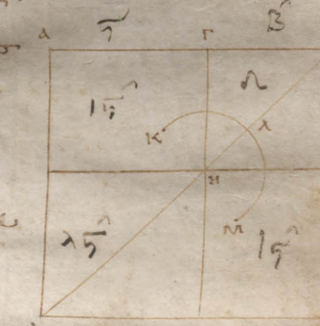


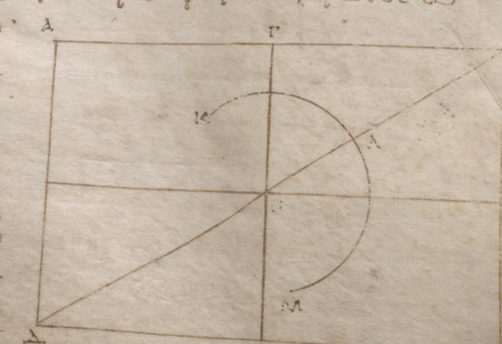
ζ

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης
καὶ τὸ ἀφ' ἑνὸς τῶν τμημάτων τὰ συναμφότερα τετρά-
γωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημέ-
νου τμήματος περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ
τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ. εὐθεῖα γὰρ γραμμὴ ἡ
ΑΒ τετμήσθω ὡς ἔτυχε κατὰ τὸ Γ σημεῖον· λέγω ὅτι τὰ
ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ
τῶν ΑΒ, ΒΓ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ

Η Ι Β

τῆς ΑΓ τετραγώνῳ. ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγω-
νον τὸ ΑΔΕΒ, καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆμα. ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ
ΑΗ τῷ ΗΕ, κοινὸν προσκείσθω τὸ ΓΖ· ὅλον ἄρα τὸ ΑΖ ὅλῳ
τῷ ΓΕ ἴσον ἐστί· τὰ ἄρα ΑΖ, ΓΕ διπλάσιά ἐστι τοῦ ΑΖ· ἀλλὰ
τὰ ΑΖ, ΓΕ ὁ ΚΛΜ ἐστὶ γνώμων καὶ τὸ ΓΖ τετράγωνον· ὁ ΚΛΜ
ἄρα γνώμων καὶ τὸ ΓΖ διπλάσιά ἐστι τοῦ ΑΖ. ἔστι δὲ τοῦ ΑΖ
διπλάσιον καὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ· ἴση γὰρ ἡ ΒΖ τῇ ΒΓ·
ὁ ἄρα ΚΛΜ γνώμων καὶ τὸ ΓΖ τετράγωνον ἴσος ἐστὶ τῷ δὶς
ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΔΗ, ὅ ἐστιν ἀπὸ
τῆς ΑΓ τετράγωνον· ὁ ἄρα ΚΛΜ γνώμων καὶ τὰ ΒΗ, ΗΔ
τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιεχο-
μένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετραγώνῳ. ἀλλὰ
ὁ ΚΛΜ γνώμων καὶ τὰ ΒΗ, ΗΔ τετράγωνα ὅλον ἐστὶ τὸ
ΑΔΕΒ καὶ τὸ ΓΖ, ἅ ἐστιν ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ τετράγωνα· τὰ
ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑ-
πὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ μετὰ τοῦ ἀ-
πὸ τῆς ΑΓ τετραγώνου.

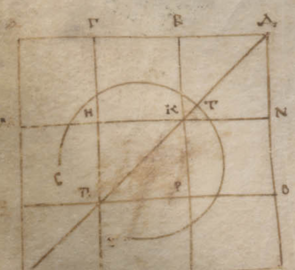


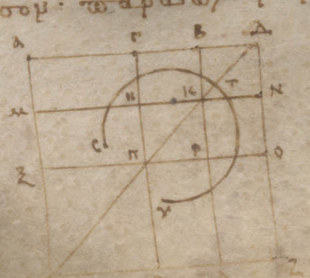


ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ
τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ
ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τὸ ἀ-
φ' ἑνὸς τῶν τμημάτων
τὰ συναμφότερα τετρά-
γωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς
ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρη-
μένου τμήματος περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ
τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Η

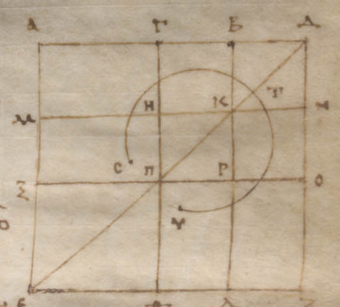
Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχεν, τὸ τετράκις ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπό τε τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ. εὐθεῖα γάρ τις ἡ ΑΒ τετμήσθω ὡς ἔτυχεν κατὰ τὸ Γ σημεῖον· λέγω ὅτι τὸ τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ ΒΓ ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ. ἐκβεβλήσθω γὰρ ἐπ' εὐθείας τῇ ΑΒ εὐθεῖα ἡ ΒΔ, καὶ κείσθω τῇ ΓΒ ἴση ἡ ΒΔ. καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΑΔ τετράγωνον τὸ ΑΕΖΔ, καὶ καταγεγράφθω διπλοῦν τὸ σχῆμα. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΓΒ τῇ ΒΔ, ἀλλὰ ἡ μὲν ΓΒ τῇ ΗΚ ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ ΒΔ τῇ ΚΝ, καὶ ἡ ΗΚ τῇ ΚΝ ἐστὶν ἴση. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΠΡ τῇ ΡΟ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΒΓ τῇ ΒΔ, ἡ δὲ ΗΚ τῇ ΚΝ, ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ μὲν ΓΚ τῷ ΚΔ, τὸ δὲ ΗΡ τῷ ΡΝ. ἀλλὰ τὸ ΓΚ τῷ ΡΝ ἐστὶν ἴσον· παραπληρώματα γὰρ τοῦ ΓΟ παραλληλογράμμου· καὶ τὸ ΚΔ ἄρα τῷ ΗΡ ἴσον ἐστί· τὰ τέσσαρα ἄρα τὰ ΔΚ ΓΚ ΗΡ ΡΝ ἴσα ἀλλήλοις ἐστί· τὰ τέσσαρα ἄρα τετραπλάσιά ἐστι τοῦ ΓΚ. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΓΒ τῇ ΒΔ, ἀλλὰ ἡ μὲν ΒΔ τῇ ΒΚ, τουτέστι τῇ ΓΗ ἴση ἐστίν, ἡ δὲ ΓΒ τῇ ΗΚ, τουτέστι τῇ ΗΠ ἐστὶν ἴση, καὶ ἡ ΓΗ ἄρα τῇ ΗΠ ἴση ἐστί. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΓΗ τῇ ΗΠ, ἡ δὲ ΠΡ τῇ ΡΟ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ μὲν ΑΗ τῷ ΜΠ, τὸ δὲ ΠΛ τῷ ΡΖ. ἀλλὰ τὸ ΜΠ τῷ ΠΛ ἐστὶν ἴσον· παραπληρώματα γὰρ τοῦ ΜΛ παραλληλογράμμου· καὶ τὸ ΑΗ ἄρα τῷ ΡΖ ἴσον ἐστί· τὰ τέσσαρα ἄρα τὰ ΑΗ ΜΠ ΠΛ ΡΖ ἴσα ἀλλήλοις ἐστί· τὰ τέσσαρα ἄρα τοῦ ΑΗ ἐστὶ τετραπλάσια. ἐδείχθη δὲ καὶ τὰ τέσσαρα τὰ ΓΚ ΚΔ ΗΡ ΡΝ τοῦ ΓΚ τετραπλάσια· τὰ ἄρα ὀκτώ, ἃ περιέχει τὸν ΣΤΥ γνώμονα, τετραπλάσιά ἐστι τοῦ ΑΚ. καὶ ἐπεὶ τὸ ΑΚ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΔ ἐστίν· ἴση γὰρ ἡ ΒΚ τῇ ΒΔ· τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΔ τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ ΑΚ. ἐδείχθη δὲ τοῦ ΑΚ τετραπλάσιος καὶ ὁ ΣΤΥ γνώμων· τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ΣΤΥ γνώμονι. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΞΘ, ὅ ἐστιν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετραγώνῳ· τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΔ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΓ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ΣΤΥ γνώμονι καὶ τῷ ΞΘ. ἀλλὰ ὁ ΣΤΥ γνώμων καὶ τὸ ΞΘ ὅλον ἐστὶ τὸ ΑΕΖΔ τετράγωνον, ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς ΑΔ· τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΔ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΑΔ τετραγώνῳ· ἴση δὲ ἡ ΒΔ τῇ ΒΓ. τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΓ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΔ, τουτέστι τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ καὶ ΒΓ ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ. ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχεν, τὸ τετράκις ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον

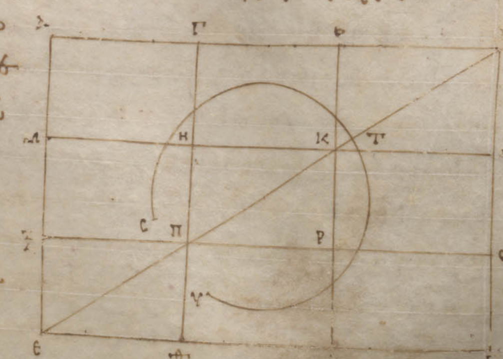


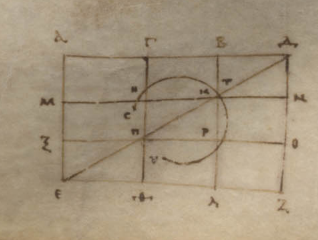


Διὰ δὲ τοῦ ε

ἀκριβέστερα αὕτη





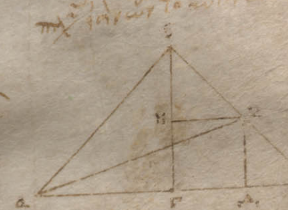


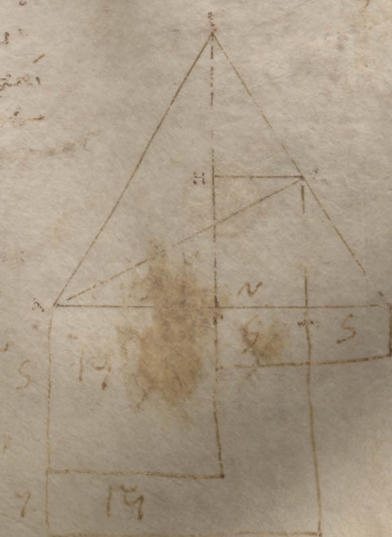
μένου ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετράγωνον [illegible]
τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος. ὡς ἀπὸ μιᾶς
ἀναγραφέντι τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι :-

θ̄ Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα. τὰ ἀπὸ τῶν
ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων τετράγωνα διπλάσιά ἐστι
τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν το-
μῶν τετραγώνου. εὐθεῖα γάρ τις ἡ ΑΒ τετμήσθω εἰς μὲν ἴ-
σα κατὰ τὸ Γ. εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Δ. λέγω ὅτι τὰ ἀπὸ
τῶν ΑΔ, ΔΒ τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ
ΓΔ τετραγώνων. ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Γ τῇ ΑΒ πρὸς ὀρ-
θὰς ἡ ΓΕ καὶ κείσθω ἴση ἑκατέρᾳ τῶν ΑΓ ΓΒ καὶ ἐπεζεύχθω-
σαν αἱ ΕΑ ΕΒ. καὶ διὰ μὲν τοῦ Δ. τῇ ΕΓ παράλληλος ἤχθω
ἡ ΔΖ. διὰ δὲ τοῦ Ζ. τῇ ΑΒ ἡ ΖΗ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΖ. καὶ ἐπεὶ
ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΓΕ. ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΕΑΓ γωνία τῇ ὑπὸ
ΑΕΓ. καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ πρὸς τῷ Γ. λοιπαὶ ἄρα αἱ ὑπὸ ΕΑΓ
ΑΕΓ μιᾷ ὀρθῇ ἴσαι εἰσί. καὶ εἰσὶν ἴσαι. ἡμίσεια ἄρα ὀρθῆς
ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΑΕΓ ΕΑΓ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκα-
τέρα τῶν ὑπὸ ΓΕΒ ΕΒΓ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς. ὅλη ἄρα ἡ
ὑπὸ ΑΕΒ ὀρθή ἐστιν. καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΗΕΖ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς
ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΕΗΖ. ἴση γάρ ἐστι τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον
τῇ ὑπὸ ΕΓΒ. λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΖΗ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς
ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΗΕΖ γωνία τῇ ὑπὸ [illegible] πλευ-
ρὰ ἡ ΕΗ τῇ ΗΖ ἐστὶν ἴση. [illegible] γωνία,
ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ Ζ[illegible]
μή ἐστι τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον [illegible]
ρα ἡ ὑπὸ ΒΖΔ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς [illegible]

[illegible]

[illegible] ἡ ΔΖ [illegible]
[illegible] ἡ ΔΓ τῇ ΓΕ [illegible]
[illegible] τῶν ΑΓ ΓΕ [illegible]
[illegible] ἴσον ἐστί [illegible]
[illegible] τοῦ ἀπὸ ΑΓ [illegible] ὀρθὴ γὰρ ἡ ὑπὸ ΑΓΕ γωνία [illegible]
[illegible] τετράγωνον [illegible]
[illegible] ΕΑ. διπλάσια [illegible] τοῦ ἀπὸ [illegible]
[illegible] ΗΖ [illegible] ἀπὸ [illegible]
[illegible]
[illegible] τοῦ ἀπὸ τῆς [illegible]
τῶν ΕΗ ΗΖ τετραγώνων. ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ [illegible] ΕΖ [illegible]
ρα ἀπὸ τῆς ΕΖ τετράγωνον. διπλάσιον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ [illegible]
τῆς ΗΖ [illegible] ἀπὸ τῆς ΕΖ. [illegible]
[illegible] ἀπὸ τῆς ΕΔ
[illegible] τῶν ΑΕ ΕΖ
διπλάσιόν [illegible] ΑΓ ΓΔ [illegible]
τετράγωνα. διπλάσιά [illegible]
γωνία [illegible] ΕΖ. [illegible]
ΑΖ τετράγωνον [illegible] ἡ ὑπὸ ΑΔΖ γωνία [illegible]
ἀπὸ [illegible] ΑΖ τετράγωνον. διπλάσιον [illegible]
ΔΓ [illegible] ἀπὸ τῆς ΑΖ. ἴσα [illegible]
[illegible] πρὸς τῷ Δ γωνία
[illegible] ἀπὸ τῶν ΔΖ ΑΖ. διπλάσια
[illegible] τῶν ἀπὸ [illegible]
[illegible] ἡ ΔΖ [illegible]
[illegible] τῶν ΑΓ [illegible]
[illegible]



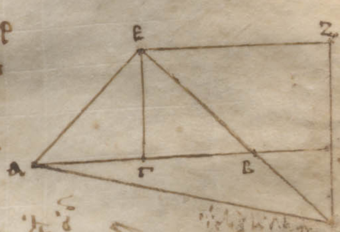


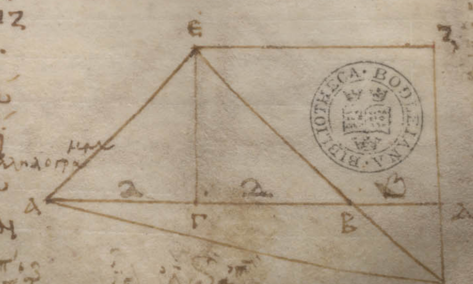
[illegible]

ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὰ ἀπὸ
τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων τετράγωνα διπλά-
σιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς με-
ταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

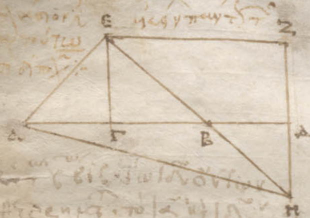
Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐ-
τῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσ-
κειμένῃ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς προσκειμένης τὰ συναμφότε-
ρα τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας
καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς
προσκειμένης ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντος τετραγώ-
νου· εὐθεῖα γάρ τις ἡ ΑΒ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Γ·
προσκείσθω δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας ἡ ΒΔ· λέγω
ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τῶν
ἀπὸ τῶν ΑΓ ΓΔ τετραγώνων· ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Γ ση-
μείου τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΓΕ, καὶ κείσθω ἴση ἑκατέρᾳ
τῶν ΑΓ ΓΒ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΑ ΕΒ· καὶ διὰ μὲν τοῦ
Ε τῇ ΑΔ παράλληλος ἤχθω ἡ ΕΖ· διὰ δὲ τοῦ Δ τῇ ΓΕ
παράλληλος ἤχθω ἡ ΔΖ· καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους εὐθείας
τὰς ΕΓ ΖΔ εὐθεῖά τις ἐνέπεσεν ἡ ΕΖ· αἱ ὑπὸ ΓΕΖ ΕΖΔ
ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· αἱ ἄρα ὑπὸ ΖΕΒ ΕΖΔ δύ-
ο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν· αἱ δὲ ἀπ' ἐλασσόνων ἢ δύο
ὀρθῶν ἐκβαλλόμεναι συμπίπτουσιν· αἱ ἄρα ΕΒ ΖΔ
ἐκβαλλόμεναι ἐπὶ τὰ Β Δ μέρη συμπεσοῦνται· ἐκβε-
βλήσθωσαν καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Η, καὶ ἐπεζεύχθω
ἡ ΑΗ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΓΕ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ
ὑπὸ ΕΑΓ τῇ ὑπὸ ΑΕΓ· καὶ ὀρθὴ ἡ πρὸς τῷ Γ· ἡμίσεια

ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΕΑΓ ΑΕΓ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ
ἄρα ὀρθῆς ἐστιν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΓΕΒ ΕΒΓ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς· ὀρθὴ
καὶ ἐπεὶ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς ἡ ὑπὸ ΕΒΓ,
ἡμίσεια ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔΒΗ· ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΔΗ
ὀρθή· ἴση γάρ ἐστι τῇ ὑπὸ ΔΓΕ· ἐναλλὰξ γάρ· λοιπὴ
ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΗΒ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς· ἡ ἄρα ὑπὸ ΔΗΒ
τῇ ὑπὸ ΔΒΗ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΒΔ πλευρᾷ
τῇ ΗΔ ἐστὶν ἴση· πάλιν ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΕΗΖ ἡμίσειά ἐστιν ὀρ-
θῆς, ὀρθὴ δὲ ἡ πρὸς τῷ Ζ· ἴση γάρ ἐστι τῇ ἀπεναντίον
τῇ πρὸς τῷ Γ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΖΕΗ ἡμίσειά ἐστιν ὀρ-
θῆς· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΗΖ γωνία τῇ ὑπὸ ΖΕΗ· ὥστε καὶ
πλευρὰ ἡ ΗΖ πλευρᾷ τῇ ΕΖ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν
ἡ ΕΓ τῇ ΓΑ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΓ τετράγωνον τῷ
ἀπὸ τῆς ΓΑ τετραγώνῳ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΕΓ ΓΑ τετρά-
γωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΑ τετραγώνου· τοῖς
δὲ ἀπὸ τῶν ΕΓ ΓΑ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΑ· τὸ ἄρα ἀ-
πὸ τῆς ΕΑ τετράγωνον διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ
τετραγώνου· πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΗΖ τῇ ΕΖ, ἴσον ἐστὶ
καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΕ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν
ΖΗ ΖΕ διπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ
τῆς ΕΖ· τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΗΖ
ΖΕ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΗ·
τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΕΗ διπλά-
σιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΖ· ἴ-
ση δὲ ἡ ΕΖ τῇ ΓΔ· τὸ ἄρα
ἀπὸ τῆς ΕΗ τετράγωνον δι-





[illegible marginal scholia]



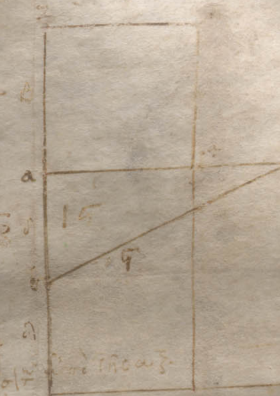
-πλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ· ἐδείχθη δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΔ
διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΕ, ΕΗ τε-
τράγωνα διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΔ τετραγώνων·
τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΑΕ, ΕΗ τετραγώνοις ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς
ΑΗ τετράγωνον· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΗ διπλάσιόν ἐστι τῶν
ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΔ· τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΗ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν
ΑΔ, ΔΗ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΗ τετράγωνα [illegible]
-ά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΔ τετραγώνων· ἴση δὲ ἡ ΔΗ τῇ
ΔΒ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν [illegible] διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ
τῶν ΑΓ, ΓΔ τετραγώνων. ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμη-
θῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ
ἀπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς προσκει-
μένης τὰ συναμφότερα τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ
τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ
τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης ὡς ἀπὸ μιᾶς
ἀναγραφέντος τετραγώνου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιά Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τεμεῖν ὥστε τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ
τοῦ ἑτέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον
ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.
Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ· δεῖ δὴ τὴν ΑΒ τεμεῖν ὥστε
τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἑτέρου τῶν τμημάτων περιεχό-
μενον ὀρθογώνιον ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμή-
ματος τετραγώνῳ. ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΑΒ
τετράγωνον τὸ ΑΒΓΔ, καὶ τετμήσθω ἡ ΑΓ δίχα κατὰ τὸ Ε
σημεῖον, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΕ, καὶ διήχθω ἡ ΓΑ ἐπὶ τὸ Ζ, καὶ κεί-
σθω τῇ ΒΕ ἴση ἡ ΕΖ· καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΑΖ

[illegible marginal scholia]



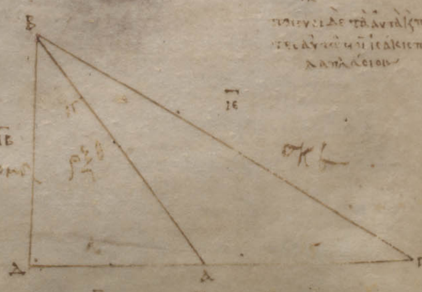
τετράγωνον τὸ ΖΘ, καὶ διήχθω ἡ ΗΘ ἐπὶ τὸ Κ· [illegible]
τέτμηται κατὰ τὸ Θ, ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΘ περιεχό-
μενον ὀρθογώνιον ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τῆς ΑΘ τετρα-
γώνῳ. ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ ΑΓ τέτμηται δίχα κατὰ τὸ Ε, πρόσ-
κειται δὲ αὐτῇ ἡ ΑΖ, τὸ ἄρα [illegible] ΓΖ, ΖΑ περιεχό-
μενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΕ τετρα[γώνου]
[illegible] τετραγώνῳ. [illegible]
[illegible]
τὸ ἄρα [illegible] ΓΖ, ΖΑ μετὰ τοῦ [illegible]
[illegible] ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν [illegible] ΑΕ
ὀρθὴ γὰρ [illegible] γωνία· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν [illegible]
[illegible] ἀπὸ τῶν [illegible] ΑΕ· κοι-
νὸν ἀφῃρήσθω [illegible] τῆς ΑΕ· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ
τῶν ΓΖ, ΖΑ περιεχόμενον ὀρθογώνιον [illegible] ἐστὶ τῷ ἀ-
πὸ τῆς ΑΒ τετραγώνῳ. καί ἐστι τὸ μὲν [illegible] ΓΖ, ΖΑ
τὸ ΖΚ [illegible] ΖΗ· τὸ δὲ [illegible] ΑΒ· τὸ
[illegible] ΑΔ· κοινὸν ἀφῃρήσθω
τὸ ΑΚ· λοιπὸν ἄρα τὸ ΖΘ τῷ ΘΔ ἴσον ἐστί· καί ἐστι τὸ
μὲν ΘΔ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΘ· ἴση γὰρ ἡ ΑΒ τῇ ΒΔ· τὸ
δὲ ΖΘ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΘ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΘ περι-
εχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον
[illegible] τετραγώνῳ.
[illegible] εὐθεῖα ἡ ΑΒ.
[illegible] ὥστε τὸ
[illegible] περιεχόμε-
[illegible] ἴσον εἶναι [illegible]
[illegible] ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.







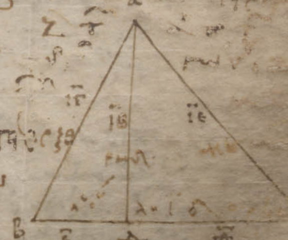
ιβ Ἐν τοῖς ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ἀμβλεῖαν
γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον μεῖζόν ἐστι
τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευ-
ρῶν τετραγώνων τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν
περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πί-
πτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς καθέ-
του πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ. ἔστω ἀμβλυγώνιον τρί-
γωνον τὸ ΑΒΓ ἀμβλεῖαν ἔχον τὴν ὑπὸ ΒΑΓ, καὶ ἤχθω ἀ-
πὸ τοῦ Β σημείου ἐπὶ τὴν ΓΑ ἐκβληθεῖσαν κάθετος ἡ ΒΔ.
λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον μεῖζόν ἐστι τῶν ἀ-
πὸ τῶν ΒΑ ΑΓ τετραγώνων, τῷ δὶς ὑπὸ ΓΑ ΑΔ περιεχο-
μένῳ ὀρθογωνίῳ. ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ ΓΔ τέτμηται ὡς
ἔτυχεν κατὰ τὸ Α σημεῖον, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΔΓ ἴσον ἐστὶ
τοῖς ἀπὸ τῶν ΓΑ ΑΔ τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν
ΓΑ ΑΔ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. κοινὸν προσκείσθω
τὸ ἀπὸ τῆς ΔΒ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΓΔ ΔΒ ἴσα ἐστὶ
τοῖς τε ἀπὸ τῶν ΓΑ ΑΔ ΔΒ καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΑ ΑΔ πε-
ριεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν ΓΔ
ΔΒ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ· ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ Δ γω-
νία· τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν
ΑΔ ΔΒ ἴσον τὸ ἀπὸ τῆς
ΑΒ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΓΒ
τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε
ἀπὸ τῶν ΓΑ ΑΒ τετρα-
γώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ
τῶν ΓΑ ΑΔ περιεχομέ-



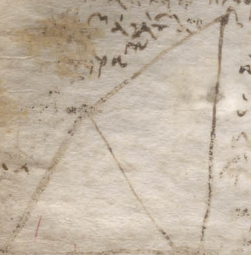


νῳ ὀρθογωνίῳ· ὥστε τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετράγωνον τῶν
ἀπὸ τῶν ΓΑ ΑΒ τετραγώνων μεῖζόν ἐστι τῷ δὶς ὑπὸ τῶν
ΓΑ ΑΔ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ἐν ἄρα τοῖς ἀμβλυ-
γωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ἀμβλεῖαν γωνί-
αν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον μεῖζόν ἐστι τῶν
ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν
τετραγώνων τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν
περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ
τῆς ἀπολαμβανομένης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς
τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

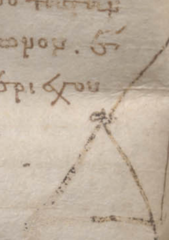
ιγ Ἐν τοῖς ὀξυγωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀξεῖαν
γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἔλατ-
τόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ὀξεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν
πλευρῶν τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε
μιᾶς τῶν περὶ τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ἐφ' ἣν ἡ κάθετος
πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐντὸς ὑπὸ τῆς κα-
θέτου πρὸς τῇ ὀξείᾳ γωνίᾳ. ἔστω ὀξυγώνιον τρίγω-
νον τὸ ΑΒΓ ὀξεῖαν ἔχον τὴν πρὸς τῷ Β γωνίαν, καὶ
ἤχθω ἀπὸ τοῦ Α σημείου ἐπὶ τὴν ΒΓ κάθετος ἡ ΑΔ.
λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετράγωνον ἔλαττόν ἐστι τῶν
ἀπὸ τῶν ΓΒ ΒΑ τετραγώνων τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΒ ΒΔ περι-
εχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ ΓΒ τέτμη-
ται ὡς ἔτυχε κατὰ τὸ Δ, τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΓΒ ΒΔ
τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῶν ΓΒ ΒΔ περιε-
χομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΓ τετραγώ-
νῳ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΔΑ τετράγωνον.



τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΓΒ ΒΔ ΔΑ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε
δὶς ὑπὸ τῶν ΓΒ ΒΔ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ
τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΔ ΔΓ τετραγώνοις· ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ
τῶν ΒΔ ΔΑ ἴσον τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ· ὀρθὴ γὰρ ἡ
πρὸς τῷ Δ γωνία· τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΑΔ ΔΓ ἴσον
τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΓΒ ΒΑ ἴσα ἐστὶ τῷ
τε ἀπὸ τῆς ΑΓ καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΒ ΒΔ· ὥστε μόνον
τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ ἔλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΓΒ ΒΑ τετραγώ-
νων τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΒ ΒΔ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ·
ἐν ἄρα τοῖς ὀξυγωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν
ὀξεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἔ-
λαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ὀξεῖαν γωνίαν περιεχου-
σῶν τοῦ τριγώνου πλευρῶν
τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑ-
πό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν
ὀξεῖαν γωνίαν [illegible]
κάθετος πίπτει [illegible]
λαμβανομένης [illegible]
τῆς καθέτου πρὸς [illegible]
ὀξείᾳ γωνίᾳ· ὅπερ ἔδει
δεῖξαι :







ιδ Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον τετράγωνον συστήσα-
σθαι. ἔστω τὸ δοθὲν εὐθύγραμμον τὸ Α· δεῖ δὴ τῷ Α εὐθυγράμ-
μῳ ἴσον τετράγωνον συστήσασθαι· συνεστάτω γὰρ
τῷ Α εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον ὀρθο-
γώνιον τὸ ΒΔ· εἰ μὲν οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΕΔ, γε-

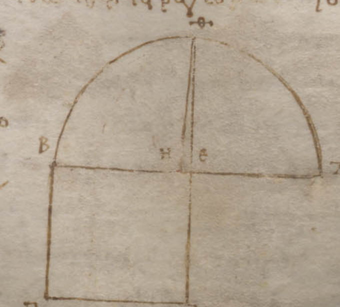


6

συνέσταται γὰρ τῷ Α εὐθυγράμμῳ
γονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν· εἰ δὲ οὔ, μία τῶν ΒΕ ΕΔ μείζων ἐστίν·
ἴσον τετράγωνον τὸ ΒΔ·
ἔστω μείζων ἡ ΒΕ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Ζ καὶ κείσθω τῇ ΕΔ
ἴση ἡ ΕΖ καὶ τετμήσθω ἡ ΒΖ δίχα κατὰ τὸ Η· καὶ κέντρῳ τῷ
Η διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν ΗΒ ΗΖ ἡμικύκλιον γεγράφθω
τὸ ΒΘΖ καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΔΕ ἐπὶ τὸ Θ καὶ ἐπεζεύχθω
ἡ ΗΘ. ἐπεὶ οὖν εὐθεῖα ἡ ΒΖ τέτμηται εἰς μὲν ἴσα κατὰ
τὸ Η εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Ε, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΒΕ ΕΖ
περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΗ τετρα-
γώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΗΖ τετραγώνῳ· ἴση δὲ ἡ
ΗΖ τῇ ΗΘ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΒΕ ΕΖ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΕ
ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΗΘ· τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΗΘ ἴσα ἐστὶ
τὰ ἀπὸ τῶν ΘΕ ΕΗ τετράγωνα· τὰ ἄρα ὑπὸ τῶν ΒΕ ΕΖ
μετὰ τοῦ ἀπὸ ΗΕ ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΘΕ ΕΗ· κοινὸν
ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΗΕ τετράγωνον· λοιπὸν ἄρα
τὸ ὑπὸ τῶν ΒΕ ΕΖ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ
τῷ ἀπὸ τῆς ΕΘ τετραγώνῳ· ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΕ ΕΖ τὸ
ΒΔ ἐστίν· ἴση γὰρ ἡ ΕΖ τῇ ΕΔ· τὸ ἄρα ΒΔ παραλληλό-
γραμμον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΘΕ τετραγώνῳ· ἴσον δὲ
τὸ ΒΔ τῷ Α εὐθυγράμμῳ· καὶ
τὸ Α ἄρα εὐθύγραμμον ἴσον ἐστὶ
τῷ ἀπὸ τῆς ΕΘ ἀναγραφησο-
μένῳ τετραγώνῳ· τῷ ἄρα
δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ Α
ἴσον τετράγωνον συνέσταται τὸ
ἀπὸ τῆς ΕΘ ἀναγραφησόμε-
νον· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι :-





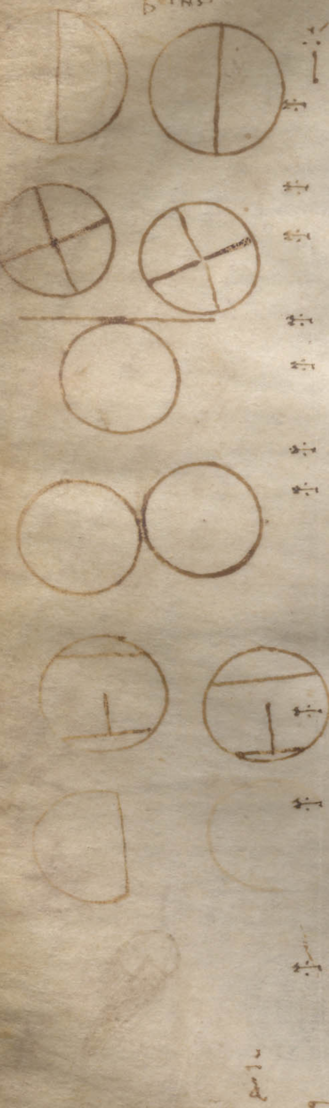




ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙ



+ Εὐκλείδου στοιχείων τρίτον :~

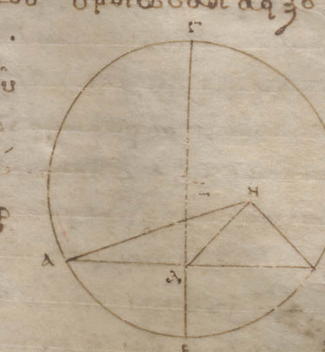


α' Ἴσοι κύκλοι εἰσίν, ὧν αἱ διάμετροι ἴσαι εἰσίν· ἢ ὧν αἱ ἐκ τῶν κέντρων ἴσαι εἰσίν. εὐθεῖα κύκλου ἐφάπτεσθαι λέγεται, ἥτις ἁπτομένη τοῦ κύκλου καὶ ἐκβαλλομένη οὐ τέμνει τὸν κύκλον. κύκλοι ἐφάπτεσθαι ἀλλήλων λέγονται· οἵτινες ἁπτόμενοι ἀλλήλων οὐ τέμνουσιν ἀλλήλους. ἐν κύκλῳ ἴσον ἀπέχειν ἀπὸ τοῦ κέντρου εὐθεῖαι λέγονται, ὅταν αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπ' αὐτὰς κάθετοι ἀγόμεναι ἴσαι ὦσιν. μεῖζον δὲ ἀπέχειν λέγεται, ἐφ' ἣν ἡ μείζων κάθετος πίπτει. τμῆμα κύκλου ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας. τμήματος δὲ γωνία ἐστίν, ἡ περιεχομένη ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας. ἐν τμήματι δὲ γωνία ἐστίν, ὅταν ἐπὶ τῆς περιφερείας τοῦ τμήματος ληφθῇ τι σημεῖον καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἐπὶ τὰ πέρατα τῆς εὐθείας, ἥ ἐστι βάσις τοῦ τμήματος, ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν. ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν εὐθεῖαι ἀπολαμβάνωσί τινα περιφέρειαν, ἐπ' ἐκείνης λέγεται βεβηκέναι ἡ γωνία. τομεὺς δὲ κύκλου ἐστίν, ὅταν πρὸς τῷ κέντρῳ τοῦ κύκλου συσταθῇ γωνία, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῶν τὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῶν περιφερείας. ὅμοια τμήματα κύκλων ἐστὶ τὰ δεχόμενα γωνίας ἴσας. ἢ ἐν οἷς αἱ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί :

α' Τοῦ δοθέντος κύκλου τὸ κέντρον εὑρεῖν. ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓ· δεῖ δὴ τοῦ ΑΒΓ κύκλου τὸ κέντρον εὑρεῖν.



διήχθω εἰς αὐτὸν ὡς ἔτυχεν εὐθεῖα ἡ ΑΒ, καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Δ σημεῖον· καὶ ἀπὸ τοῦ Δ τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΔΓ· καὶ διήχθω ἐπὶ τὸ Ε· καὶ τετμήσθω ἡ ΓΕ δίχα κατὰ τὸ Ζ· λέγω ὅτι τὸ Ζ κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου. μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ Η· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΗΑ, ΗΔ, ΗΒ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΔΒ, κοινὴ δὲ ἡ ΔΗ, δύο δὴ αἱ ΑΔ, ΔΗ δύο ταῖς ΗΔ, ΔΒ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ βάσις ἡ ΗΑ βάσει τῇ ΗΒ ἐστὶν ἴση· ἐκ κέντρου γάρ· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΔΗ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΗΔΒ ἴση ἐστίν. ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστιν· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΗΔΒ· ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΖΔΒ ὀρθή· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΖΔΒ τῇ ὑπὸ ΗΔΒ ἡ μείζων τῇ ἐλάττονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα τὸ Η κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδ' ἄλλο τι πλὴν τοῦ Ζ. τὸ Ζ ἄρα σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου. ἐκ δὴ τούτου φανερὸν ὅτι ἐὰν ἐν κύκλῳ εὐθεῖά τις εὐθεῖάν τινα δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνῃ, ἐπὶ τῆς τεμνούσης ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι :~



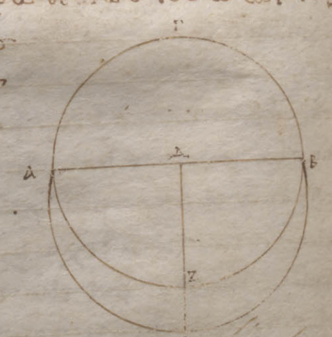
β' Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς περιφερείας ληφθῇ δύο τυχόντα σημεῖα, ἡ ἐπὶ τὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου. ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓ καὶ ἐπὶ τῆς





περιφερείας αὐτοῦ εἰλήφθω δύο τυχόντα σημεῖα τὰ Α Β·
λέγω ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Β ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐν-
τὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου. μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, πιπτέ-
τω ἐκτὸς ὡς ἡ ΑΕΒ· καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύ-
κλου καὶ ἔστω τὸ Δ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔΑ ΔΒ, καὶ διήχθω
ἡ ΔΖΕ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ τῇ ΔΒ, ἴση ἄρα καὶ γω-
νία ἡ ὑπὸ ΔΑΕ τῇ ὑπὸ ΔΒΕ· καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΔΑΕ
μία πλευρὰ προσεκβέβληται ἡ ΑΕΒ, μείζων ἄρα
ἡ ὑπὸ ΔΕΒ γωνία τῆς ὑπὸ ΔΑΕ· ἴση δὲ ἡ ὑπὸ ΔΑΕ
τῇ ὑπὸ ΔΒΕ· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΕΒ τῆς ὑπὸ ΔΒΕ·
ὑπὸ δὲ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτεί-
νει· μείζων ἄρα ἡ ΔΒ τῆς ΔΕ· ἴση δὲ ἡ ΔΒ τῇ ΔΖ·
μείζων ἄρα ἡ ΔΖ τῆς ΔΕ ἡ ἐλάττων τῆς μείζονος·
ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Β
ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐκτὸς
πεσεῖται τοῦ κύκλου. ὁμοίως
δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ ἐπ' αὐ-
τῆς τῆς περιφερείας· ἐν-
τὸς ἄρα. ἐὰν ἄρα κύκλου
ἐπὶ τῆς περιφερείας λη-
φθῇ δύο τυχόντα σημεῖα,
ἡ ἐπὶ τὰ αὐτὰ σημεῖα ἐπιζευ-
γνυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

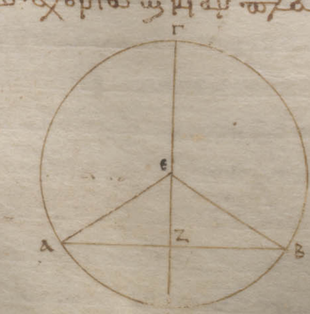






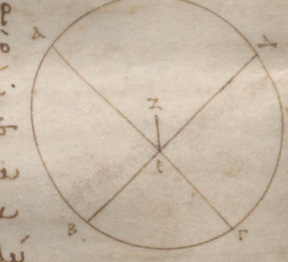
Ἐὰν ἐν κύκλῳ εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου εὐθεῖάν τινα
μὴ διὰ τοῦ κέντρου δίχα τέμνῃ, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει· καὶ ἐὰν
πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνῃ, καὶ

δίχα αὐτὴν τεμεῖ. ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓ, καὶ ἐν αὐτῷ εὐθεῖά τις διὰ
τοῦ κέντρου ἡ ΓΔ εὐθεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου τὴν ΑΒ δί-
χα τεμνέτω κατὰ τὸ Ζ σημεῖον· λέγω ὅτι καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐ-
τὴν τέμνει. εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου καὶ
ἔστω τὸ Ε, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΑ ΕΒ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΖ
τῇ ΒΖ, κοινὴ δὲ ἡ ΖΕ, δύο δυσὶν ἴσαι εἰσίν·
καὶ βάσις ἡ ΕΑ βάσει τῇ ΕΒ ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΖΕ
γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΖΕ ἴση ἐστίν. ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα
τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ,
ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστιν· ἑκατέρα ἄρα
τῶν ὑπὸ ΑΖΕ ΒΖΕ ὀρθή ἐστιν. ἡ ΓΔ ἄρα διὰ τοῦ κέντρου
οὖσα, τὴν ΑΒ μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὖσαν δίχα τέμνουσα
καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει. ἀλλὰ δὴ ἡ ΓΔ τὴν ΑΒ πρὸς ὀρ-
θὰς τεμνέτω· λέγω ὅτι καὶ δίχα αὐτὴν τέμνει, τουτέστιν
ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΑΖ τῇ ΖΒ. τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέν-
των, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΕΑ τῇ ΕΒ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ
ὑπὸ ΕΑΖ τῇ ὑπὸ ΕΒΖ. ἐστὶ δὲ καὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΑΖΕ ὀρθῇ
τῇ ὑπὸ ΒΖΕ ἴση· δύο τρίγωνά ἐστι τὰ ΕΑΖ ΕΖΒ τὰς
δύο γωνίας δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχοντα καὶ μίαν πλευρὰν
μιᾷ πλευρᾷ ἴσην, κοινὴν αὐ-
τῶν τὴν ΕΖ ὑποτείνουσαν ὑπὸ
μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν· καὶ τὰς
λοιπὰς ἄρα πλευρὰς ταῖς λοι-
παῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει· ἴση
ἄρα ἡ ΑΖ τῇ ΖΒ. ἐὰν ἄρα ἐν κύ-
κλῳ εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου καὶ
τὰ ἑξῆς. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~



δ

Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας μὴ διὰ τοῦ κέν-
τρου οὖσαι, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα. ἔστω κύκλος ὁ
ΑΒΓΔ, καὶ ἐν αὐτῷ δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΓ ΒΔ, τεμνέτωσαν ἀλλήλας
κατὰ τὸ Ε μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὖσαι. λέγω ὅτι οὐ τέμνουσιν
ἀλλήλας δίχα. εἰ γὰρ δυνατόν, τεμνέτωσαν ἀλλήλας δίχα
ὥστε ἴσην εἶναι τὴν μὲν ΑΕ τῇ ΕΓ, τὴν δὲ ΒΕ τῇ ΕΔ. καὶ
εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου καὶ ἔστω τὸ Ζ, καὶ ἐπε-
ζεύχθω ἡ ΖΕ. ἐπεὶ οὖν εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἡ ΖΕ εὐθεῖ-
άν τινα τὴν ΑΓ δίχα τέμνει, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει.
ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΖΕΑ. πάλιν ἐπεὶ εὐθεῖά τις ἡ ΖΕ εὐθεῖαν
τινὰ τὴν ΒΔ δίχα τέμνει, καὶ πρὸς ὀρ-
θὰς αὐτὴν τέμνει. ὀρθὴ ἄρα ἡ ὑπὸ
ΖΕΒ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΖΕΑ ὀρθή.
ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΖΕΑ τῇ ὑπὸ ΖΕΒ. ἡ ἐ-
λάττων τῇ μείζονι. ὅπερ ἐστὶν ἀδύνα-
τον. οὐκ ἄρα αἱ ΑΓ ΒΔ τέμνουσιν ἀλ-
λήλας δίχα. ἐὰν ἄρα ἐν κύκλῳ δύ-
ο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας καὶ τὰ ἑξῆς. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

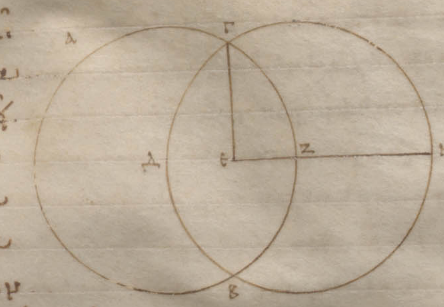


ε

Ἐὰν δύο κύκλοι τέμνωσιν ἀλλήλους, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐ-
τὸ κέντρον. δύο γὰρ κύκλοι οἱ ΑΒΓ ΓΔΗ τεμνέτωσαν ἀλ-
λήλους κατὰ τὰ Β Γ σημεῖα. λέγω ὅτι οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ
αὐτὸ κέντρον. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω τὸ Ε καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΓ
καὶ διήχθω ἡ ΕΖΗ ὡς ἔτυχεν. καὶ ἐπεὶ τὸ Ε σημεῖον κέντρον
ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΕΓ τῇ ΕΖ. πάλιν ἐπεὶ τὸ
Ε σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΓΔΗ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΕΓ τῇ
ΕΗ. ἐδείχθη δὲ ἡ ΕΓ καὶ τῇ ΕΖ ἴση. καὶ ἡ ΕΖ ἄρα τῇ ΕΗ

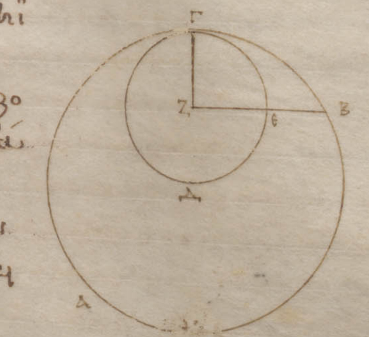
46

ἐστὶν ἴση. ἡ ἐλάττων τῇ
μείζονι. ὅπερ ἐστὶν ἀδύνα-
τον. οὐκ ἄρα τὸ Ε σημεῖ-
ον κέντρον ἐστὶ τῶν ΑΒΓ
ΓΔΗ κύκλων. ἐὰν ἄρα
δύο κύκλοι τέμνωσιν ἀλ-
λήλους, οὐκ ἔστιν αὐτῶν
τὸ αὐτὸ κέντρον. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:



ϛ

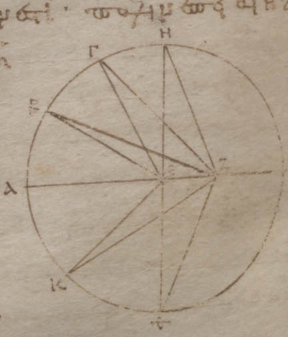
Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ
κέντρον. δύο γὰρ κύκλοι οἱ ΑΒΓ ΓΔΕ ἐφαπτέσθωσαν ἀλ-
λήλων κατὰ τὸ Γ σημεῖον. λέγω ὅτι οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ
κέντρον. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω τὸ Ζ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΓ καὶ
διήχθω ὡς ἔτυχεν ἡ ΖΕΒ. ἐπεὶ οὖν τὸ Ζ σημεῖον κέντρον
ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΖΓ τῇ ΖΒ. πάλιν ἐπεὶ
τὸ Ζ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΓΔΕ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΖΓ
τῇ ΖΕ. ἐδείχθη δὲ ἡ ΖΓ τῇ
ΖΒ ἴση. καὶ ἡ ΖΕ ἄρα τῇ ΖΒ
ἐστὶν ἴση. ἡ ἐλάττων τῇ μείζο-
νι. ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄ-
ρα τὸ Ζ σημεῖον κέντρον ἐστὶ
τῶν ΑΒΓ ΓΔΕ κύκλων. ἐὰν
ἄρα δύο κύκλοι ἐφάπτωνται
ἀλλήλων, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ
αὐτὸ κέντρον. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—



ζ

Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς διαμέτρου ληφθῇ τι σημεῖον, ὃ μή ἐστι
κέντρον τοῦ κύκλου, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον

προσπίπτωσιν εὐθεῖαί τινες. μεγίστη μὲν ἔσται ἐφ' ἧς τὸ κέν-
τρον. ἐλαχίστη δὲ ἡ λοιπή. τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς
διὰ τοῦ κέντρου τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστί. δύο δὲ μόναι
εὐθεῖαι ἴσαι ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου προσπεσοῦνται
πρὸς τὸν κύκλον ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης. ἔστω κύκλος
ὁ ΑΒΓΔ. διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἔστω ἡ ΑΔ, καὶ ἐπὶ τῆς ΑΔ εἰλή-
φθω τι σημεῖον τὸ Ζ ὃ μή ἐστι κέντρον τοῦ κύκλου. κέντρον
δὲ τοῦ κύκλου ἔστω τὸ Ε, καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύ-
κλον προσπιπτέτωσαν εὐθεῖαί τινες αἱ ΖΒ ΖΓ ΖΗ. λέγω ὅ-
τι μεγίστη μέν ἐστιν ἡ ΖΑ. ἐλαχίστη δὲ ἡ ΖΔ. τῶν δὲ ἄλλων
ἡ μὲν ΖΒ τῆς ΖΓ μείζων. ἡ δὲ ΖΓ τῆς ΖΗ. ἐπεζεύχθω-
σαν γὰρ αἱ ΕΒ ΕΓ ΕΗ. καὶ ἐπεὶ παντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευ-
ραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσιν. αἱ ἄρα ΕΒ ΕΖ τῆς ΒΖ μεί-
ζονές εἰσιν. ἴση δὲ ἡ ΑΕ τῇ ΒΕ. αἱ ἄρα ΒΕ ΕΖ ἴσαι εἰσὶ τῇ
ΑΖ. μείζων ἄρα ἡ ΑΖ τῆς ΒΖ. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ
τῇ ΓΕ. κοινὴ δὲ ἡ ΖΕ. δύο δὴ αἱ ΒΕ ΕΖ δυσὶ ταῖς ΓΕ ΕΖ ἴσαι
εἰσίν. ἀλλὰ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΕΖ γωνίας τῆς ὑπὸ ΓΕΖ
μείζων. βάσις ἄρα ἡ ΒΖ βάσεως τῆς ΓΖ μείζων ἐστίν. δι-
ὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΓΖ τῆς ΖΗ μείζων ἐστίν. πάλιν ἐπεὶ αἱ ΗΖ
ΖΕ τῆς ΕΗ μείζονές εἰσιν. ἴση δὲ ἡ
ΕΗ τῇ ΕΔ. αἱ ἄρα ΗΖ ΖΕ τῆς ΕΔ
μείζονές εἰσι. κοινὴ ἀφῃρήσθω
ἡ ΕΖ. λοιπὴ ἄρα ἡ ΗΖ λοιπῆς
τῆς ΖΔ μείζων ἐστί. μεγίστη μὲν
ἄρα ἡ ΖΑ. ἐλαχίστη δὲ ἡ ΖΔ. μεί-
ζων δὲ ἡ μὲν ΖΒ τῆς ΖΓ. ἡ δὲ ΖΓ

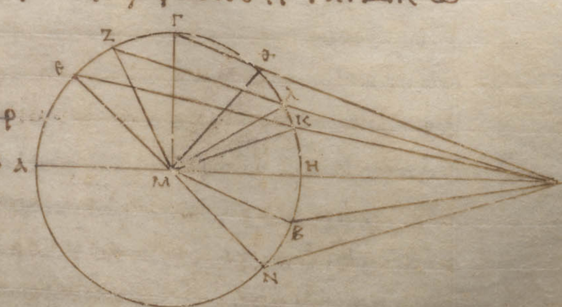


τῆς ΖΗ. λέγω ὅτι καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ σημείου δύο μόναι ἴσαι
προσπεσοῦνται πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον ἐφ' ἑκάτερα τῆς ΖΔ
ἐλαχίστης. συνεστάτω γὰρ πρὸς τῇ ΕΖ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς
αὐτῇ σημείῳ τῷ Ε τῇ ὑπὸ ΗΕΖ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΖΕΘ, καὶ
ἐπεζεύχθω ἡ ΖΘ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΗΕ τῇ ΕΘ, καὶ
κοινὴ δὲ ἡ ΕΖ, δύο δὴ αἱ ΗΕ ΕΖ δυσὶ ταῖς ΘΕ ΕΖ ἴσαι εἰσί·
καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΗΕΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΘΕΖ ἴση· βάσις
ἄρα ἡ ΖΗ βάσει τῇ ΖΘ ἴση ἐστίν. λέγω δὴ ὅτι τῇ ΖΗ ἄλλη
ἴση οὐ προσπεσεῖται πρὸς τὸν κύκλον ἀπὸ τοῦ Ζ σημείου. εἰ
γὰρ δυνατόν, προσπιπτέτω ἡ ΖΚ. καὶ ἐπεὶ ἡ ΖΚ τῇ
ΖΘ ἴση ἐστίν. ἀλλὰ ἡ ΖΘ τῇ ΖΗ ἴση ἐστίν. καὶ ἡ ΖΚ ἄρα τῇ
ΖΗ ἐστὶν ἴση. ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου τῇ ἀπώτερον
ἐστὶν ἴση. ὅπερ ἀδύνατον. ἢ καὶ οὕτως· ἐπεζεύχθω ἡ ΕΚ. καὶ
ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΗΕ τῇ ΕΚ. κοινὴ δὲ ἡ ΖΕ. καὶ βάσις ἡ ΗΖ
βάσει τῇ ΖΚ ἴση. γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΗΕΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΚΕΖ
ἐστὶν ἴση. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΗΕΖ τῇ ὑπὸ ΘΕΖ ἐστὶν ἴση. καὶ ἡ ὑ-
πὸ ΘΕΖ ἄρα τῇ ὑπὸ ΚΕΖ ἐστὶν ἴση ἡ ἐλάττων τῇ μεί-
ζονι. ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἀπὸ τοῦ Ζ σημείου
ἑτέρα τις προσπεσεῖται πρὸς τὸν κύκλον ἴση τῇ ΗΖ. μία
ἄρα μόνη. ἐὰν ἄρα κύκλου ἐπὶ τῆς διαμέτρου ληφθῇ τι
σημεῖον καὶ τὰ ἑξῆς. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός. ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου
πρὸς τὸν κύκλον διαχθῶσιν εὐθεῖαί τινες ὧν μία μὲν διὰ
τοῦ κέντρου. αἱ δὲ λοιπαὶ ὡς ἔτυχεν. τῶν μὲν πρὸς τὴν
κοίλην περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν μεγίστη
μέν ἐστιν ἡ διὰ τοῦ κέντρου. τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον

διὰ τοῦ κέντρου τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστί· τῶν δὲ πρὸς
τὴν κυρτὴν περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν ἐ-
λαχίστη μέν ἐστιν ἡ μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς διαμέ-
τρου· τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς ἐλαχίστης τῆς ἀ-
πώτερόν ἐστιν ἐλάττων· δύο δὲ μόνον εὐθεῖαι ἴσαι ἀ-
πὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον
ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης. ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓ· καὶ
τοῦ ΑΒΓ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐκτὸς τὸ Δ. καὶ ἀπ' αὐτοῦ
διήχθωσαν εὐθεῖαί τινες πρὸς τὸν κύκλον αἱ ΔΑ, ΔΕ, ΔΖ,
ΔΓ· ἔστω δὲ ἡ ΔΑ διὰ τοῦ κέντρου. λέγω ὅτι τῶν μὲν πρὸς
τὴν ΑΕΖΓ κοίλην περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθει-
ῶν μεγίστη μέν ἐστιν ἡ διὰ τοῦ κέντρου ἡ ΔΑ· ἐλαχίστη
δέ, ἡ μεταξὺ τοῦ Δ σημείου καὶ τῆς διαμέτρου τῆς ΑΗ·
μείζων δὲ ἡ μὲν ΔΕ τῆς ΔΖ. ἡ δὲ ΔΖ τῆς ΔΓ· τῶν δὲ
πρὸς τὴν ΘΛΚΗ κυρτὴν περιφέρειαν προσπιπτουσῶν
εὐθειῶν ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς ΔΗ ἐλαχίστης ἐλάττων ἐστὶ τῆς
ἀπώτερον· ἡ μὲν ΔΚ τῆς ΔΛ. ἡ δὲ ΔΛ τῆς ΔΘ· εἰλή-
φθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου καὶ ἔστω τὸ Μ· καὶ ἐπε-
ζεύχθωσαν αἱ ΜΕ ΜΖ ΜΓ ΜΚ ΜΛ ΜΘ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ
ΑΜ τῇ ΕΜ. κοινὴ προσκείσθω ἡ ΜΔ· ἡ ἄρα ΑΔ. ἴση
ἐστὶ ταῖς ΕΜ ΜΔ· ἀλλ' αἱ ΕΜ ΜΔ. τῆς ΕΔ μείζονές εἰσιν·
καὶ ἡ ΑΔ ἄρα τῆς ΕΔ μείζων ἐστί· πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ
ΜΕ τῇ ΜΖ. κοινὴ προσκείσθω ἡ ΜΔ. αἱ ΕΜ ΜΔ ἄρα
ταῖς ΖΜ ΜΔ ἴσαι εἰσίν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΕΜΔ. γωνίας
τῆς ὑπὸ ΖΜΔ μείζων ἐστί· βάσις ἄρα ἡ ΕΔ. βάσεως
τῆς ΖΔ μείζων ἐστίν· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἡ ΖΔ

τῆς ΓΔ μείζων ἐστί· μεγίστη μὲν ἄρα ἡ ΔΑ· μείζων δὲ ἡ μὲν
ΔΕ τῆς ΔΖ. ἡ δὲ ΔΖ τῆς ΔΓ· καὶ ἐπεὶ αἱ ΜΚ ΚΔ τῆς ΜΔ
μείζονές εἰσιν· ἴση δὲ ἡ ΜΗ τῇ ΜΚ. λοιπὴ ἄρα ἡ ΚΔ λοι-
πῆς τῆς ΗΔ μείζων ἐστίν· ὥστε ἡ ΗΔ τῆς ΚΔ ἐλάττων
ἐστί· καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΜΛΔ ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν τῆς
ΜΔ δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συνεστάθησαν αἱ ΜΚ ΚΔ. αἱ ἄρα
ΜΚ ΚΔ τῶν ΜΛ ΛΔ ἐλάττονές εἰσιν· ὧν ἐστιν ἴση ἡ ΜΚ
τῇ ΜΛ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΔΚ λοιπῆς τῆς ΔΛ ἐλάττων ἐστίν·
ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἡ ΔΛ τῆς ΔΘ ἐλάττων ἐστίν·
ἐλαχίστη μὲν ἄρα ἡ ΔΗ. ἐλάττων δὲ ἡ μὲν ΔΚ τῆς ΔΛ.
ἡ δὲ ΔΛ τῆς ΔΘ. λέγω ὅτι δύο μόνον εὐθεῖαι ἴσαι ἀπὸ
τοῦ Δ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον ἐφ' ἑκά-
τερα τῆς ΔΗ ἐλαχίστης. συνεστάτω πρὸς τῇ ΜΔ εὐθείᾳ
καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Μ τῇ ὑπὸ ΚΜΔ γωνίᾳ
ἴση γωνία ἡ ὑπὸ ΔΜΒ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΒ. καὶ ἐπεὶ ἴση
ἐστὶν ἡ ΒΜ τῇ ΜΚ κοινὴ δὲ ἡ ΜΔ. δύο δὴ αἱ ΚΜ ΜΔ δυ-
σὶ ταῖς ΒΜ ΜΔ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνί-
α ἡ ὑπὸ ΚΜΔ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΜΔ ἐστὶν ἴση· βάσις
ἄρα ἡ ΔΚ βάσει τῇ ΔΒ ἴση ἐστί· λέγω δὴ ὅτι τῇ ΔΚ εὐ-
θείᾳ ἄλλη ἴση οὐ προσ-
πεσεῖται πρὸς τὸν κύκλον
ἀπὸ τοῦ Δ σημείου· εἰ γὰρ
δυνατὸν προσπιπτέτω καὶ
ἔστω ἡ ΔΝ· ἐπεὶ οὖν ἡ ΔΚ
τῇ ΔΝ ἐστὶν ἴση· ἀλλ' ἡ
ΔΚ τῇ ΔΒ ἐστὶν ἴση. καὶ



ἡ ΔΒ ἄρα τῇ ΔΗ ἐστὶν ἴση· ἡ ἐγγίων τῇ ΔΗ ἐλαχίστῃ τῇ
ἀπωτέρω ἐστὶν ἴση· ὅπερ ἀδύνατον· ἢ καὶ ἄλλως· ἐπεζεύ-
χθω ἡ ΜΝ· ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΚΜ τῇ ΜΝ, κοινὴ δὲ ἡ ΜΔ, καὶ
βάσις ἡ ΔΚ βάσει τῇ ΔΝ ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΚΜΔ
γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΜΝ ἴση ἐστίν· ἀλλ' ἡ ὑπὸ ΚΜΔ τῇ ὑ-
πὸ ΒΜΔ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΒΜΔ τῇ ὑπὸ ΝΜΔ ἐστὶν ἴση·
ἡ ἐλάττων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα
πλείους ἢ δύο ὁμοίως εὐθεῖαι ἴσαι ἀπὸ τοῦ Δ σημείου
προσπεσοῦνται πρὸς τὸν ΑΒΓ κύκλον ἐφ' ἑκάτερα τῆς
ΔΗ ἐλαχίστης· ἐὰν ἄρα κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐ-
κτός, καὶ τὰ ἑξῆς· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

θ Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐντός, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου
πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι πλείους ἢ δύο εὐθεῖαι ἴσαι,
τὸ ληφθὲν σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ κύκλου· ἔστω κύκλος
ὁ ΑΒΓ, ἐντὸς δὲ αὐτοῦ σημεῖον τὸ Δ, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ πρὸς
τὸν ΑΒΓ κύκλον προσπιπτέτωσαν πλείους ἢ δύο εὐθεῖαι
ἴσαι αἱ ΔΑ ΔΒ ΔΓ· λέγω ὅτι τὸ Δ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ
ΑΒΓ κύκλου· ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΑΒ ΒΓ καὶ τετμήσθω-
σαν δίχα κατὰ τὰ Ε Ζ σημεῖα· καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ ΕΔ ΖΔ
διήχθωσαν ἐπὶ τὰ Η Κ Θ Λ σημεῖα· ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΑΕ
τῇ ΕΒ, κοινὴ δὲ ἡ ΕΔ, δύο δὴ αἱ
ΑΕ ΕΔ δυσὶ ταῖς ΒΕ ΕΔ ἴσαι εἰσί· καὶ
βάσις ἡ ΔΑ βάσει τῇ ΔΒ ἐστὶν ἴ-
ση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΕΔ γω-
νίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΕΔ ἴση ἐστίν· ὀρ-
θὴ ἄρα ἑκατέρα τῶν ἴσων

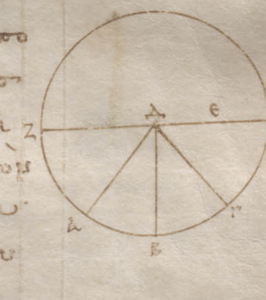


ΑΕΔ ΒΕΔ γωνιῶν· ἡ ΗΚ ἄρα τὴν ΑΒ δίχα τε τέμνει καὶ πρὸς ὀρ-
θάς· καὶ ἐπεὶ ἐὰν ἐν κύκλῳ εὐθεῖά τις εὐθεῖάν τινα δίχα τε
καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνῃ, ἐπὶ τῆς τεμνούσης ἐστὶ τὸ κέντρον
τοῦ κύκλου, ἐπὶ τῆς ΗΚ ἄρα ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου·
διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἐπὶ τῆς ΘΛ ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ· καὶ οὐ-
δὲν ἕτερον κοινὸν ἔχουσιν αἱ ΗΚ ΘΛ εὐθεῖαι ἢ τὸ Δ σημεῖ-
ον· τὸ Δ ἄρα [illegible] κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου· ἐὰν
ἄρα κύκλου [illegible]
[illegible] ἢ δύο
[illegible] τὸ ληφθὲν σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ κύκλου· ὅπερ ἔδει
δεῖξαι:

ἄλλως:

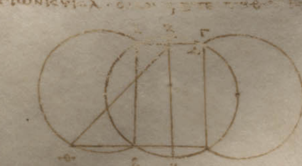
Κύκλου γὰρ τοῦ ΑΒΓ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐντὸς τὸ Δ, ἀπὸ
δὲ τοῦ Δ πρὸς τὸν ΑΒΓ κύκλον προσπιπτέτωσαν πλείους
ἢ δύο ἴσαι εὐθεῖαι αἱ ΔΑ ΔΒ ΔΓ· λέγω ὅτι τὸ ληφθὲν ση-
μεῖον τὸ Δ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου· μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν,
ἔστω τὸ Ε, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΔΕ διήχθω ἐπὶ τὰ Ζ Η σημεῖα·
ἡ ΖΗ ἄρα διάμετρός ἐστι τοῦ ΑΒΓ κύκλου· ἐπεὶ οὖν κύκλου
τοῦ ΑΒΓ ἐπὶ τῆς ΖΗ διαμέτρου εἴληπταί τι σημεῖον τὸ Δ, ὃ μή
ἐστι κέντρον τοῦ κύκλου, τὸ Δ, μεγίστη μέν ἐστιν ἡ ΔΗ, μεί-
ζων δὲ ἡ μὲν ΔΓ τῆς ΔΒ, ἡ δὲ ΔΒ τῆς ΔΑ· ἀλλὰ καὶ ἴση·
ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα τὸ Ε κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ
κύκλου· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδ' ἄλλο τι πλὴν τοῦ
Δ· τὸ Δ ἄρα σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου:

ι Κύκλος κύκλον οὐ τέμνει κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο· εἰ γὰρ
δυνατόν, κύκλος ὁ ΑΒΓ κύκλον τὸν ΔΕΖ τεμνέτω κατὰ
πλείονα σημεῖα ἢ δύο τὰ Β Η Ζ Θ, καὶ ἐπιζευχθεῖσαι [illegible]

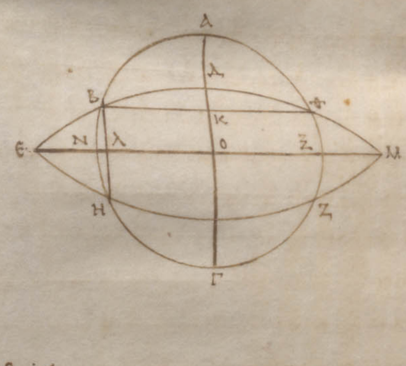


διὰ τὸ ζ τοῦ γ

[illegible]

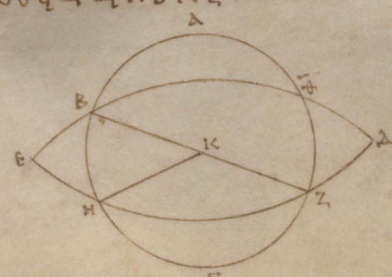



δίχα τεμνέτωσαν κατὰ τὰ Κ Λ σημεῖα· καὶ ἀπὸ τῶν Κ Λ ταῖς ΒΘ ΒΗ πρὸς ὀρθὰς ἤχθωσαν αἱ ΚΓ ΛΜ. διήχθωσαν ἔστω τὰ Δ Ε σημεῖα· ἐπεὶ οὖν ἐν κύκλῳ τῷ ΑΒΓ εὐθεῖά τις ἡ ΑΓ εὐθεῖάν τινα τὴν ΒΘ δίχα τε καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει· ἐπὶ τῆς ΑΓ ἄρα ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου· πάλιν ἐπεὶ ἐν κύκλῳ τῷ αὐτῷ τῷ ΑΒΓ εὐθεῖά τις ἡ ΝΞ εὐθεῖάν τινα τὴν ΒΗ δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει· ἐπὶ τῆς ΝΞ ἄρα τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου· ἐδείχθη δὲ καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ. καὶ κατὰ τοῦ δὲ συμβάλλουσιν αἱ ΑΓ ΝΞ εὐθεῖαι ἀλλήλαις· ἡ κατὰ τὸ Ο· τὸ Ο ἄρα σημεῖον. κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ τοῦ ΔΕΖ κύκλου κέντρον ἐστὶ τὸ Ο· δύο ἄρα κύκλων τεμνόντων ἀλλήλους τῶν ΑΒΓ ΔΕΖ. τὸ αὐτό ἐστι κέντρον τὸ Ο. ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα κύκλος κύκλον τέμνει κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—



ἄλλως :—

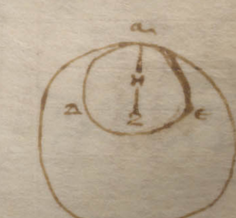
Κύκλος γὰρ πάλιν ὁ ΑΒΓ κύκλον τὸν ΔΕΖ τεμνέτω κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο τὰ Β·Η·Ζ·Θ· καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου τὸ Κ καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΒ ΚΗ ΚΖ· ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ ΔΕΖ εἴληπταί τι σημεῖον ἐντὸς τὸ Κ. καὶ ἀπὸ τοῦ Κ πρὸς τὸν ΔΕΖ κύκλον προσπίπτουσι πλείους ἢ δύο ἴσαι εὐθεῖαι αἱ ΚΒ ΚΖ ΚΗ· τὸ Κ ἄρα σημεῖον.



κέντρον ἐστὶ τοῦ ΔΕΖ κύκλου· ἔστι δὲ καὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου κέντρον· δύο ἄρα κύκλων τεμνόντων ἀλλήλους. τὸ αὐτὸ κέντρον τὸ Κ· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα κύκλος κύκλον τέμνει κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο. ὅπερ ἔδει δεῖξαι :—

ιά Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντός, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα καὶ ἐκβαλλομένη, ἐπὶ τὴν συναφὴν πεσεῖται τῶν κύκλων· δύο γὰρ κύκλοι οἱ ΑΒΓ ΑΔΕ ἐφαπτέσθωσαν ἀλλήλων ἐντὸς κατὰ τὸ Α σημεῖον· καὶ εἰλήφθω τοῦ ΑΒΓ κύκλου κέντρον τὸ Ζ. τοῦ δὲ ΑΔΕ τὸ Η· λέγω ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ Η ἐπὶ τὸ Ζ ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐκβαλλομένη ἐπὶ τὸ Α πεσεῖται· μὴ γὰρ ἀλλ' εἰ δυνατὸν πιπτέτω ὡς ἡ ΖΗΘ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΖ ΑΗ· ἐπεὶ οὖν αἱ ΑΗ ΗΖ τῆς ΖΑ τουτέστι τῆς ΖΘ μείζονές εἰσι. κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ΖΗ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΗ λοιπῆς τῆς ΗΘ μείζων ἐστὶ ἡ ἐλάττων τῆς μείζονος. ὅπερ ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ Ζ ἐπὶ τὸ Η ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐκτὸς τῆς κατὰ τὸ Α συναφῆς πεσεῖται· ἐπ' αὐτῆς ἄρα· ἐὰν ἄρα δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντὸς καὶ ληφθῇ αὐτῶν τὰ κέντρα. ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα καὶ ἐκβαλλομένη. ἐπὶ τὴν συναφὴν πεσεῖται τῶν κύκλων. ὅπερ ἔδει δεῖξαι :—

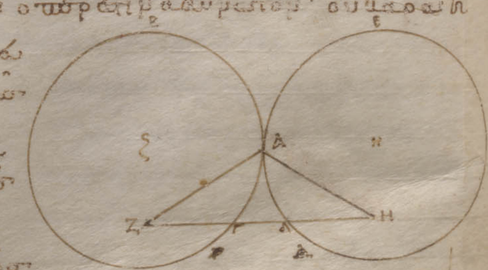




ἀλλὰ δὴ πιπτέτω ὡς ἡ ΗΖΓ καὶ προσεκβεβλήσθω ἐπ' εὐθείας

ἀσ ἡ ΓΗΖ ἐστὶ τὸ Θ σημεῖον· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΗ, ΑΖ· ἐπεὶ οὖν αἱ ΑΗ, ΗΖ μείζους εἰσὶ τῆς ΑΖ· ἀλλὰ ἡ ΑΖ ἴση ἐστὶ τῇ ΓΖ τουτέστι τῇ ΖΘ· κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ΖΗ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΗ λοιπῆς τῆς ΗΘ μείζων ἐστί· τουτέστιν ἡ ΗΔ τῆς ΗΘ· ἡ ἐλάττων τῆς μείζονος· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· ὁμοίως δὴ κἂν ἐκτὸς ἦ τοῦ μικροῦ τὸ κέντρον τοῦ μείζονος κύκλου, δείξομεν τὸ αὐτὸ ἄτοπον :~

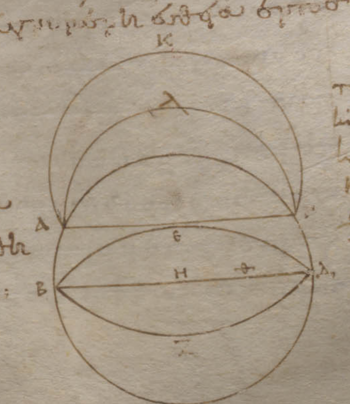
ΙΒ Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐκτός, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα διὰ τῆς ἐπαφῆς ἐλεύσεται. δύο γὰρ κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΑΔΕ ἐφαπτέσθωσαν ἀλλήλων ἐκτὸς κατὰ τὸ Α σημεῖον· καὶ εἰλήφθω τοῦ μὲν ΑΒΓ κέντρον τὸ Ζ· τοῦ δὲ ΑΔΕ τὸ Η· λέγω ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ Ζ ἐπὶ τὸ Η ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα διὰ τῆς κατὰ τὸ Α ἐπαφῆς ἐλεύσεται· μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατὸν ἐρχέσθω ὡς ἡ ΖΓΔΗ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΖ, ΑΗ· ἐπεὶ οὖν τὸ Ζ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΖΑ τῇ ΖΓ· πάλιν ἐπεὶ τὸ Η σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΔΕ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΗΑ τῇ ΗΔ· ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΖΑ τῇ ΖΓ ἴση· αἱ ἄρα ΖΑ, ΑΗ ταῖς ΖΓ, ΗΔ ἴσαι εἰσίν· ὥστε ὅλη ἡ ΖΗ τῶν ΖΑ, ΑΗ μείζων ἐστίν· ἀλλὰ καὶ ἐλάττων· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ Ζ ἐπὶ τὸ Η ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα διὰ τῆς κατὰ τὸ Α ἐπαφῆς οὐκ ἐλεύσεται· δι' αὐτῆς ἄρα. ἐὰν ἄρα δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐκτός,



[illegible]

ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα διὰ τῆς ἐπαφῆς ἐλεύσεται :~

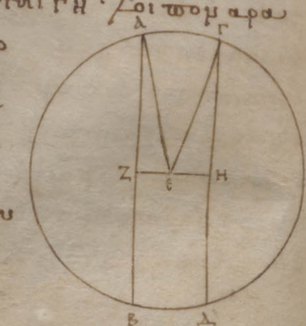
ΙΓ Κύκλος κύκλου οὐκ ἐφάπτεται κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ καθ' ἕν, ἐάν τε ἐντὸς ἐάν τε ἐκτὸς ἐφάπτηται. εἰ γὰρ δυνατόν, κύκλος ὁ ΑΒΓΔ κύκλου τοῦ ΕΒΖΔ ἐφαπτέσθω πρότερον ἐντὸς κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ ἓν τὰ Δ, Β· καὶ εἰλήφθω τοῦ μὲν ΑΒΓΔ κύκλου κέντρον τὸ Η· τοῦ δὲ ΕΒΖΔ τὸ Θ· ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ Η ἐπὶ τὸ Θ ἐπιζευγνυμένη ἐπὶ τὰ Β, Δ πεσεῖται· πιπτέτω ὡς ἡ ΒΗΘΔ· καὶ ἐπεὶ τὸ Η σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΒΗ τῇ ΗΔ· μείζων ἄρα ἡ ΒΗ τῆς ΘΔ· πολλῷ ἄρα μείζων ἡ ΒΘ τῆς ΘΔ. πάλιν ἐπεὶ τὸ Θ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΕΒΖΔ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΒΘ τῇ ΘΔ· ἐδείχθη δὲ αὐτῆς καὶ πολλῷ μείζων· ὅπερ ἀδύνατον· οὐκ ἄρα κύκλος κύκλου ἐφάπτεται ἐντὸς κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ ἕν. λέγω δὴ ὅτι οὐδὲ ἐκτός. εἰ γὰρ δυνατόν, κύκλος ὁ ΑΓΚ κύκλου τοῦ ΑΒΓΔ ἐφαπτέσθω ἐκτὸς κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ ἓν τὰ Α, Γ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΓ· ἐπεὶ οὖν κύκλων τῶν ΑΒΓΔ, ΑΓΚ εἴληπται ἐπὶ τῆς περιφερείας ἑκατέρου δύο τυχόντα σημεῖα τὰ Α, Γ, ἡ ἐπὶ τὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐντὸς ἑκατέρου πεσεῖται· ἀλλὰ τοῦ μὲν ΑΒΓΔ ἐντὸς ἔπεσε, τοῦ δὲ ΑΓΚ ἐκτός· ὅπερ ἄτοπον· οὐκ ἄρα κύκλος κύκλου ἐφάπτεται ἐκτὸς κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ ἕν. ἐδείχθη δὲ ὅτι οὐδὲ ἐντός· κύκλος ἄρα :



[illegible]

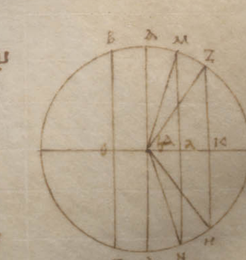
κύκλου οὐκ ἐφάπτεται κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ καθ᾽ ἕν· ἐάν τε
ἐντὸς ἐάν τε ἐκτὸς ἐφάπτηται :-

ιδ Ἐν κύκλῳ αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου·
καὶ αἱ ἴσον ἀπέχουσαι ἀπὸ τοῦ κέντρου· ἴσαι ἀλλήλαις
εἰσίν· ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ· καὶ ἐν αὐτῷ ἴσαι εὐθεῖαι ἔστωσαν
αἱ ΑΒ ΓΔ· λέγω ὅτι ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου· εἰ-
λήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου καὶ ἔστω τὸ Ε· καὶ
ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὰς ΑΒ ΓΔ κάθετοι ἤχθωσαν αἱ ΕΖ ΕΗ· καὶ
ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΕ ΕΓ· ἐπεὶ οὖν εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέν-
τρου ἡ ΕΖ εὐθεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου τὴν ΑΒ πρὸς
ὀρθὰς τέμνει· καὶ δίχα αὐτὴν τέμνει· ἴση ἄρα ἡ ΑΖ τῇ
ΖΒ· διπλῆ ἄρα ἡ ΑΒ τῆς ΑΖ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΓΔ τῆς
ΓΗ ἐστὶν διπλῆ· καὶ ἐστὶν ἴση ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΑΖ
τῇ ΓΗ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΕ τῇ ΕΓ· ἴσον καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΓ
τῷ ἀπὸ τῆς ΑΕ· ἀλλὰ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΕ· ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ
τῶν ΑΖ ΕΖ· ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ Ζ γωνία· τῷ δὲ
ἀπὸ τῆς ΕΓ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΕΗ ΗΓ· ὀρθὴ γὰρ ἡ
πρὸς τῷ Η γωνία· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΖ ΖΕ· ἴσα ἐστὶ
τοῖς ἀπὸ τῶν ΓΗ ΗΕ· ὧν τὸ ἀπὸ τῆς ΑΖ ἴσον ἐστὶ τῷ
ἀπὸ τῆς ΓΗ· ἴση γάρ ἐστιν ἡ ΑΖ τῇ ΓΗ· λοιπὸν ἄρα
τὸ ἀπὸ τῆς ΖΕ λοιπῷ τῷ ἀπὸ
τῆς ΕΗ ἴσον ἐστίν· ἴση ἄρα ἡ ΕΖ
τῇ ΕΗ· ἐν δὲ κύκλῳ ἴσον ἀπέ-
χειν ἀπὸ τοῦ κέντρου εὐθεῖαι λέ-
γονται· ὅταν αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου
ἐπ᾽ αὐτὰς κάθετοι ἀγόμεναι ἴσαι

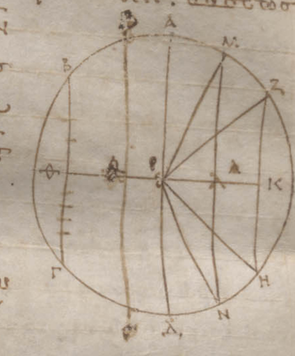


ὦσιν· αἱ ἄρα ΑΒ ΓΔ ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου· ἀλλὰ
δὴ αἱ ΑΒ ΓΔ εὐθεῖαι ἴσον ἀπεχέτωσαν ἀπὸ τοῦ κέντρου·
τουτέστιν ἴση ἔστω ἡ ΕΖ τῇ ΕΗ· λέγω ὅτι ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ΑΒ τῇ
ΓΔ· τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων· ὁμοίως δὴ δεί-
ξομεν ὅτι διπλῆ ἐστιν ἡ μὲν ΑΒ τῆς ΑΖ· ἡ δὲ ΓΔ τῆς
ΓΗ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΕ τῇ ΓΕ· ἴσον τὸ ἀπὸ τῆς ΑΕ τῷ
ἀπὸ τῆς ΓΕ· ἀλλὰ τῷ μὲν ἀπὸ τῆς ΑΕ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ
τῶν ΕΖ ΖΑ· τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΓΕ ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν ΕΗ
ΗΓ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΕΖ ΖΑ ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΕΗ
ΗΓ· ὧν τὸ ἀπὸ τῆς ΕΗ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΖ ἐστὶν ἴσον· ἴση
γὰρ ἡ ΕΖ τῇ ΕΗ· λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΑΖ ἴσον ἐστὶ
τῷ ἀπὸ τῆς ΓΗ· ἴση ἄρα ἡ ΑΖ τῇ ΓΗ· καί ἐστι τῆς μὲν ΑΖ
διπλῆ ἡ ΑΒ· τῆς δὲ ΓΗ διπλῆ ἡ ΓΔ· ἴση ἄρα ἡ ΑΒ τῇ
ΓΔ· ἐν κύκλῳ ἄρα αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ
τοῦ κέντρου· καὶ αἱ ἴσον ἀπέχουσαι ἀπὸ τοῦ κέντρου ἴ-
σαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :-

ιε Ἐν κύκλῳ μεγίστη μὲν ἐστὶν ἡ διάμετρος· τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ
ἡ ἔγγιον τοῦ κέντρου τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν· ἔστω
κύκλος ὁ ΑΒΓΔ· διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἔστω ἡ ΑΔ· κέντρον
δὲ τὸ Ε· καὶ ἔγγιον μὲν τῆς ΑΔ διαμέτρου ἔστω ἡ ΒΓ· ἀ-
πώτερον δὲ ἡ ΖΗ· λέγω ὅτι μεγίστη μέν ἐστιν ἡ ΑΔ· μεί-
ζων δὲ ἡ ΒΓ τῆς ΖΗ· ἤχθωσαν γὰρ ἀπὸ τοῦ Ε κέντρου
ἐπὶ τὰς ΒΓ ΖΗ κάθετοι αἱ ΕΘ ΕΚ· καὶ ἐπεὶ ἔγγιον μὲν τοῦ
κέντρου ἐστὶν ἡ ΒΓ· ἀπώτερον δὲ ἡ ΖΗ· μείζων ἄρα
ἡ ΕΚ τῆς ΕΘ· κείσθω τῇ ΕΘ ἴση ἡ ΕΛ· καὶ διὰ τοῦ Λ
τῇ ΕΚ πρὸς ὀρθὰς ἀχθεῖσα ἡ ΛΜ· διήχθω ἐπὶ τὸ Ν·



καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΜ ΕΝ ΖΕ ΕΗ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΕΘ
τῇ ΕΚ· ἴση ἐστὶν καὶ ἡ ΒΓ τῇ ΜΝ· πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ
μὲν ΑΕ τῇ ΕΜ· ἡ δὲ ΕΔ τῇ ΕΝ· ἡ ἄρα ΑΔ ταῖς ΜΕ
ΕΝ ἴση ἐστίν· ἀλλ' αἱ ΜΕ ΕΝ τῆς ΜΝ μείζονές εἰσιν· καὶ
ἡ ΑΔ τῆς ΜΝ μείζων ἐστίν· καὶ ἐπεὶ δύο αἱ ΜΕ ΕΝ δύο
ταῖς ΖΕ ΕΗ ἴσαι εἰσί· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΜΕΝ· γωνίας
τῆς ὑπὸ ΖΕΗ μείζων ἐστί· βάσις ἄρα ἡ ΜΝ· βάσεως
τῆς ΖΗ μείζων ἐστί· ἀλλὰ ἡ ΜΝ
τῇ ΒΓ ἐδείχθη ἴση· καὶ ἡ ΓΒ τῆς
ΖΗ μείζων ἐστί· μεγίστη μὲν ἄρα
ἡ ΑΔ διάμετρος· μείζων δὲ ἡ ΒΓ
τῆς ΖΗ· ἐν κύκλῳ ἄρα μεγί-
στη μέν ἐστιν ἡ διάμετρος· τῶν
δ' ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τοῦ κέντρου
τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν· ὅ-
περ ἔδει δεῖξαι :-



ις Ἡ τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀ-
γομένη· ἐκτὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου, καὶ εἰς τὸν μεταξὺ
τόπον τῆς τε εὐθείας καὶ τῆς περιφερείας ἑτέρα εὐ-
θεῖα οὐ παρεμπεσεῖται· καὶ ἡ μὲν τοῦ ἡμικυκλίου γω-
νία· ἁπάσης γωνίας ὀξείας εὐθυγράμμου μείζων ἐστίν·
ἡ δὲ λοιπὴ ἐλάττων· ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓ περὶ κέντρον
τὸ Δ καὶ διάμετρον τὴν ΑΒ· λέγω ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ Α τῇ
ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη· ἐκτὸς πεσεῖται
τοῦ κύκλου· μὴ γὰρ ἀλλ' εἰ δυνατὸν πιπτέτω ἐντὸς ὡς
ἡ ΓΑ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΓ· ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ τῇ ΔΓ.

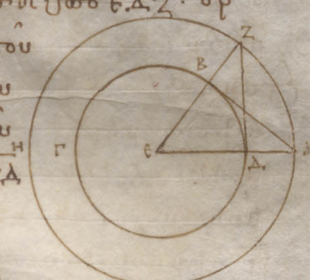
ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΔΑΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΓΑ· ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΔΑΓ·
ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΔ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΔΑΓ ΑΓΔ δυσὶν ὀρθαῖς εἰσὶν
ἴσαι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ Α σημείου
τῇ ΒΑ πρὸς ὀρθὰς ἀγομένη ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου·
ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ ἐπὶ τῆς περιφερείας· ἐ-
κτὸς ἄρα πιπτέτω ὡς ἡ ΑΕ· λέγω δὴ ὅτι εἰς τὸν μεταξὺ
τόπον τῆς τε ΑΕ εὐθείας καὶ τῆς ΓΘΑ περιφερείας ἑτέ-
ρα εὐθεῖα οὐ παρεμπεσεῖται· εἰ γὰρ δυνατὸν παρεμ-
πιπτέτω ὡς ἡ ΖΑ καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Δ σημείου ἐπὶ τὴν ΖΑ
κάθετος ἡ ΔΗ· καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΗΔ, ἐλάττων
δὲ ὀρθῆς ἡ ὑπὸ ΔΑΗ· μείζων ἄρα ἡ ΑΔ τῆς ΔΗ· ἴση
δὲ ἡ ΔΑ τῇ ΔΘ· μείζων ἄρα ἡ ΔΘ τῆς ΔΗ ἡ ἐλάττων
τῆς μείζονος· ὅπερ ἀδύνατον· οὐκ ἄρα εἰς τὸν μεταξὺ
τόπον τῆς τε εὐθείας καὶ τῆς περιφερείας ἑτέρα εὐθεῖ-
α παρεμπεσεῖται· λέγω ὅτι καὶ ἡ μὲν τοῦ ἡμικυκλίου
γωνία ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῆς ΒΑ εὐθείας καὶ τῆς ΓΘΑ
περιφερείας ἁπάσης γωνίας ὀξείας εὐθυγράμμου
μείζων ἐστίν· ἡ δὲ λοιπὴ ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῆς ΓΘΑ
περιφερείας καὶ τῆς ΑΕ εὐθείας ἁπάσης γωνίας εὐ-
θυγράμμου ἐλάττων ἐστίν· εἰ γὰρ
ἐστί τις γωνία εὐθύγραμμος μείζων
μὲν τῆς περιεχομένης ὑπό τε
τῆς ΒΑ εὐθείας καὶ τῆς ΓΘΑ περι-
φερείας· ἐλάττων δὲ τῆς περι-
εχομένης ὑπὸ ΓΘΑ περιφερεί-
ας καὶ τῆς ΑΕ εὐθείας εἰς τὸν μεταξὺ



τόπον τῆς τε ΓΘΑ περιφερείας καὶ τῆς ΑΕ εὐθείας παρεμ-
πεσεῖται. ἡ τις ποιοῦσα μείζονα μὲν τῆς περιεχομένης
ὑπό τε τῆς ΒΑ εὐθείας καὶ τῆς ΓΘΑ περιφερείας τῆς ὑπὸ
εὐθειῶν περιεχομένην. ἐλάττονα δὲ τῆς περιεχο-
μένης ὑπό τε τῆς ΓΘΑ περιφερείας καὶ τῆς ΑΕ εὐθείας
οὐ παρεμπεσεῖται δέ. οὐκ ἄρα τῆς περιεχομένης γω-
νίας ὑπὸ τῆς ΒΑ εὐθείας καὶ τῆς ΓΘΑ περιφερείας ἔσται
μείζων ὀξεῖα ὑπὸ εὐθειῶν περιεχομένη. οὐδὲ μὴν ἐ-
λάττων τῆς περιεχομένης ὑπὸ ΓΘΑ περιφερείας
καὶ τῆς ΑΕ εὐθείας. ἐκ δὴ τούτου φανερόν. ὅτι ἡ τῇ
διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομέ-
νη ἐφάπτεται τοῦ κύκλου. καὶ ὅτι εὐθεῖα κύκλου καθ' ἓν
μόνον ἐφάπτεται σημεῖον. ἐπειδήπερ καὶ ἡ κατὰ δύο αὐ-
τῷ συμβάλλουσα. ἐντὸς αὐτοῦ πίπτουσα ἐδείχθη.
ὅπερ ἔδει δεῖξαι :

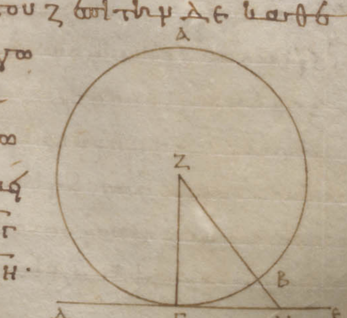
ιζ Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ δοθέντος κύκλου ἐφα-
πτομένην εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν. ἔστω τὸ μὲν δο-
θὲν σημεῖον τὸ Α. ὁ δὲ δοθεὶς κύκλος ὁ ΒΓΔ. δεῖ δὴ ἀ-
πὸ τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ Α τοῦ δοθέντος κύκλου
τοῦ ΒΓΔ ἐφαπτομένην εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν. εἰ-
λήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Ε. καὶ ἐπεζεύχθω
ἡ ΑΕ. καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Ε διαστήματι δὲ τῷ ΑΕ. κύ-
κλος γεγράφθω ὁ ΑΖΗ. καὶ ἀπὸ τοῦ Δ τῇ ΕΑ πρὸς ὀρ-
θὰς ἤχθω ἡ ΔΖ καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΖ ΑΒ. λέγω ὅτι
ἀπὸ τοῦ Α σημείου τοῦ ΒΓΔ κύκλου ἐφαπτομένη ἡ
ἦκται ἡ ΑΒ. ἐπεὶ γὰρ τὸ Ε κέντρον ἐστὶ τῶν ΒΓΔ ΑΖΗ κύ-

κλων. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ΕΑ τῇ ΕΖ. ἡ δὲ ΕΔ τῇ ΕΒ. δύο
δὴ αἱ ΑΕ ΕΒ δύο ταῖς ΖΕ ΕΔ ἴσαι εἰσί. καὶ γωνίαν κοινὴν
περιέχουσι τὴν πρὸς τῷ Ε. βάσις ἄρα ἡ ΔΖ βάσει τῇ
ΑΒ ἴση ἐστί. καὶ τὸ ΔΕΖ τρίγωνον τῷ ΕΒΑ τριγώνῳ ἴσον
ἐστί. καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις. ἴση ἄ-
ρα τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἡ ὑπὸ ΕΒΑ. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΕΔΖ. ὀρ-
θὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΕΒΑ. καὶ ἔστιν ἡ ΕΒ ἐκ τοῦ
κέντρου. ἡ δὲ τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου
πρὸς ὀρθὰς ἀγομένη ἐφάπτεται τοῦ
κύκλου. ἡ ΑΒ ἄρα ἐφάπτεται τοῦ ΒΓΔ
κύκλου. ἀπὸ τοῦ δοθέντος ἄρα ση-
μείου τοῦ Α τοῦ δοθέντος κύκλου τοῦ



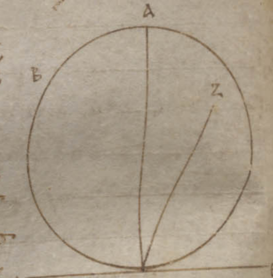
ΒΓΔ. ἐφαπτομένη εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΑΒ. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι :-

ιη Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα. ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου ἐπὶ
τὴν ἁφὴν ἐπιζευχθῇ τις εὐθεῖα. ἡ ἐπιζευχθεῖσα κά-
θετος ἔσται ἐπὶ τὴν ἐφαπτομένην. κύκλου γὰρ τοῦ ΑΒΓ
ἐφαπτέσθω τις εὐθεῖα ἡ ΔΕ κατὰ τὸ Γ σημεῖον. καὶ εἰλή-
φθω τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου τὸ Ζ. καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ ἐπὶ
τὸ Γ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΓ. λέγω ὅτι ἡ ΖΓ κάθετός ἐστιν ἐπὶ
τὴν ΔΕ. εἰ γὰρ μή. ἤχθω ἀπὸ τοῦ Ζ ἐπὶ τὴν ΔΕ κάθε-
τος ἡ ΖΗ. ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπὸ ΖΗΓ γω-
νία ὀρθή ἐστιν. ὀξεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ
ὑπὸ ΖΓΗ. ὑπὸ δὲ τὴν μείζονα γω-
νίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει. μεί-
ζων ἄρα ἡ ΖΓ τῆς ΖΗ. ἴση δὲ ἡ ΖΓ
τῇ ΖΒ. μείζων ἄρα καὶ ἡ ΖΒ τῆς ΖΗ.



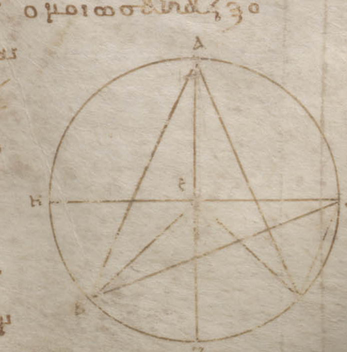
ἡ ἐλάττων τῆς μείζονος· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα
ἡ ΖΗ κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΔΕ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅ-
τι οὐδὲ ἄλλη τις πλὴν τῆς ΖΓ· ἡ ΖΓ ἄρα κάθετός ἐστιν
ἐπὶ τὴν ΔΕ. ἐὰν ἄρα κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα,
ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπιζευχθῇ τις εὐθεῖα,
ἡ ἐπιζευχθεῖσα κάθετος ἔσται ἐπὶ τὴν ἐφαπτομένην.
ὅπερ ἔδει δεῖξαι :-

ιθ Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς τῇ
ἐφαπτομένῃ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖα γραμμὴ
ἀχθῇ, ἐπὶ τῆς ἀχθείσης ἔσται τὸ κέντρον τοῦ κύκλου·
κύκλου γὰρ τοῦ ΑΒΓ ἐφαπτέσθω τις εὐθεῖα ἡ ΔΕ κατὰ τὸ
Γ σημεῖον· καὶ ἀπὸ τοῦ Γ τῇ ΔΕ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ
ΓΑ· λέγω ὅτι ἐπὶ τῆς ΑΓ ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου·
μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ Ζ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΖ. ἐπεὶ
οὖν κύκλου τοῦ ΑΒΓ ἐφάπτεταί τις εὐθεῖα ἡ ΔΕ. ἀπὸ
δὲ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπέζευκται ἡ ΖΓ. ἡ ΖΓ
ἄρα κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΔΕ· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ
ΖΓΕ· ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΕ ὀρθή· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ
ΖΓΕ τῇ ὑπὸ ΑΓΕ, ἡ ἐλάττων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀ-
δύνατον· οὐκ ἄρα τὸ Ζ κέντρον
ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου. ὁμοίως δὴ δεί-
ξομεν, ὅτι οὐδὲ ἄλλο τι πλὴν ἐπὶ
τῆς ΑΓ. ἐὰν ἄρα κύκλου ἐφάπτηται
τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς τῇ ἐ-
φαπτομένῃ πρὸς ὀρθὰς γωνίας
εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ, ἐπὶ τῆς ἀχθεί-



[…] κύκλου. ὅπερ ἔδει δεῖξαι :-

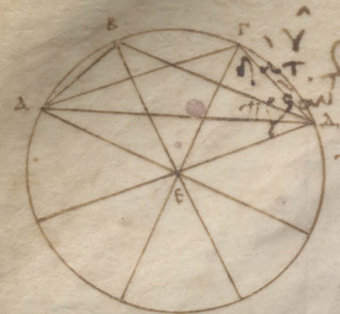
κ Ἐν κύκλῳ ἡ πρὸς τῷ κέντρῳ γωνία διπλασίων ἐστὶν
τῆς πρὸς τῇ περιφερείᾳ. ὅταν τὴν αὐτὴν περιφέ-
ρειαν βάσιν ἔχωσιν αἱ γωνίαι. ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓ. καὶ
πρὸς μὲν τῷ κέντρῳ αὐτοῦ γωνία ἔστω ἡ ὑπὸ ΒΕΓ. πρὸς
δὲ τῇ περιφερείᾳ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ. ἐχέτωσαν δὲ τὴν αὐτὴν
περιφέρειαν βάσιν τὴν ΒΓ. λέγω ὅτι διπλασίων ἐστὶν
ἡ ὑπὸ ΒΕΓ γωνία τῆς ὑπὸ ΒΑΓ. ἐπιζευχθεῖσα γὰρ ἡ ΑΕ
διήχθω ἐπὶ τὸ Ζ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΕΑ τῇ ΕΒ, ἴση καὶ γωνία
ἡ ὑπὸ ΕΑΒ τῇ ὑπὸ ΕΒΑ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΕΑΒ ΕΒΑ γωνίαι
τῆς ὑπὸ ΕΑΒ διπλασίους εἰσίν· ἴση δὲ ἡ ὑπὸ ΒΕΖ ταῖς
ὑπὸ ΕΑΒ ΕΒΑ· καὶ ἡ ὑπὸ ΒΕΖ ἄρα τῆς ὑπὸ ΕΑΒ ἐστὶ διπλῆ·
διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΖΕΓ τῆς ὑπὸ ΕΑΓ ἐστὶ διπλῆ· ὅ-
λη ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΕΓ ὅλης τῆς ὑπὸ ΒΑΓ ἐστὶ διπλῆ· κεκλάσθω
δὴ πάλιν καὶ ἔστω ἑτέρα γωνία ἡ ὑπὸ ΒΔΓ· καὶ ἐπιζευ-
χθεῖσα ἡ ΔΕ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Η. ὁμοίως δὴ δείξο-
μεν ὅτι διπλῆ ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΗΕΓ γωνία
τῆς ὑπὸ ΕΔΓ· ὧν ἡ ὑπὸ ΗΕΒ διπλῆ
ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΕΔΒ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ
ΒΕΓ διπλῆ ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΒΔΓ. ἐν κύκλῳ
ἄρα ἡ πρὸς τῷ κέντρῳ γωνία δι-
πλασίων ἐστὶ τῆς πρὸς τῇ περιφε-
ρείᾳ. ὅταν τὴν αὐτὴν περιφέρειαν
βάσιν ἔχωσιν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι :-



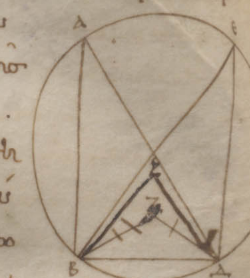
κα Ἐν κύκλῳ αἱ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰ-
σίν. ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ. καὶ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι τῷ ΒΑΕΔ



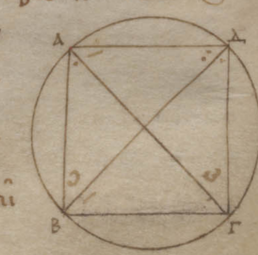
γωνίαι ἔστωσαν αἱ ὑπὸ ΒΑΔ ΒΕΔ· λέγω ὅτι αἱ ὑπὸ ΒΑΔ ΒΕΔ
γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· εἰλήφθω γὰρ τοῦ ΑΒΓΔ
κύκλου τὸ κέντρον καὶ ἔστω τὸ Ζ καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΖ ΖΔ·



καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν ὑπὸ ΒΖΔ γωνία πρὸς τῷ κέντρῳ ἐστίν, ἡ δὲ
ὑπὸ ΒΑΔ πρὸς τῇ περιφερείᾳ καὶ ἔχουσιν τὴν αὐτὴν
περιφέρειαν βάσιν τὴν ΒΓΔ· ἡ ἄρα
ὑπὸ ΒΖΔ γωνία διπλασίων ἐστὶ τῆς
ὑπὸ ΒΑΔ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἡ ὑπὸ ΒΖΔ
καὶ τῆς ὑπὸ ΒΕΔ ἐστὶ διπλασίων· ἴση
ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΑΔ τῇ ὑπὸ ΒΕΔ· ἐν κύ-
κλῳ ἄρα αἱ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι γω-
νίαι ἴσαι ἀλλήλαις. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

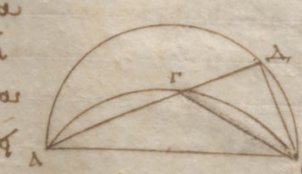


κβ Τῶν ἐν τοῖς κύκλοις τετραπλεύρων αἱ ἀπεναντίον γω-
νίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ
καὶ ἐν αὐτῷ τετράπλευρον ἔστω τὸ ΑΒΓΔ· λέγω ὅτι
αἱ ἀπεναντίον αὐτοῦ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν·
ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΓ ΒΔ· ἐπεὶ οὖν παντὸς τριγώ-
νου αἱ τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν, τοῦ ΑΒΓ
ἄρα αἱ τρεῖς γωνίαι αἱ ὑπὸ ΓΑΒ ΑΒΓ ΒΓΑ δυσὶν ὀρ-
θαῖς ἴσαι εἰσίν· ἴση δὲ ἡ μὲν ὑπὸ ΓΑΒ τῇ ὑπὸ ΒΔΓ·
ἐν γὰρ τῷ αὐτῷ τμήματί εἰσιν τῷ ΒΑΔΓ· ἡ δὲ ὑ-
πὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΑΔΒ· ἐν γὰρ τῷ αὐ-
τῷ τμήματί εἰσιν τῷ ΑΔΓΒ· ὅλη
ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΔΓ ταῖς ὑπὸ ΒΑΓ ΑΓΒ
ἴση ἐστί· κοινὴ προσκείσθω ταῖς δύ-
ο ὁμοῦ τῇ πρὸς τῷ Α καὶ Γ καὶ χωρὶς τῇ



γωνίᾳ τῇ πρὸς τῷ Δ ἡ ὑπὸ ΑΒΓ· αἱ ἄρα ΑΒΓ ΒΑΓ ΑΓΒ ταῖς ὑ-
πὸ ΑΒΓ ΑΔΓ ἴσαι εἰσί· καὶ αἱ ὑπὸ ΑΒΓ ΑΔΓ δυσὶν ὀρθαῖς
ἴσαι εἰσίν· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ αἱ ὑπὸ ΒΑΔ ΔΓΒ
γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσί· τῶν ἄρα ἐν τοῖς κύκλοις
τετραπλεύρων αἱ ἀπεναντίον γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴ-
σαι εἰσίν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

κγ Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο τμήματα κύκλων ὅμοια καὶ
ἄνισα οὐ συσταθήσεται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη· εἰ γὰρ δυνα-
τόν, ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας τῆς ΑΒ δύο τμήματα κύ-
κλων ὅμοια καὶ ἄνισα συνεστάτω ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ
ΑΓΒ ΑΔΒ· καὶ διήχθω ἡ ΑΓΔ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΓΒ ΔΒ·
ἐπεὶ οὖν ὅμοιόν ἐστι τὸ ΑΓΒ τμῆμα τῷ ΑΔΒ τμήματι·
ὅμοια δὲ τμήματα κύκλων ἐστὶ τὰ
δεχόμενα γωνίας ἴσας. ἴση ἄρα
ἡ ὑπὸ ΑΓΒ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΔΒ. ἡ
ἐκτὸς τῇ ἐντός. ὅπερ ἐστὶν ἀδύνα-
τον· οὐκ ἄρα ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθεί-
ας δύο τμήματα κύκλων ὅμοια

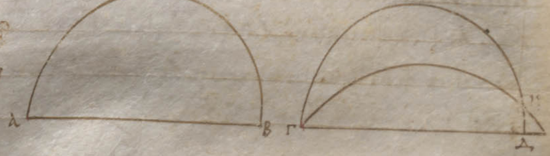


καὶ ἄνισα συσταθήσεται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

κδ Τὰ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν ὅμοια τμήματα κύκλων ἴσα ἀλ-
λήλοις ἐστίν· ἔστωσαν γὰρ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν τῶν ΑΒ ΓΔ
ὅμοια τμήματα κύκλων τὰ ΑΕΒ ΓΖΔ· λέγω ὅτι ἴσον
ἐστὶ τὸ ΑΕΒ τμῆμα τῷ ΓΖΔ τμήματι· ἐφαρμοζο-
μένου γὰρ τοῦ ΑΕΒ τμήματος ἐπὶ τὸ ΓΖΔ, καὶ τιθε-
μένου τοῦ μὲν Α σημείου ἐπὶ τὸ Γ, τῆς δὲ ΑΒ εὐθείας
ἐπὶ τὴν ΓΔ, ἐφαρμόσει τὸ Β σημεῖον ἐπὶ τὸ Δ σημεῖον.



διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ΑΒ τῇ ΓΔ· ἐφαρμοσάσης δὲ τῆς ΑΒ
εὐθείας ἐπὶ τὴν ΓΔ. ἐφαρμόσει καὶ τὸ ΑΕΒ τμῆμα ἐπὶ τὸ
ΓΖΔ· εἰ γὰρ μὴ ἐφαρμόσει, ἀλλὰ παραλλάξει ὡς τὸ ΓΗΔ·
κύκλος δὲ κύκλον οὐ τέμνει κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ κατὰ δύ-
ο· ἀλλὰ καὶ τέμνει ὁ ΓΖΔ τὸν ΓΗΔ κατὰ πλείονα σημεῖα
ἢ δύο τὰ ΓΗΔ· ὅπερ ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἐφαρμοζο-
μένης τῆς ΑΒ εὐθείας ἐπὶ τὴν ΓΔ, οὐκ ἐφαρμόσει καὶ
τὸ ΑΕΒ τμῆμα
ἐπὶ τὸ ΓΖΔ· ἐφαρ-
μόσει ἄρα καὶ ἴσον
αὐτῷ ἔσται· τὰ
ἄρα ἐπὶ ἴσων εὐ-
θειῶν ὅμοια τμή-



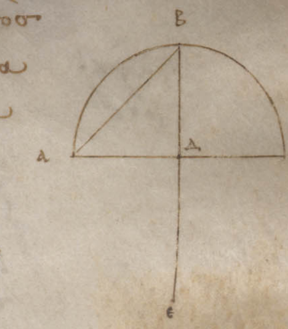
ματα κύκλων ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

κε Κύκλου τμήματος δοθέντος προσαναγράψαι τὸν κύ-
κλον οὗπέρ ἐστι τμῆμα· ἔστω κύκλου τμῆμα τὸ ΑΒΓ·
δεῖ δὴ τοῦ ΑΒΓ τμήματος προσαναγράψαι τὸν κύκλον
οὗπέρ ἐστι τμῆμα· τετμήσθω γὰρ ἡ ΑΓ δίχα κατὰ
τὸ Δ. καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Δ σημείου τῇ ΑΓ πρὸς ὀρθὰς
ἡ ΔΒ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΒ· ἡ ὑπὸ ΑΒΔ γωνία ἄρα τῆς
ὑπὸ ΒΑΔ, ἤτοι μείζων ἐστὶν ἢ ἴση ἢ ἐλάττων· ἔστω πρό-
τερον μείζων καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΒΑ εὐθείᾳ καὶ τῷ
πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Α τῇ ὑπὸ ΑΒΔ γωνίᾳ ἴση
ἡ ὑπὸ ΒΑΕ. καὶ διήχθω ἡ ΔΒ ἐπὶ τὸ Ε καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΓ·
ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΔΓ, κοινὴ δὲ ἡ ΔΕ· δύο δὴ
αἱ ΑΔ ΔΕ δυσὶ ταῖς ΓΔ ΔΕ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκα-

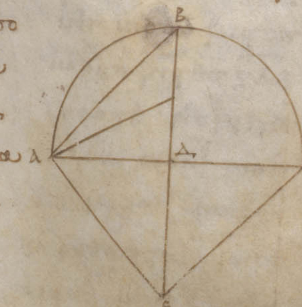




τέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΔΕ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΓΔΕ ἐστὶν ἴση·
ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· βάσις ἄρα ἡ ΑΕ βάσει τῇ ΓΕ ἐστὶν ἴση·
ἀλλὰ ἡ ΑΕ τῇ ΒΕ ἐδείχθη ἴση· καὶ ἡ ΒΕ ἄρα τῇ ΓΕ ἐστὶν
ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ΑΕ ΕΒ ΕΓ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὁ ἄρα
κέντρῳ τῷ Ε διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν ΑΕ ΕΒ ΕΓ κύκλος
γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων καὶ ἔσται
προσαναγεγραμμένος· κύκλου ἄρα τμήματος δοθέν-
τος προσαναγέγραπται ὁ κύκλος. καὶ δῆλον ὡς τὸ ΑΒΓ
τμῆμα ἔλαττόν ἐστιν ἡμικυκλίου· διὰ τὸ Ε κέντρον ἐκτὸς
αὐτοῦ τυγχάνειν· ὁμοίως δὲ κἂν ᾖ ἡ ὑπὸ ΑΒΔ γωνία
ἴση τῇ ὑπὸ ΒΑΔ, τῆς ΑΔ ἴσης γενομένης ἑκατέρᾳ
τῶν ΒΔ ΔΓ· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ΔΑ ΔΒ ΔΓ ἴσαι ἀλλήλαις
ἔσονται· καὶ ἔσται τὸ Δ κέντρον τοῦ προσαναπεπληρω-
μένου κύκλου. καὶ δηλαδὴ ἔσται τὸ ΑΒΓ ἡμικύκλιον· ἐὰν



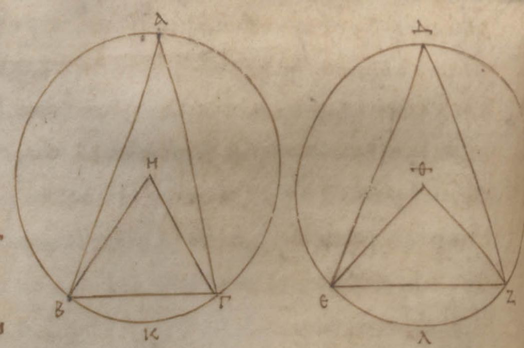
δὲ ἡ ὑπὸ ΑΒΔ ἐλάττων ᾖ τῆς ὑπὸ
ΒΑΔ καὶ συστησώμεθα πρὸς τῇ ΒΑ εὐ-
θείᾳ καὶ τῷ Α σημείῳ τῇ ὑπὸ ΑΒΔ
γωνίᾳ ἴσην, ἐντὸς τοῦ ΑΒΓ τμήμα-
τος πεσεῖται τὸ κέντρον ἐπὶ τῆς
ΔΒ. καὶ ἔσται δηλαδὴ τὸ ΑΒΓ τμῆμα
μεῖζον ἡμικυκλίου· τμήματος ἄ-
ρα δοθέντος, ἀναγέγραπται ὁ κύκλος· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.





κϛ Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περι-
φερειῶν βεβήκασιν· ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις ἐάν τε
πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι· ἔστωσαν
ἴσοι κύκλοι οἱ ΑΒΓ ΔΕΖ. καὶ ἐν αὐτοῖς ἴσαι γω[νίαι]

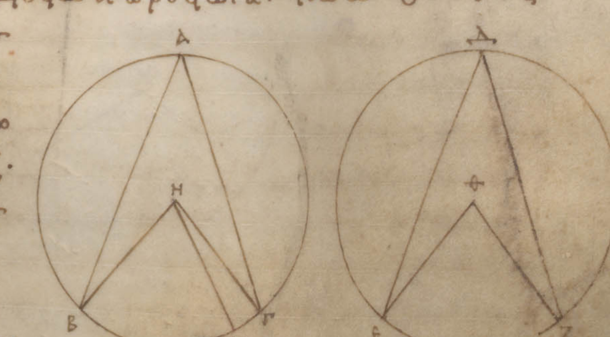
ἔστωσαν· πρὸς μὲν τοῖς κέντροις αἱ ὑπὸ ΒΗΓ, ΕΘΖ· πρὸς
δὲ ταῖς περιφερείαις αἱ ὑπὸ ΒΑΓ, ΕΔΖ· λέγω ὅτι ἴση ἐστὶν
ἡ ΒΚΓ περιφέρεια τῇ ΕΛΖ περιφερείᾳ· ἐπεζεύχθω-
σαν γὰρ αἱ ΒΓ, ΕΖ· καὶ ἐπεὶ ἴσοι εἰσὶν οἱ ΑΒΓ, ΔΕΖ κύκλοι, ἴ-
σαι εἰσὶν αἱ ἐκ τῶν κέντρων· δύο δὴ αἱ ΗΒ, ΗΓ δυσὶ ταῖς
ΕΘ, ΘΖ ἴσαι εἰσί· καὶ γωνία ἡ πρὸς τῷ Η γωνίᾳ τῇ πρὸς
τῷ Θ ἐστὶν ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΒΓ βάσει τῇ ΕΖ ἐστὶν ἴση· καὶ
ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ πρὸς τῷ Α γωνία τῇ πρὸς τῷ Δ· ὅμοιον
ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΑΓ τμῆμα τῷ ΕΔΖ τμήματι· καί εἰσιν ἐπὶ ἴ-
σων εὐθειῶν τῶν ΒΓ, ΕΖ· τὰ δὲ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν ὅμοια
τμήματα κύκλων, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ἴσον ἄρα τὸ ΒΑΓ
τμῆμα τῷ ΕΔΖ· ἔστι δὲ καὶ ὅλος ὁ ΑΒΓ κύκλος ὅλῳ τῷ
ΕΔΖ κύκλῳ ἴσος· λοι-
πὴ ἄρα ἡ ΒΚΓ
περιφέρεια τῇ
ΕΛΖ περιφερείᾳ
ἐστὶν ἴση· ἐν ἄρα
τοῖς ἴσοις κύκλοις
αἱ ἴσαι γωνίαι ἐπὶ
ἴσων περιφερειῶν
βεβήκασιν, ἐάν τε



πρὸς τοῖς κέντροις ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι
βεβηκυῖαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

κζ Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβηκυῖ-
αι γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις
ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι·

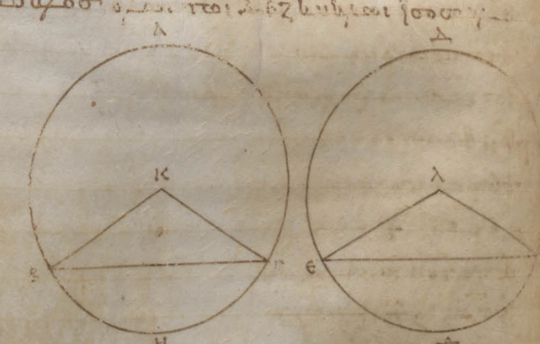
ἐν γὰρ ἴσοις κύκλοις τοῖς ΑΒΓ, ΔΕΖ ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν
τῶν ΒΓ, ΕΖ· πρὸς μὲν τοῖς Η, Θ κέντροις γωνίαι βεβηκέ-
τωσαν αἱ ὑπὸ ΒΗΓ, ΕΘΖ· πρὸς δὲ ταῖς περιφερείαις
αἱ ὑπὸ ΒΑΓ, ΕΔΖ· λέγω ὅτι ἡ μὲν ὑπὸ ΒΗΓ τῇ ὑπὸ ΕΘΖ
ἐστὶν ἴση· ἡ δὲ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ· εἰ μὲν οὖν ἡ ὑπὸ ΒΗΓ
ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΕΘΖ, φανερὸν ὅτι καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ ἴση ἐστὶ
τῇ ὑπὸ ΕΔΖ· εἰ δὲ οὔ, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν· ἔστω μεί-
ζων ἡ ὑπὸ ΒΗΓ καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΒΗ εὐθείᾳ καὶ τῷ
πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Η τῇ ὑπὸ ΕΘΖ γωνίᾳ ἴση
ἡ ὑπὸ ΒΗΚ· αἱ δὲ ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν
βεβήκασιν, ὅταν πρὸς τοῖς κέντροις ὦσιν· ἴση ἄρα
ἡ ΒΚ περιφέρεια τῇ ΕΖ περιφερείᾳ· ἀλλ' ἡ ΕΖ τῇ
ΒΓ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ΒΚ ἄρα τῇ ΒΓ ἐστὶν ἴση· ἡ ἐλάττων
τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν
ἡ ὑπὸ ΒΗΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΕΘΖ· ἴση ἄρα· καί ἐστι τῆς
μὲν ὑπὸ ΒΗΓ ἡμίσεια ἡ πρὸς τῷ Α· τῆς δὲ ὑπὸ ΕΘΖ
ἡμίσεια ἡ πρὸς
τῷ Δ· ἴση ἄρα
καὶ ἡ πρὸς τῷ Α γω-
νία τῇ πρὸς τῷ Δ·
ἐν ἄρα τοῖς ἴσοις
κύκλοις αἱ ἐπὶ ἴ-
σων περιφερει-
ῶν βεβηκυῖαι γω-



νίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις ἐάν
τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

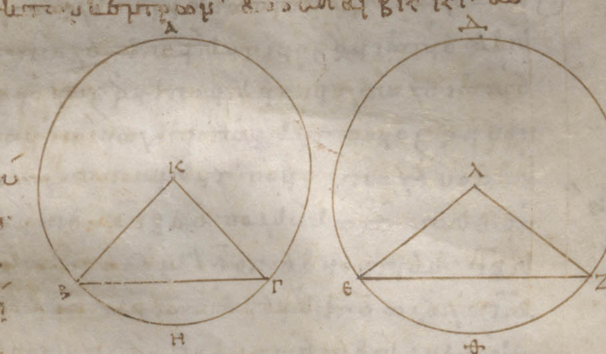
κη'

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσας περιφερείας ἀφαιροῦσι· τὴν μὲν μείζονα τῇ μείζονι· τὴν δὲ ἐλάττονα τῇ ἐλάττονι. ἔστωσαν ἴσοι κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΔΕΖ· καὶ ἐν τοῖς κύκλοις ἴσαι εὐθεῖαι ἔστωσαν αἱ ΒΓ, ΕΖ· τὰς μὲν ΒΑΓ, ΕΔΖ περιφερείας μείζονας ἀφαιροῦσαι· τὰς δὲ ΒΗΓ, ΕΘΖ ἐλάττονας· λέγω ὅτι ἡ μὲν ΒΑΓ μείζων περιφέρεια ἴση ἐστὶ τῇ ΕΔΖ μείζονι περιφερείᾳ· ἡ δὲ ΒΗΓ ἐλάττων περιφέρεια τῇ ΕΘΖ ἐλάττονι. εἰλήφθω γὰρ τὰ κέντρα τῶν κύκλων τὰ Κ, Λ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΒ, ΚΓ, ΛΕ, ΛΖ· καὶ ἐπεὶ ἴσοι κύκλοι εἰσίν, ἴσαι εἰσὶ καὶ αἱ ἐκ τῶν κέντρων· δύο δὴ αἱ ΒΚ, ΚΓ δυσὶ ταῖς ΕΛ, ΛΖ ἴσαι εἰσί· καὶ βάσις ἡ ΒΓ βάσει τῇ ΕΖ ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΚΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΛΖ ἴση ἐστίν· αἱ δὲ ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν, ὅταν πρὸς τοῖς κέντροις ὦσιν· ἴση ἄρα ἡ ΒΗΓ περιφέρεια τῇ ΕΘΖ· ἔστι δὲ καὶ ὅλος ὁ ΑΒΓ κύκλος ὅλῳ τῷ ΔΕΖ κύκλῳ ἴσος· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΑΓ περιφέρεια λοιπῇ τῇ ΕΔΖ περιφερείᾳ ἴση ἐστίν. ἐν ἄρα τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσας περιφερείας ἀφαιροῦσι· τὴν μὲν μείζονα τῇ μείζονι· τὴν δὲ ἐλάττονα τῇ ἐλάττονι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:



κθ'

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις ὑπὸ τὰς ἴσας περιφερείας ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνουσιν. ἔστωσαν ἴσοι κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΔΕΖ· καὶ ἐν αὐτοῖς ἴσαι περιφέρειαι ἀπειλήφθωσαν αἱ ΒΗΓ, ΕΘΖ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΓ, ΕΖ εὐθεῖαι· λέγω ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΕΖ. εἰλήφθω γὰρ τὰ κέντρα τῶν κύκλων, καὶ ἔστω τὰ Κ, Λ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΚ, ΚΓ, ΕΛ, ΛΖ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΗΓ περιφέρεια τῇ ΕΘΖ περιφερείᾳ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΚΓ τῇ ὑπὸ ΕΛΖ· καὶ ἐπεὶ ἴσοι εἰσὶν οἱ ΑΒΓ, ΔΕΖ κύκλοι, ἴσαι εἰσὶ καὶ αἱ ἐκ τῶν κέντρων· δύο δὴ αἱ ΒΚ, ΚΓ δυσὶ ταῖς ΕΛ, ΛΖ ἴσαι εἰσί· καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσι· βάσις ἄρα ἡ ΒΓ βάσει τῇ ΕΖ ἴση ἐστίν. ἐν ἄρα τοῖς ἴσοις κύκλοις ὑπὸ τὰς ἴσας περιφερείας ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνουσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:



Τὴν δοθεῖσαν περιφέρειαν δίχα τεμεῖν. ἔστω ἡ δοθεῖσα περιφέρεια ἡ ΑΔΒ· δεῖ δὴ τὴν ΑΔΒ περιφέρειαν δίχα τεμεῖν. ἐπεζεύχθω ἡ ΑΒ· καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Γ· καὶ ἀπὸ τοῦ Γ σημείου τῇ ΑΒ εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΓΔ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΔΒ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ, κοινὴ δὲ ἡ ΓΔ· δύο δὴ αἱ ΑΓ, ΓΔ δυσὶ ταῖς ΒΓ, ΓΔ ἴσαι εἰσί· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΓΔ ἴση· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· βάσις ἄρα ἡ ΑΔ βάσει τῇ ΔΒ ἴση ἐστίν·



ἴσαι ἄρα εὐθεῖαι ἴσας περιφερείας ἀφαιροῦσιν, τὴν μὲν μείζονα τῇ μείζονι, τὴν δὲ ἐλάττονα τῇ ἐλάττονι· καί ἐστιν ἑκατέρα τῶν ΑΔ, ΔΒ περιφερειῶν ἐλάττων ἡμικυκλίου· ἴση ἄρα ἡ ΑΔ περιφέρεια τῇ ΔΒ περιφερείᾳ. Ἡ ἄρα δοθεῖσα περιφέρεια δίχα τέτμηται κατὰ τὸ Δ σημεῖον· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

λα'

Ἐν κύκλῳ ἡ μὲν ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ γωνία ὀρθή ἐστιν, ἡ δὲ ἐν τῷ μείζονι τμήματι ἐλάττων ὀρθῆς, ἡ δὲ ἐν τῷ ἐλάττονι τμήματι μείζων ὀρθῆς· καὶ ἔτι ἡ μὲν τοῦ μείζονος τμήματος γωνία μείζων ἐστὶν ὀρθῆς, ἡ δὲ τοῦ ἐλάττονος τμήματος γωνία ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς. Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἔστω ἡ ΒΓ, κέντρον δὲ τὸ Ε, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΑ, ΑΓ, ΑΔ, ΔΓ· λέγω, ὅτι ἡ μὲν ἐν τῷ ΒΑΓ ἡμικυκλίῳ γωνία ὀρθή ἐστιν, ἡ δὲ ἐν τῷ ΑΒΓ μείζονι τοῦ ἡμικυκλίου τμήματι γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς, ἡ δὲ ἐν τῷ ΑΔΓ ἐλάττονι τοῦ ἡμικυκλίου τμήματι γωνία ἡ ὑπὸ ΑΔΓ μείζων ἐστὶν ὀρθῆς. Ἐπεζεύχθω ἡ ΑΕ, καὶ διήχθω ἡ ΒΑ ἐπὶ τὸ Ζ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΕΑ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΕΑΒ τῇ ὑπὸ ΕΒΑ. πάλιν, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΓΕ τῇ ΕΑ, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΕ τῇ ὑπὸ ΓΑΕ· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΑΓ δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΓΒ ἴση ἐστίν. ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΖΑΓ ἐκτὸς τοῦ ΑΒΓ τριγώνου δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΓΒ γωνίαις ἴση· ἴση ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΖΑΓ· ὀρθὴ ἄρα ἑκατέρα· ἡ ἄρα ἐν τῷ ΒΑΓ ἡμικυκλίῳ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ ὀρθή ἐστιν. Καὶ ἐπεὶ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου δύο γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΑΓ δύο ὀρθῶν ἐλάττονές εἰσιν, ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία, ἐλάττων ἄρα ὀρθῆς ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία· καί ἐστιν ἐν τῷ ΑΒΓ μείζονι τοῦ ἡμικυκλίου τμήματι. Καὶ ἐπεὶ ἐν κύκλῳ τετράπλευρόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ, τῶν δὲ ἐν τοῖς κύκλοις τετραπλεύρων αἱ ἀπεναντίον γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν, αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΔΓ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καί ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ ἐλάττων ὀρθῆς· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΔΓ μείζων ἐστὶν ὀρθῆς· καί ἐστιν ἐν τῷ ἐλάττονι τοῦ ἡμικυκλίου τμήματι. Λέγω, ὅτι καὶ ἡ μὲν τοῦ μείζονος τμήματος γωνία ἡ περιεχομένη ὑπό τε τῆς ΑΒΓ περιφερείας καὶ τῆς ΑΓ εὐθείας μείζων ἐστὶν ὀρθῆς, ἡ δὲ τοῦ ἐλάττονος τμήματος γωνία ἡ περιεχομένη ὑπό τε τῆς ΑΔΓ περιφερείας καὶ τῆς ΑΓ εὐθείας ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς. καί ἐστιν αὐτόθεν φανερόν. ἐπεὶ γὰρ ἡ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ εὐθειῶν περιεχομένη ὀρθή ἐστιν, ἡ ἄρα ὑπὸ τῆς ΑΒΓ περιφερείας καὶ τῆς ΑΓ εὐθείας περιεχομένη μείζων ἐστὶν ὀρθῆς. πάλιν, ἐπεὶ ἡ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΑΖ εὐθειῶν ὀρθή ἐστιν, ἡ ἄρα ὑπὸ τῆς ΓΑ εὐθείας καὶ τῆς ΑΔΓ περιφερείας περιεχομένη ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς. Ἐν κύκλῳ ἄρα ἡ μὲν ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ γωνία ὀρθή ἐστιν, ἡ δὲ ἐν τῷ μείζονι τμήματι ἐλάττων ὀρθῆς, ἡ δὲ ἐν τῷ ἐλάττονι μείζων ὀρθῆς· καὶ ἔτι ἡ μὲν τοῦ μείζονος τμήματος



γωνίας· μείζων ἐστὶν ὀρθῆς· ἡ δὲ τοῦ ἐλάττονος τμή-
ματος ἐλάττων ὀρθῆς· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—
ἄλλως ἡ ἀπόδειξις τοῦ ὀρθὴν εἶναι τὴν ὑπὸ ΒΑΓ· ἐπεὶ
διπλῆ ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΕΓ τῆς ὑπὸ ΒΑΕ· ἴση γὰρ δυσὶ ταῖς
ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον· ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΕΒ διπλῆ τῆς
ὑπὸ ΕΑΓ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΕΒ ΑΕΓ διπλασίονές εἰσι τῆς ὑ-
πὸ ΒΑΓ· ἀλλ' αἱ ὑπὸ ΑΕΒ ΑΕΓ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν·
ἡ ἄρα ὑπὸ ΒΑΓ ὀρθή ἐστιν· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:—
πό ἐκ δὴ τούτου φανερὸν ὅτι ἐὰν τριγώνου ἡ μία γω-
νία ταῖς δυσὶν ἴση ᾖ, ὀρθή ἐστι· διὰ τὸ καὶ τὴν ἐκείνης
(ἐκτὸς) ἐφεξῆς ταῖς αὐταῖς ἴσην εἶναι· ὅταν δὲ αἱ ἐφε-
ξῆς ἴσαι ὦσιν, ὀρθαί εἰσιν:—
λβ ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς εἰς
τὸν κύκλον διαχθῇ τις εὐθεῖα τέμνουσα τὸν κύκλον,
ἃς ποιεῖ γωνίας πρὸς τῇ ἐφαπτομένῃ ἴσαι ἔσονται
ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήμασι γωνίαις·
κύκλου γὰρ τοῦ ΑΒΓΔ ἐφαπτέσθω τις εὐθεῖα ἡ ΕΖ κα-
τὰ τὸ Β σημεῖον· καὶ ἀπὸ τοῦ Β σημείου διήχθω τις εὐ-
θεῖα εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον τέμνουσα αὐτὸν ἡ ΒΔ· λέ-
γω ὅτι ἃς ποιεῖ γωνίας ἡ ΒΔ μετὰ τῆς ΕΖ ἐφαπτο-
μένης ἴσαι ἔσονται ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλὰξ τμήμασι τοῦ
κύκλου γωνίαις· τουτέστιν ὅτι ἡ μὲν ὑπὸ ΖΒΔ ἴση
ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ΔΑΒ τμήματι συνισταμένῃ γωνίᾳ·
ἡ δὲ ὑπὸ ΕΒΔ ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ΔΓΒ τμήματι συνι-
σταμένῃ γωνίᾳ· ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Β τῇ ΕΖ πρὸς
ὀρθὰς ἡ ΒΑ καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ΒΔ περιφερείας

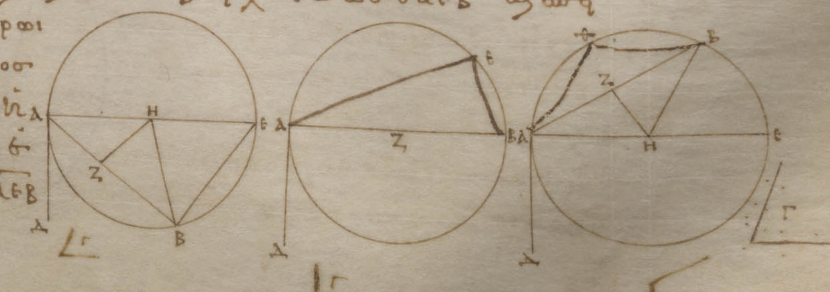
τυχὸν σημεῖον τὸ Γ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ ΔΓ ΓΒ· καὶ ἐπεὶ κύ-
κλου τοῦ ΑΒΓΔ ἐφάπτεταί τις εὐθεῖα ἡ ΕΖ κατὰ τὸ Β· καὶ ἀπὸ
τῆς κατὰ τὸ Β ἁφῆς ἦκται τῇ ἐφαπτομένῃ πρὸς ὀρθὰς
ἡ ΒΑ· ἐπὶ τῆς ΒΑ ἄρα τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου·
ἡ ἄρα ὑπὸ ΑΔΒ γωνία ἐν ἡμικυκλίῳ οὖσα ὀρθή ἐστι·
λοιπαὶ ἄρα αἱ ὑπὸ ΒΑΔ ΑΒΔ μιᾷ ὀρθῇ ἴσαι εἰσίν·
ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΖ ὀρθή· ἡ ἄρα ὑπὸ ΑΒΖ ἴση ἐστὶ ταῖς
ὑπὸ ΒΑΔ ΑΒΔ· κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ὑπὸ ΑΒΔ· λοιπὴ
ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΒΖ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τμή-
ματι τοῦ κύκλου γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΑΔ· καὶ ἐπεὶ ἐν κύκλῳ
τετράπλευρόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ, αἱ ἀπεναντίον αὐτοῦ γωνί-
αι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· αἱ ἄρα ὑπὸ ΔΒΖ ΔΒΕ ταῖς
ὑπὸ ΒΑΔ ΒΓΔ ἴσαι εἰσίν· ὧν ἡ ὑπὸ ΒΑΔ τῇ ὑπὸ ΔΒΖ
ἐδείχθη ἴση· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΒΕ τῇ ἐν τῷ ἐναλ-
λὰξ τοῦ κύκλου τμήματι τῷ ΔΓΒ
τῇ ὑπὸ ΔΓΒ γωνίᾳ ἐστὶν ἴση· ἐὰν
ἄρα κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα
ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς εἰς τὸν κύκλον δια-
χθῇ τις εὐθεῖα τέμνουσα τὸν κύ-
κλον· ἃς ποιεῖ γωνίας πρὸς τῇ
ἐφαπτομένῃ ἴσαι ἔσονται ταῖς ἐν



τοῖς ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήμασι γωνίαις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—
λγ ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας γράψαι τμῆμα κύκλου δεχό-
μενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ·
ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ· ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐ-
θύγραμμος ἡ πρὸς τῷ Γ· δεῖ δὴ ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐ-

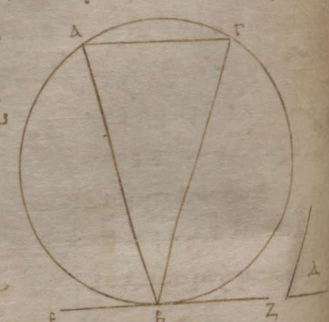
θείας τῆς ΑΒ γράψαι τμῆμα κύκλου δεχόμενον γωνίαν ἴ-
σην τῇ πρὸς τῷ Γ γωνίᾳ. ἡ γὰρ πρὸς τῷ Γ. ἤτοι ὀξεῖα
ἐστὶν ἢ ὀρθὴ ἢ ἀμβλεῖα. ἔστω πρότερον ὀξεῖα ὡς ἐπὶ
τῆς πρώτης καταγραφῆς. καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΑΒ εὐ-
θείᾳ καὶ τῷ Α σημείῳ τῇ πρὸς τῷ Γ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑ-
πὸ ΒΑΔ. ὀξεῖα ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΔ. καὶ ἤχθω τῇ ΔΑ ἀ-
πὸ τοῦ Α σημείου πρὸς ὀρθὰς ἡ ΑΕ. καὶ τετμήσθω ἡ ΑΒ
δίχα κατὰ τὸ Ζ. καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Ζ σημείου τῇ ΑΒ πρὸς
ὀρθὰς ἡ ΖΗ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΗΒ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΖ τῇ
ΖΒ κοινὴ δὲ ἡ ΖΗ. δύο δὴ αἱ ΑΖ ΖΗ δύο ταῖς ΖΒ ΖΗ ἴσαι
εἰσίν. καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΖΗ τῇ ὑπὸ ΗΖΒ ἴση. βάσις ἄ-
ρα ἡ ΑΗ βάσει τῇ ΒΗ ἴση ἐστίν. ὁ ἄρα κέντρῳ μὲν τῷ
Η διαστήματι δὲ τῷ ΗΑ κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ
διὰ τοῦ Β. γεγράφθω καὶ ἔστω ὁ ΑΒΕ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΒ.
ἐπεὶ οὖν ἀπ' ἄκρας τῆς ΑΕ διαμέτρου ἀπὸ τοῦ Α τῇ
ΑΕ πρὸς ὀρθάς ἐστιν ἡ ΑΔ. ἡ ΑΔ ἄρα ἐφάπτεται τοῦ
κύκλου. καὶ ἐπεὶ τοῦ ΑΒΕ κύκλου ἐφάπτεταί τις εὐθεῖα ἡ
ΑΔ. καὶ ἀπὸ τῆς κατὰ τὸ Α ἁφῆς εἰς τὸν ΑΒΕ κύκλον διή-
κταί τις εὐθεῖα ἡ ΑΒ. ἡ ἄρα ὑπὸ ΔΑΒ γωνία ἴση ἐστὶν
τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήματι γωνίᾳ τῇ
ὑπὸ ΑΕΒ. ἀλλ' ἡ ὑπὸ ΔΑΒ τῇ πρὸς τῷ Γ ἐστὶν ἴση. καὶ ἡ
πρὸς τῷ Γ ἄρα γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΑΕΒ. ἐπὶ τῆς
δοθείσης ἄρα εὐθείας τῆς ΑΒ. τμῆμα κύκλου γέγρα-
πται τὸ ΑΕΒ δεχόμενον γωνίαν τὴν ὑπὸ ΑΕΒ ἴσην.
τῇ δοθείσῃ τῇ πρὸς τῷ Γ. ἀλλὰ δὴ ὀρθὴ ἔστω ἡ πρὸς
τῷ Γ. καὶ δέον πάλιν ἔστω ἐπὶ τῆς ΑΒ γράψαι τμῆμα

κύκλου δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ πρὸς τῷ Γ ὀρθῇ. συνεστά-
τω γὰρ πάλιν τῇ πρὸς τῷ Γ ὀρθῇ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΒΑΔ
ὡς ἔχει ἐπὶ τῆς δευτέρας καταγραφῆς. καὶ τετμήσθω ἡ ΑΒ
δίχα κατὰ τὸ Ζ. καὶ κέντρῳ τῷ Ζ διαστήματι δὲ ὁποτέ-
ρῳ τῶν ΖΑ ΖΒ. κύκλος γεγράφθω ὁ ΑΕΒ. ἐφάπτεται ἄ-
ρα ἡ ΑΔ εὐθεῖα τοῦ ΑΒΕ κύκλου. διὰ τὸ ὀρθὴν εἶναι τὴν
πρὸς τῷ Α γωνίαν. καὶ ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΔ γωνία τῇ ἐν
τῷ ΑΕΒ τμήματι ἴση. ὀρθὴ γὰρ καὶ αὐτὴ ἐν ἡμικυκλίῳ
οὖσα. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΒΑΔ τῇ πρὸς τῷ Γ ἐστὶν ἴση. γέγρα-
πται ἄρα πάλιν ἐπὶ τῆς ΑΒ τμῆμα κύκλου τὸ ΑΕΒ δεχό-
μενον γωνίαν ἴσην τῇ πρὸς τῷ Γ. ἀλλὰ δὴ ἡ πρὸς
τῷ Γ ἀμβλεῖα ἔστω. καὶ συνεστάτω αὐτῇ ἴση πρὸς τῇ ΑΒ
εὐθείᾳ καὶ τῷ Α σημείῳ ἡ ὑπὸ ΒΑΔ. ὡς ἔχει ἐπὶ τῆς τρί-
της καταγραφῆς. καὶ τῇ ΑΔ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΑΕ.
καὶ τετμήσθω πάλιν ἡ ΑΒ δίχα κατὰ τὸ Ζ. καὶ τῇ ΑΒ πρὸς
ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΖΗ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΗΒ. καὶ ἐπεὶ πάλιν ἴση
ἐστὶν ἡ ΑΖ τῇ ΖΒ καὶ κοινὴ ἡ ΖΗ. δύο δὴ αἱ ΑΖ ΖΗ δύο ταῖς
ΒΖ ΖΗ ἴσαι εἰσίν. καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΖΗ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ
ΒΖΗ ἴση. βάσις ἄρα ἡ ΑΗ βάσει τῇ ΒΗ ἴση ἐστίν. ὁ ἄρα
κέντρῳ μὲν τῷ Η διαστήματι δὲ τῷ ΗΑ κύκλος γρα-
φόμενος ἥξει καὶ διὰ τοῦ Β. ἐρχέσθω ὡς ὁ ΑΕΒ. καὶ ἐπεὶ
τῇ ΑΕ διαμέτρῳ
ἀπ' ἄκρας πρὸς
ὀρθάς ἐστιν ἡ
ΑΔ. ἡ ΑΔ ἄρα ἐ-
φάπτεται τοῦ ΑΕΒ



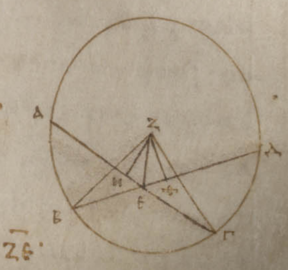
κύκλου. καὶ ἀπὸ τῆς κατὰ τὸ Α ἐπαφῆς διῆκται ἡ ΑΒ· ἡ ἄρα
ὑπὸ ΒΑΔ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμή-
ματι τῷ ΑΘΒ συνισταμένῃ γωνίᾳ· ἀλλ' ἡ ὑπὸ ΒΑΔ γω-
νία τῇ πρὸς τῷ Γ ἴση ἐστίν· καὶ ἡ ἐν τῷ ΑΘΒ ἄρα τμήματι
γωνία ἴση ἐστὶ τῇ πρὸς τῷ Γ· ἐπὶ τῆς δοθείσης ἄρα
εὐθείας τῆς ΑΒ γέγραπται τμῆμα κύκλου τὸ ΑΘΒ δεχό-
μενον γωνίαν ἴσην τῇ πρὸς τῷ Γ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:-

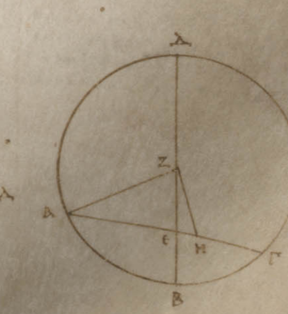
λδ' Ἀπὸ τοῦ δοθέντος κύκλου τμῆμα ἀφελεῖν δεχόμενον γω-
νίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ· ἔστω ὁ
δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓ. ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμ-
μος ἡ πρὸς τῷ Δ· δεῖ δὴ ἀπὸ τοῦ ΑΒΓ κύκλου τμῆμα
ἀφελεῖν δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ πρὸς τῷ Δ γω-
νίᾳ. ἤχθω τοῦ ΑΒΓ ἐφαπτομένη ἡ ΕΖ κατὰ τὸ Β σημεῖ-
ον. καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΖΒ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ
σημείῳ τῷ Β τῇ πρὸς τῷ Δ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΖΒΓ·
ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ ΑΒΓ ἐφάπτεταί τις εὐθεῖα ἡ ΕΖ. καὶ
ἀπὸ τῆς κατὰ τὸ Β ἐπαφῆς διῆκται ἡ ΒΓ. ἡ ὑπὸ ΖΒΓ
ἄρα ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ΒΑΓ ἐναλλὰξ τμήματι συνιστα-
μένῃ γωνίᾳ· ἀλλ' ἡ ὑπὸ ΖΒΓ τῇ πρὸς τῷ Δ ἐστὶν ἴ-
ση. καὶ ἡ ἐν τῷ ΒΑΓ ἄρα τμήματι
γωνία ἴση ἐστὶ τῇ πρὸς τῷ Δ.
ἀπὸ τοῦ δοθέντος ἄρα κύκλου τοῦ
ΑΒΓ τμῆμα ἀφῄρηται τὸ ΒΑΓ.
δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δο-
θείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ τῇ
πρὸς τῷ Δ. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:-

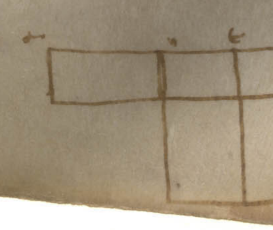


λε' Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας. τὸ ὑπὸ τῶν
τῆς μιᾶς τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον
ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν τῆς ἑτέρας τμημάτων περιεχομένῳ
ὀρθογωνίῳ· ἐν γὰρ τῷ κύκλῳ τῷ ΑΒΓΔ. δύο εὐθεῖ-
αι αἱ ΑΓ ΒΔ τεμνέτωσαν ἀλλήλας κατὰ τὸ Ε σημεῖον· λέ-
γω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕ ΕΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον.
ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΔΕ ΕΒ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.
εἰ μὲν οὖν αἱ ΑΓ ΒΔ διὰ τοῦ κέντρου εἰσίν. ὥστε τὸ Ε κέν-
τρον εἶναι τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου. φανερὸν ὅτι ἴσων οὐσῶν
τῶν ΑΕ ΕΓ ΔΕ ΕΒ. καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕ ΕΓ περιεχόμενον
ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΔΕ ΕΒ περιεχομέ-
νῳ ὀρθογωνίῳ· μὴ ἔστωσαν δὴ αἱ ΑΓ ΔΒ διὰ τοῦ
κέντρου· καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓΔ. καὶ ἔστω τὸ Ζ.
καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ ἐπὶ τὰς ΑΓ ΔΒ εὐθείας. κάθετοι ἤχθωσαν
αἱ ΖΗ ΖΘ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΒ ΖΓ ΖΕ. καὶ ἐπεὶ εὐθεῖα
τις διὰ τοῦ κέντρου ἡ ΗΖ εὐθεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέν-
τρου τὴν ΑΓ πρὸς ὀρθὰς τέμνει. καὶ δίχα αὐτὴν τέμνει·
ἴση ἄρα ἡ ΑΗ τῇ ΗΓ· ἐπεὶ οὖν εὐθεῖα ἡ ΑΓ τέτμηται
εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ Η. εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Ε. τὸ ἄρα
ὑπὸ τῶν ΑΕ ΕΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀ-
πὸ τῆς ΕΗ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ
ἀπὸ τῆς ΗΓ· κοινὸν προσκείσθω τὸ
ἀπὸ τῆς ΗΖ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΕ ΕΓ
μετὰ τῶν ἀπὸ τῶν ΗΕ ΗΖ ἴσον ἐστὶν
τοῖς ἀπὸ τῶν ΓΗ ΗΖ· ἀλλὰ τοῖς μὲν
ἀπὸ τῶν ΕΗ ΗΖ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΖΕ·





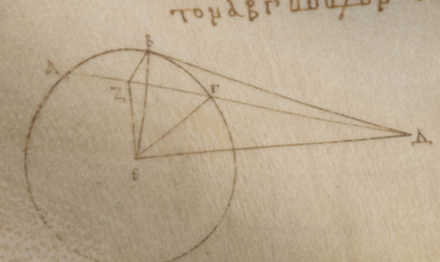




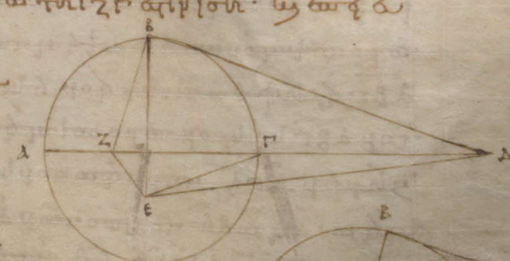
τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΓΗ, ΗΖ, ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΖΓ· τὸ ἄρα
ὑπὸ τῶν ΑΕ, ΕΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ
τῆς ΖΓ. ἴση δὲ ἡ ΖΓ τῇ ΖΒ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΕ, ΕΓ
μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΖ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΒ. διὰ
τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΔΕ, ΕΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΕ
ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΒ. ἐδείχθη δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν
ΑΕ, ΕΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΕ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΖΒ· τὸ
ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΕ, ΕΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΕ ἴσον ἐστὶ τῷ
ὑπὸ τῶν ΔΕ, ΕΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΕ. κοινὸν ἀφῃ-
ρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΖΕ· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕ,
ΕΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν
ΔΕ, ΕΒ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ἐὰν ἄρα ἐν κύ-
κλῳ εὐθεῖαι δύο τέμνωσιν ἀλλήλας, τὸ ὑπὸ τῶν τῆς
μιᾶς τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον
ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν τῆς ἑτέρας τμημάτων περιεχομέ-
νῳ ὀρθογωνίῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

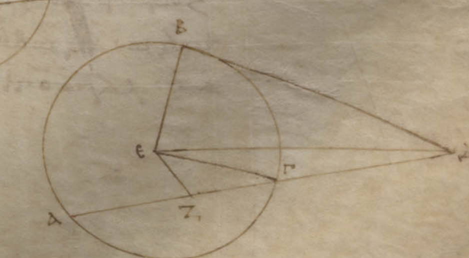
[illegible marginal scholion] λϛ'

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, καὶ ἀπ' αὐτοῦ πρὸς
τὸν κύκλον προσπίπτωσι δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν
τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ ἐφάπτηται, ἔσται τὸ ὑπὸ ὅ-
λης τῆς τεμνούσης καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομέ-
νης μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερεί-
ας ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης τετραγώνῳ.
κύκλου γὰρ τοῦ ΑΒΓ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐκτὸς τὸ
Δ, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ πρὸς τὸν ΑΒΓ κύκλον προσπιπτέτω-
σαν δύο εὐθεῖαι αἱ ΔΓΑ, ΔΒ· καὶ ἡ μὲν ΔΓΑ τεμνέτω
τὸν ΑΒΓ κύκλον, ἡ δὲ ΔΒ ἐφαπτέσθω· λέγω ὅτι τὸ
ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ



ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ
ἀπὸ τῆς ΔΒ τετραγώνῳ. ἡ ΔΓΑ ἤτοι διὰ τοῦ κέντρου
ἐστὶν ἢ οὔ. ἔστω πρότερον διὰ τοῦ κέντρου καὶ ἔστω τὸ Ζ
κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΒ· ὀρθὴ ἄρα
ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΖΒΔ. καὶ ἐπεὶ εὐθεῖα ἡ ΑΓ δίχα τέτμηται κα-
τὰ τὸ Ζ, πρόσκειται δὲ αὐτῇ ἡ ΓΔ, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν
ΑΔ, ΔΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΔ.
ἴση δὲ ἡ ΖΓ τῇ ΖΒ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ μετὰ τοῦ
ἀπὸ τῆς ΖΒ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΔ. ἴσον δὲ τὸ ἀπὸ
τῆς ΖΔ τοῖς ἀπὸ τῶν ΖΒ, ΒΔ· ὀρθὴ γὰρ ἡ ὑπὸ ΖΒΔ·
τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΒ ἴσον ἐστὶ
τοῖς ἀπὸ τῶν ΖΒ, ΒΔ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ
τῆς ΖΒ· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ ἴσον ἐστὶ τῷ
ἀπὸ τῆς ΔΒ ἐφαπτομένης. ἀλλὰ δὴ ἡ ΔΓΑ μὴ ἔστω
διὰ τοῦ κέντρου τοῦ ΑΒΓ κύκλου, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον
τὸ Ε, καὶ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὴν ΑΓ κάθετος ἤχθω ἡ ΕΖ, καὶ
ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΒ, ΕΓ, ΕΔ· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΕΒΔ.
καὶ ἐπεὶ εὐθεῖά τις ἡ διὰ τοῦ κέντρου ἡ ΕΖ εὐθεῖάν τινα
μὴ διὰ τοῦ κέντρου τὴν ΑΓ πρὸς ὀρθὰς τέμνει, καὶ δί-
χα αὐτὴν τέμνει· ἡ ΑΖ ἄρα τῇ ΖΓ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ εὐ-
θεῖα ἡ ΑΓ τέτμηται δίχα
κατὰ τὸ Ζ, πρόσκειται δὲ
αὐτῇ ἡ ΓΔ, τὸ ἄρα ὑπὸ
τῶν ΑΔ, ΔΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ
τῆς ΖΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ
τῆς ΖΔ. κοινὸν προσκείσθω





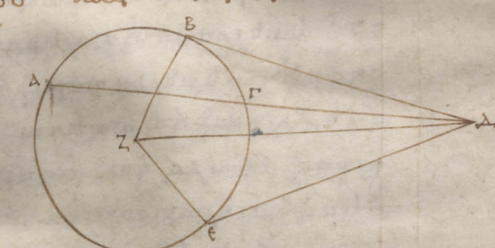
[illegible marginal notes]

θέντος τὸ ἀπὸ τῆς ΖΕ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ μετὰ τῶν ἀ-
πὸ τῶν ΓΖ, ΖΕ ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΖΔ, ΖΕ· τοῖς δὲ
ἀπὸ τῶν ΖΔ, ΖΕ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΔ· ὀρθὴ γὰρ ἡ
ὑπὸ ΕΖΓ· τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΓΖ, ΖΕ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ
τῆς ΓΕ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΓ
ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΔ· ἴση δὲ ἡ ΕΓ τῇ ΕΒ· τὸ ἄρα
ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΒ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀ-
πὸ τῆς ΕΔ· τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΕΔ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ
τῶν ΕΒ, ΒΔ· ὀρθὴ γὰρ ἡ ὑπὸ ΕΒΔ γωνία· τὸ ἄρα
ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΒ ἴσον ἐστὶ τοῖς
ἀπὸ τῶν ΕΒ, ΒΔ· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς
ΕΒ· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀ-
πὸ τῆς ΔΒ· ἐὰν ἄρα κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐ-
κτὸς καὶ τὰ ἑξῆς. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

λζ Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτὸς ἀπὸ δὲ τοῦ ση-
μείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι δύο εὐθεῖαι καὶ ἡ μὲν
αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον ἡ δὲ προσπίπτῃ· ἡ δὲ
τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης τεμνούσης καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμ-
βανομένης μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς πε-
ριφερείας ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς προσπιπτούσης· ἡ
προσπίπτουσα ἐφάψεται τοῦ κύκλου· κύκλου γὰρ τοῦ
ΑΒΓ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐκτὸς τὸ Δ· καὶ ἀπὸ τοῦ Δ πρὸς
τὸν ΑΒΓ κύκλον προσπιπτέτωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ ΔΓΑ, ΔΒ·
καὶ ἡ μὲν ΔΓΑ τεμνέτω τὸν κύκλον· ἡ δὲ ΔΒ προσπι-
πτέτω· ἔστω δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς
ΔΒ· λέγω ὅτι ἡ ΔΒ ἐφάπτεται τοῦ ΑΒΓ κύκλου· ἤχθω γὰρ

ε

τοῦ ΑΒΓ ἐφαπτομένη ἡ ΔΕ· καὶ εἰλήφθω τὸ Ζ κέντρον τοῦ ΑΒΓ
κύκλου· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΕ, ΖΒ, ΖΔ· ἡ ἄρα ὑπὸ ΖΕΔ ὀρ-
θή ἐστιν· καὶ ἐπεὶ ἡ ΔΕ ἐφάπτεται τοῦ ΑΒΓ κύκλου, τέμνει δὲ
ἡ ΔΓΑ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΕ·
ὑπόκειται δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΔΒ·
τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΔΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΒ· ἴση ἄρα
ἡ ΔΕ τῇ ΔΒ· ἔστι δὲ καὶ ἡ ΖΕ τῇ ΖΒ ἴση· δύο δὴ αἱ ΔΕ, ΕΖ
δυσὶ ταῖς ΔΒ, ΒΖ ἴσαι εἰσίν· καὶ βάσις αὐτῶν κοινὴ ἡ ΖΔ·
γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΕΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΒΖ ἐστὶν ἴση·
ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΔΕΖ· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΔΒΖ· καὶ ἐστὶν
ἡ ΖΒ ἐκβαλλομένη διάμετρος· ἡ δὲ τῇ διαμέτρῳ τοῦ
κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας
ἀγομένη, ἐφάπτεται τοῦ
κύκλου· ἡ ΔΒ ἄρα ἐφάπτεται τοῦ ΑΒΓ κύκλου· ὁμοίως δὴ
δειχθήσεται κἂν τὸ κέντρον
ἐπὶ τῆς ΑΓ τυγχάνῃ· ἐὰν
ἄρα κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον
ἐκτὸς καὶ τὰ ἑξῆς. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:



\+ ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ, ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ Γ :~

† Εὐκλείδου στοιχείων τέταρτον :~



Σχῆμα εὐθύγραμμον εἰς σχῆμα εὐθύγραμμον ἐγγράφεσθαι
λέγεται, ὅταν ἑκάστη τῶν τοῦ ἐγγραφομένου σχήματος
γωνιῶν ἑκάστης πλευρᾶς τοῦ εἰς ὃ ἐγγράφεται ἅπτη-
ται. Σχῆμα δὲ ὁμοίως περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέ-
γεται, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τοῦ περιγραφομένου ἑ-
κάστης γωνίας τοῦ περὶ ὃ περιγράφεται ἅπτηται.
Σχῆμα δὲ εὐθύγραμμον εἰς κύκλον ἐγγράφεσθαι λέγεται,
ὅταν ἑκάστη γωνία τοῦ ἐγγραφομένου ἅπτηται τῆς
τοῦ κύκλου περιφερείας. Σχῆμα δὲ εὐθύγραμμον περὶ



κύκλον περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τοῦ
περιγραφομένου ἐφάπτηται τῆς τοῦ κύκλου περιφερεί-
ας. Κύκλος δὲ εἰς σχῆμα ὁμοίως ἐγγράφεσθαι λέγεται,
ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια ἑκάστης πλευρᾶς τοῦ
εἰς ὃ ἐγγράφεται ἅπτηται. Κύκλος δὲ περὶ σχῆμα περι-
γράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια
ἑκάστης γωνίας τοῦ περὶ ὃ περιγράφεται ἅπτηται.

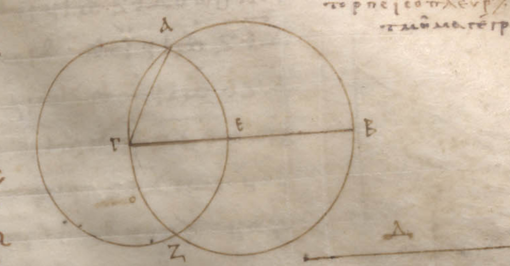


Εὐθεῖα εἰς κύκλον ἐναρμόζεσθαι λέγεται, ὅταν τὰ πέ-
ρατα αὐτῆς ἐπὶ τῆς περιφερείας ᾖ τοῦ κύκλου :~
α Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ μὴ μείζονι
οὔσῃ τῆς τοῦ κύκλου διαμέτρου ἴσην εὐθεῖαν ἐναρ-
μόσαι. Ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓ, ἡ δὲ δοθεῖσα

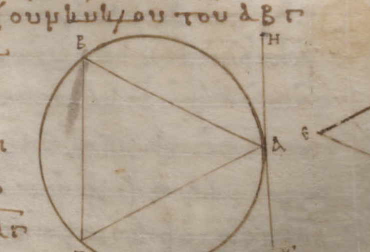


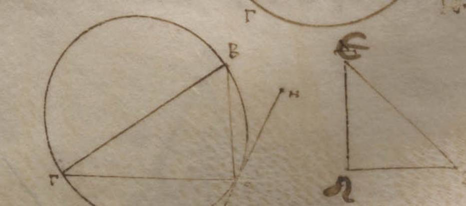
εὐθεῖα μὴ μείζων τῆς τοῦ κύκλου διαμέτρου ἡ Δ. δεῖ
δὴ εἰς τὸν ΑΒΓ κύκλον τῇ Δ εὐθείᾳ ἴσην εὐθεῖαν
ἐναρμόσαι. Ἤχθω τοῦ ΑΒΓ κύκλου διάμετρος ἡ ΒΓ.
εἰ μὲν οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ Δ, γεγονὸς ἂν εἴη τὸ
ἐπιταχθέν· ἐνήρμοσται γὰρ εἰς τὸν ΑΒΓ κύκλον τῇ Δ

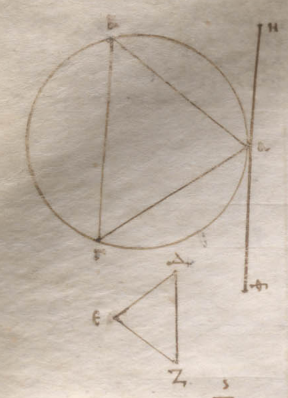




εὐθείᾳ ἴση ἡ ΒΓ. εἰ δὲ οὔ, μείζων ἐστὶν
ἡ ΒΓ τῆς Δ. καὶ κείσθω τῇ Δ ἴση ἡ ΓΕ,
καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Γ διαστήματι δὲ
τῷ ΓΕ κύκλος γεγράφθω ὁ ΑΕΖ, καὶ
ἐπεζεύχθω ἡ ΓΑ. ἐπεὶ οὖν τὸ Γ σημεῖον
κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΕΖ κύκλου, ἴση
ἐστὶν ἡ ΓΑ τῇ ΓΕ. ἀλλὰ ἡ Δ τῇ ΓΕ ἐστὶν
ἴση. καὶ ἡ Δ ἄρα τῇ ΓΑ ἐστὶν ἴση. εἰς ἄρα τὸν δοθέντα
κύκλον τὸν ΑΒΓ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ μὴ μείζονι οὔσῃ
τῆς τοῦ κύκλου διαμέτρου τῇ Δ ἴση ἐνήρμοσται ἡ ΓΑ·
ὅπερ ἔδει ποιῆσαι :~
β Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰσογώ-
νιον τρίγωνον ἐγγράψαι. Ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓ,
τὸ δὲ δοθὲν τρίγωνον τὸ ΔΕΖ· δεῖ δὴ εἰς τὸν ΑΒΓ κύ-
κλον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον ἐγ-
γράψαι. Ἤχθω τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐφαπτομένη ἡ ΗΑΘ
κατὰ τὸ Α, καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΑΘ εὐθείᾳ καὶ τῷ
πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Α τῇ ὑπὸ ΔΕΖ γωνίᾳ ἴση
ἡ ὑπὸ ΘΑΓ, πρὸς δὲ τῇ ΑΗ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς
αὐτῇ σημείῳ τῷ Α τῇ ὑπὸ ΔΖΕ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑ-
πὸ ΗΑΒ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ. ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ ΑΒΓ
ἐφάπτεταί τις εὐθεῖα ἡ ΘΑ, ἀπὸ δὲ
τῆς κατὰ τὸ Α ἐπαφῆς διῆκταί τις ἡ ΑΓ, ἡ
ἄρα ὑπὸ ΘΑΓ ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ
ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήματι γω-
νίᾳ τῇ ὑπὸ ΑΒΓ· ἀλλ' ἡ ὑπὸ ΘΑΓ

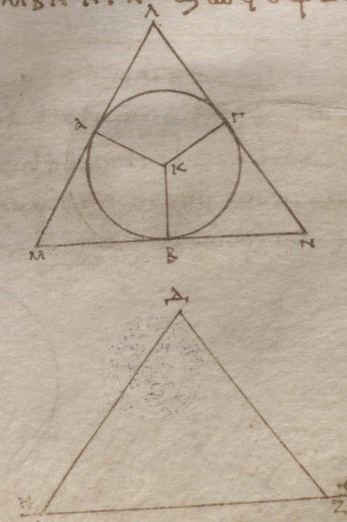






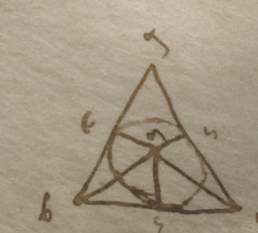
τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΓ ἄρα γωνία τῇ ὑπὸ
ΔΕΖ ἐστὶν ἴση· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ
ΔΖΕ ἐστὶν ἴση· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΑΓ λοιπῇ τῇ
ὑπὸ ΕΔΖ ἴση ἐστίν· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγω-
νον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ. καὶ ἐγγέγραπται εἰς τὸν ΑΒΓ κύ-
κλον· εἰς τὸν δοθέντα ἄρα κύκλον τῷ δοθέντι τρι-
γώνῳ. ἰσογώνιον τρίγωνον ἐγγέγραπται. ὅπερ
ἔδει δεῖξαι:

γ΄
Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰ-
σογώνιον τρίγωνον περιγράψαι· ἔστω ὁ δοθεὶς κύ-
κλος ὁ ΑΒΓ. τὸ δὲ δοθὲν τρίγωνον τὸ ΔΕΖ· δεῖ δὴ
περὶ τὸν ΑΒΓ κύκλον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ. ἰσογώνι-
ον τρίγωνον περιγράψαι· ἐκβεβλήσθω ἡ ΕΖ ἐφ' ἑ-
κάτερα τὰ μέρη κατὰ τὰ Η Θ σημεῖα. καὶ εἰλήφθω
τοῦ ΑΒΓ κύκλου κέντρον τὸ Κ. καὶ διήχθω ὡς ἔτυχεν
εὐθεῖα ἡ ΚΒ καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΚΒ εὐθείᾳ καὶ τῷ
πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Κ. τῇ μὲν ὑπὸ ΔΕΗ γωνί-
ᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΒΚΑ· τῇ δὲ ὑπὸ ΔΖΘ ἴση ἡ ὑπὸ ΒΚΓ·
καὶ διὰ τῶν Α Β Γ σημείων ἤχθωσαν ἐφαπτόμεναι
τοῦ ΑΒΓ κύκλου αἱ ΛΑΜ ΜΒΝ ΝΓΛ· καὶ ἐπεὶ ἐφάπτον-
ται τοῦ ΑΒΓ κύκλου αἱ
ΛΜ ΜΝ ΝΛ κατὰ τὰ ΑΒΓ·
ἀπὸ δὲ τοῦ Κ κέντρου ἐπὶ
τὰ ΑΒΓ σημεῖα ἐπεζευ-
γμέναι εἰσὶν αἱ ΚΑ
ιη΄ τοῦ γ΄ ΚΒ ΚΓ. ὀρθαὶ ἄρα εἰσὶν

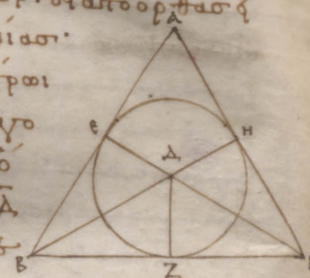


λβ΄ τοῦ α΄ αἱ πρὸς τοῖς ΑΒΓ σημείοις γωνίαι· καὶ ἐπεὶ τοῦ ΑΜΒΚ τε-
τραπλεύρου αἱ τέσσαρες γωνίαι τέτρασιν ὀρθαῖς ἴσαι
εἰσίν· ἐπειδήπερ καὶ εἰς δύο τρίγωνα διαιρεῖται τὸ ΑΜΒΚ
τετράπλευρον· ὧν αἱ ὑπὸ ΚΑΜ ΚΒΜ γωνίαι δύο ὀρ-
θαί εἰσιν· λοιπαὶ ἄρα αἱ ὑπὸ ΑΚΒ ΑΜΒ δυσὶν ὀρθαῖς
ἴσαι εἰσίν· εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ὑπὸ ΔΕΗ ΔΕΖ δυσὶν ὀρθαῖς ἴ-
σαι· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΚΒ ΑΜΒ ταῖς ὑπὸ ΔΕΗ ΔΕΖ ἴσαι εἰ-
σίν· ὧν ἡ ὑπὸ ΑΚΒ τῇ ὑπὸ ΔΕΗ ἐστὶν ἴση· λοιπὴ ἄρα ἡ
ὑπὸ ΑΜΒ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστὶν ἴση· ὁμοίως δὴ
δειχθήσεται ὅτι καὶ ἡ ὑπὸ ΛΝΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ ἐστὶν ἴση·
καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΜΛΝ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἐστὶν
ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΛΜΝ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ
τριγώνῳ καὶ περιγέγραπται περὶ τὸν ΑΒΓ κύκλον·
περὶ τὸν δοθέντα ἄρα κύκλον τῷ δοθέντι τριγώ-
νῳ. ἰσογώνιον τρίγωνον περιγέγραπται· ὅπερ
ἔδει ποιῆσαι:

δ΄
Εἰς τὸ δοθὲν τρίγωνον κύκλον ἐγγράψαι· ἔστω τὸ δοθὲν
τρίγωνον τὸ ΑΒΓ· δεῖ δὴ εἰς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον κύκλον
ἐγγράψαι· τετμήσθωσαν αἱ ὑπὸ ΑΒΓ ΒΓΑ γωνίαι δί-
χα ταῖς ΒΔ ΓΔ εὐθείαις καὶ συμβαλλέτωσαν ἀλλήλαις
κατὰ τὸ Δ σημεῖον. καὶ ἤχθωσαν ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὰς
ΑΒ ΒΓ ΓΑ εὐθείας κάθετοι αἱ ΔΕ ΔΖ ΔΗ· καὶ ἐπεὶ ἴση
ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΔ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΒΔ· ἐστὶν δὲ καὶ ὀρ-
θὴ ἡ ὑπὸ ΒΕΔ ὀρθῇ τῇ ὑπὸ ΒΖΔ ἴση· δύο δὴ τρί- κϛ΄ τοῦ α΄
γωνά ἐστι τὰ ΕΒΔ ΔΒΖ τὰς δύο γωνίας δυσὶ γω-
νίαις ἴσας ἔχοντα καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ



ἴσην ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν κοινὴν
αὐτῶν τὴν ΒΔ· καὶ τὰς λοιπὰς ἄρα πλευρὰς ταῖς λοι-
παῖς πλευραῖς ἴσας ἕξουσιν· ἴση ἄρα ἡ ΔΕ τῇ ΔΖ. διὰ
τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΔΗ τῇ ΔΖ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ΔΕ τῇ
ΔΗ ἐστὶν ἴση· ὁ ἄρα κέντρῳ τῷ Δ καὶ διαστήματι ἑνὶ τῶν
ΕΖΗ κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημεί-
ων καὶ ἐφάψεται τῶν ΑΒ ΒΓ ΓΑ εὐθειῶν διὰ τὸ ὀρθὰς εἶ-
ναι τὰς πρὸς τοῖς ΕΖΗ σημείοις γωνίας·
εἰ γὰρ τεμεῖ αὐτάς, ἔσται ἡ τῇ διαμέτρῳ
τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγο-
μένη ἐντὸς πίπτουσα τοῦ κύκλου· ὅ-
περ ἄτοπον· οὐκ ἄρα ὁ κέντρῳ τῷ Δ
διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν ΕΖΗ γραφόμε-
νος κύκλος τεμεῖ τὰς ΑΒ ΒΓ ΓΑ εὐ-
θείας· ἐφάψεται ἄρα αὐτῶν καὶ ἔσται ὁ κύκλος ἐγγεγραμ-
μένος εἰς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον· εἰς ἄρα τὸ δοθὲν τρίγωνον
τὸ ΑΒΓ κύκλος ἐγγέγραπται ὁ ΕΖΗ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:



Περὶ τὸ δοθὲν τρίγωνον κύκλον περιγράψαι· ἔστω τὸ
δοθὲν τρίγωνον τὸ ΑΒΓ· δεῖ δὴ περὶ τὸ δοθὲν τρίγω-
νον τὸ ΑΒΓ κύκλον περιγράψαι· τετμήσθωσαν αἱ ΑΒ
ΑΓ εὐθεῖαι δίχα κατὰ τὰ Δ Ε σημεῖα· καὶ ἀπὸ τῶν Δ Ε
σημείων ταῖς ΑΒ ΑΓ πρὸς ὀρθὰς ἤχθωσαν αἱ ΔΖ ΕΖ·
συμπεσοῦνται δὴ ἤτοι ἐντὸς τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἢ
ἐπὶ τῆς ΒΓ εὐθείας ἢ ἐκτὸς τῆς ΒΓ· συμπιπτέτωσαν
πρότερον ἐντὸς κατὰ τὸ Ζ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΒ ΖΓ
ΖΑ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΔΒ, κοινὴ δὲ καὶ πρὸς ὀρθὰς

ἡ ΔΖ, βάσις ἄρα ἡ ΑΖ βάσει τῇ ΖΒ ἴση ἐστίν· ὁμοίως δὴ
δείξομεν ὅτι καὶ ἡ ΖΓ τῇ ΑΖ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ΖΒ τῇ
ΖΓ ἐστὶν ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ΖΑ ΖΒ ΖΓ ἴσαι ἀλλήλαις
εἰσίν· ὁ ἄρα κέντρῳ τῷ Ζ διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν ΖΑ ΖΒ
ΖΓ κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν περιγεγραμμέ-
νος ὁ κύκλος περὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον· περιγεγράφθω
ὡς ὁ ΑΒΓ· ἀλλὰ δὴ αἱ ΔΖ ΕΖ συμπιπτέτωσαν ἐπὶ τῆς
ΒΓ εὐθείας κατὰ τὸ Ζ, ὡς ἔχει ἐπὶ τῆς δευτέρας καταγρα-
φῆς, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΖ· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι τὸ Ζ
σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ περὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον περι-
γραφομένου κύκλου· ἀλλὰ δὴ αἱ ΔΖ ΕΖ συμπιπτέ-
τωσαν ἐκτὸς τοῦ ΑΒΓ τριγώνου κατὰ τὸ Ζ πάλιν, ὡς ἔχει
ἐπὶ τῆς τρίτης καταγραφῆς, καὶ ἐπεζεύχθωσαν
αἱ ΑΖ ΖΒ ΖΓ· καὶ ἐπεὶ πάλιν ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΔΒ, κοινὴ δὲ
καὶ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΔΖ, βάσις ἄρα ἡ ΑΖ βάσει τῇ ΖΒ ἐστὶν
ἴση· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἡ ΓΖ τῇ ΑΖ ἐστὶν
ἴση· ὥστε καὶ ἡ ΒΖ τῇ ΓΖ ἐστὶν ἴση· ὁ ἄρα πάλιν κέν-
τρῳ τῷ Ζ διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν ΖΑ ΖΒ ΖΓ κύκλος
γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων καὶ ἔσται
περιγεγραμμένος περὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον· περιγε-
γράφθω ὡς ὁ ΑΒΓ· περὶ τὸ δοθὲν ἄρα τρίγωνον κύ-
κλος περιγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:

Καὶ φανερὸν ὅτι
ὅτε μὲν ἐντὸς τοῦ
τριγώνου πίπτει
τὸ κέντρον τοῦ κύ-



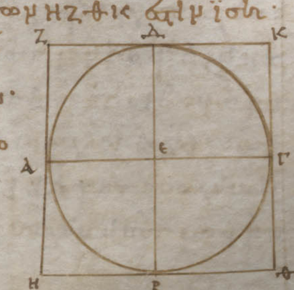
καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία ἐν μείζονι τμήματι τοῦ ἡμικυκλί-
ου τυγχάνουσα. ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς· ὅτε δὲ ἐπὶ τῆς
ΒΓ ἐν ἡμικυκλίῳ τυγχάνουσα. ὀρθή ἐστι· ὅτε δὲ
ἐκτὸς τῆς ΒΓ εὐθείας τὸ κέντρον πίπτει ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γω-
νία ἐν ἐλάττονι τμήματι τοῦ ἡμικυκλίου τυγχάνουσα.
μείζων ἐστὶν ὀρθῆς· ὥστε καὶ ὅταν ἐλάττων ὀρθῆς τυγ-
χάνῃ ἡ διδομένη γωνία, ἐντὸς τοῦ τριγώνου συμ-
πεσοῦνται αἱ ΔΖ ΕΖ· ὅταν δὲ ὀρθή, ἐπὶ τῆς ΒΓ· ὅ-
ταν δὲ μείζων ὀρθῆς, ἐκτὸς τῆς ΒΓ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

ς Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον. τετράγωνον ἐγγράψαι· ἔστω ὁ δο-
θεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓΔ· δεῖ δὴ εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον. τε-
τράγωνον ἐγγράψαι· ἤχθωσαν γὰρ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου
διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ ΑΓ ΒΔ. καὶ ἐπεζεύ-
χθωσαν αἱ ΑΒ ΒΓ ΓΔ ΔΑ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΕΔ.
κέντρον γὰρ τὸ Ε· κοινὴ δὲ καὶ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΕΑ. καὶ
βάσις ἡ ΑΒ βάσει τῇ ΑΔ ἴση ἐστί· διὰ ταὐτὰ δὴ καὶ ἑκα-
τέρα τῶν ΒΓ ΓΔ. ἑκατέρᾳ τῶν ΑΒ ΑΔ ἴση ἐστίν· ἰσό-
πλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ τετράπλευρον· λέγω δὴ ὅτι
καὶ ὀρθογώνιον· ἐπεὶ γὰρ ἡ ΒΔ εὐθεῖα διάμετρός ἐστι τοῦ
ΑΒΓΔ κύκλου. ἡμικύκλιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΑΔ· ὀρθὴ ἄρα
ἡ ὑπὸ ΒΑΔ γωνία· διὰ ταὐτὰ δὴ
καὶ ἑκάστη τῶν ὑπὸ ΑΒΓ ΒΓΔ ΓΔΑ ὀρ-
θή ἐστιν· ὀρθογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ
τετράπλευρον· ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευ-
ρον· τετράγωνον ἄρα ἐστὶ καὶ ἐγγέγρα-
πται εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον· εἰς ἄρα



τὸν ΑΒΓΔ κύκλον. τετράγωνον ἐγγέγραπται τὸ ΑΒΓΔ. ὅ-
περ ἔδει ποιῆσαι:

ζ Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον. τετράγωνον περιγράψαι· ἔστω
ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓΔ· δεῖ δὴ περὶ τὸν ΑΒΓΔ κύκλον
τετράγωνον περιγράψαι· ἤχθωσαν γὰρ τοῦ ΑΒΓΔ κύ-
κλου δύο διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ ΑΓ ΒΔ·
καὶ διὰ τῶν ΑΒΓΔ σημείων. ἤχθωσαν ἐφαπτόμεναι τοῦ
ΑΒΓΔ κύκλου αἱ ΖΗ ΗΘ ΘΚ ΚΖ· ἐπεὶ οὖν ἐφάπτεται ἡ ΖΗ
τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου. ἀπὸ δὲ τοῦ Ε κέντρου ἐπὶ τὴν κατὰ
τὸ Α ἐπαφὴν ἐπέζευκται ἡ ΕΑ. αἱ ἄρα πρὸς τῷ Α γω-
νίαι ὀρθαί εἰσι· διὰ ταὐτὰ δὴ καὶ αἱ πρὸς τοῖς ΒΓΔ ση-
μείοις γωνίαι ὀρθαί εἰσιν· καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΕΒ
γωνία. ἐστὶ δὲ ὀρθὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΕΒΗ. παράλληλος ἄ-
ρα ἐστὶν ἡ ΗΘ τῇ ΑΓ· διὰ ταὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΑΓ τῇ ΖΚ
ἐστὶ παράλληλος· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἑκα-
τέρα τῶν ΗΖ ΘΚ τῇ ΒΕΔ ἐστὶ παράλληλος· παραλ-
ληλόγραμμα ἄρα ἐστὶ τὰ ΗΚ ΗΓ ΑΚ ΖΒ ΒΚ· ἴση ἄρα
ἐστὶν ἡ μὲν ΗΖ τῇ ΘΚ. ἡ δὲ ΗΘ τῇ ΖΚ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν
ἡ ΑΓ τῇ ΒΔ. ἀλλ' ἡ μὲν ΑΓ ἑκατέρᾳ τῶν ΗΘ ΖΚ ἐστὶν
ἴση. ἡ δὲ ΒΔ ἑκατέρᾳ τῶν ΗΖ ΘΚ ἐστὶν ἴση. καὶ ἑκα-
τέρα ἄρα τῶν ΗΘ ΖΚ ἑκατέρᾳ τῶν ΗΖ ΘΚ ἐστὶν ἴση·
ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΖΗΘΚ τετρά-
πλευρον· λέγω δὴ ὅτι καὶ ὀρθογώνιον·
ἐπεὶ γὰρ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ
ΗΒΕΑ. καί ἐστιν ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΑΕΒ. ὀρ-
θὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΑΗΒ· ὁμοίως δὴ



λάζομεν. ὅτι καὶ αἱ πρὸς τοῖς Θ Κ Ζ γωνίαι ὀρθαί εἰσιν· ὀρ-
θογώνιον ἄρα ἐστίν. ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον· τετρά-
γωνον ἄρα ἐστί. καὶ περιγέγραπται περὶ τὸν ΑΒΓΔ κύ-
κλον· περὶ τὸν δοθέντα ἄρα κύκλον. τετράγωνον πε-
ριγέγραπται. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι :—

Η Εἰς τὸ δοθὲν τετράγωνον. κύκλον ἐγγράψαι· ἔστω τὸ δοθὲν
τετράγωνον τὸ ΑΒΓΔ. δεῖ δὴ εἰς τὸ ΑΒΓΔ τετράγωνον.
κύκλον ἐγγράψαι· τετμήσθω ἑκατέρα τῶν ΑΔ ΑΒ
δίχα κατὰ τὰ Ε Ζ σημεῖα. καὶ διὰ μὲν τοῦ Ε ὁποτέρα
τῶν ΑΒ ΓΔ παράλληλος ἤχθω ἡ ΕΘ. διὰ δὲ τοῦ Ζ ὁπο-
τέρα τῶν ΑΔ ΒΓ παράλληλος ἤχθω ἡ ΖΚ· παραλ-
ληλόγραμμον ἄρα ἐστὶν ἕκαστον τῶν ΑΚ ΚΒ ΑΘ ΘΔ
ΑΗ ΗΓ ΒΗ ΗΔ. καὶ αἱ ἀπεναντίον αὐτῶν πλευραὶ δηλο-
νότι ἴσαι εἰσί· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΑΒ. καὶ ἐστὶ τῆς
μὲν ΑΔ ἡμίσεια ἡ ΑΕ. τῆς δὲ ΑΒ ἡμίσεια ἡ ΑΖ. ἴση
ἄρα καὶ ἡ ΑΕ τῇ ΑΖ. ὥστε καὶ αἱ ἀπεναντίον ἴσαι εἰσίν· ἴ-
ση ἄρα καὶ ἡ ΖΗ τῇ ΗΕ. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἑκα-
τέρα τῶν ΗΘ ΗΚ ἑκατέρᾳ τῶν ΖΗ ΗΕ ἐστὶν ἴση· αἱ
τέσσαρες ἄρα αἱ ΗΕ ΗΖ ΗΘ ΗΚ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὁ
ἄρα κέντρῳ μὲν τῷ Η διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν Ε Ζ Θ Κ
κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημεί-
ων καὶ ἐφάψεται τῶν ΑΒ ΒΓ ΓΔ ΔΑ εὐ-
θειῶν. διὰ τὸ ὀρθὰς εἶναι τὰς πρὸς
τοῖς Ε Ζ Θ Κ γωνίας· εἰ γὰρ τέμνει
ὁ κύκλος τὰς ΑΒ ΒΓ ΓΔ ΔΑ. ἡ τῇ διαμέ-
τρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄ-



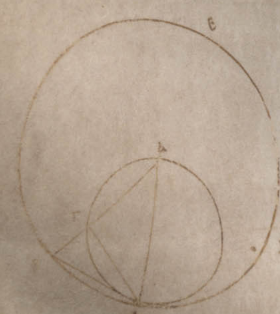
κρας ἀγομένη. ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου. ὅπερ ἄτοπον· οὐ-
κ ἄρα ὁ κέντρῳ τῷ Η διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν Ε Ζ Θ Κ κύκλος
γραφόμενος. τεμεῖ τὰς ΑΒ ΒΓ ΓΔ ΔΑ εὐθείας· ἐφά-
ψεται ἄρα αὐτῶν καὶ ἔσται ἐγγεγραμμένος εἰς τὸ ΑΒΓΔ τετρά-
γωνον· εἰς τὸ δοθὲν ἄρα τετράγωνον κύκλος ἐγγέγρα-
πται. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι :—

Θ Περὶ τὸ δοθὲν τετράγωνον. κύκλον περιγράψαι· ἔστω τὸ
δοθὲν τετράγωνον τὸ ΑΒΓΔ. δεῖ δὴ περὶ τὸ ΑΒΓΔ τετρά-
γωνον κύκλον περιγράψαι· ἐπιζευχθεῖσαι γὰρ αἱ ΑΓ ΒΔ.
τεμνέτωσαν ἀλλήλας κατὰ τὸ Ε. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ
τῇ ΑΒ. κοινὴ δὲ ἡ ΑΓ. δύο δὴ αἱ ΔΑ ΑΓ δυσὶ ταῖς ΒΑ ΑΓ
ἴσαι εἰσί· καὶ βάσις ἡ ΔΓ βάσει τῇ ΒΓ ἴση· γωνία ἄρα
ἡ ὑπὸ ΔΑΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΑΓ ἴση ἐστίν· ἡ ἄρα ὑπὸ
ΔΑΒ γωνία δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς ΑΓ· ὁμοίως δὴ
δείξομεν. ὅτι καὶ ἑκάστη τῶν ὑπὸ ΑΒΓ ΒΓΔ ΓΔΑ δί-
χα τέτμηται ὑπὸ τῶν ΑΓ ΔΒ εὐθειῶν· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ
ὑπὸ ΔΑΒ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΒΓ. καὶ ἐστὶ τῆς μὲν ὑπὸ ΔΑΒ
ἡμίσεια ἡ ὑπὸ ΕΑΒ. τῆς δὲ ὑπὸ ΑΒΓ ἡμίσεια ἡ ὑπὸ ΕΒΑ.
καὶ ἡ ὑπὸ ΕΑΒ ἄρα τῇ ὑπὸ ΕΒΑ ἐστὶν ἴση. καὶ ἡ ΕΒ ἄρα τῇ
ΕΑ ἐστὶν ἴση· ὁμοίως δὴ δείξομεν. ὅτι καὶ ἑκατέρα τῶν
ΕΓ ΕΔ εὐθειῶν. ἑκατέρᾳ τῶν ΕΑ ΕΒ
ἐστὶν ἴση· αἱ τέσσαρες ἄρα αἱ ΕΑ ΕΒ
ΕΓ ΕΔ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὁ ἄρα κέν-
τρῳ τῷ Ε καὶ διαστήματι ἑνὶ τῶν
ΑΒ ΓΔ κύκλος γραφόμενος ἥξει
καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων καὶ ἔσται
περιγεγραμμένος περὶ τὸ ΑΒΓΔ

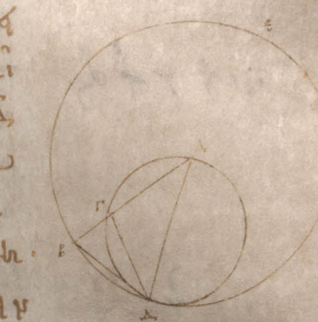


τετράγωνον. περὶ τὸ δοθὲν ἄρα τετράγωνον κύκλος περι-
γέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι :-

ι΄ Ἰσοσκελὲς τρίγωνον συστήσασθαι ἔχον ἑκατέραν τῶν
πρὸς τῇ βάσει γωνιῶν διπλασίονα τῆς λοιπῆς. ἐκκεί-
σθω τις εὐθεῖα ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω κατὰ τὸ Γ σημεῖον, ὥστε
τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον εἶναι
τῷ ἀπὸ τῆς ΓΑ τετραγώνῳ· καὶ κέντρῳ τῷ Α καὶ διαστή-
ματι τῷ ΑΒ κύκλος γεγράφθω ὁ ΒΔΕ· καὶ ἐνηρμόσθω
εἰς τὸν ΒΔΕ κύκλον τῇ ΑΓ εὐθείᾳ μὴ μείζονι οὔσῃ τῆς τοῦ ΒΔΕ κύ-
κλου διαμέτρου ἴση εὐθεῖα ἡ ΒΔ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΔΓ,
καὶ περιγεγράφθω περὶ τὸ ΑΓΔ τρίγωνον κύκλος ὁ ΑΓΔ. καὶ
ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ, ἴση δὲ ἡ ΑΓ
τῇ ΒΔ, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΔ.
καὶ ἐπεὶ κύκλου τοῦ ΑΓΔ εἴληπταί τι σημεῖον ἐκτὸς τὸ Β, καὶ
ἀπὸ τοῦ Β πρὸς τὸν ΑΓΔ κύκλον προσπεπτώκασι δύο
εὐθεῖαι αἱ ΒΓΑ, ΒΔ, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνει, ἡ δὲ προσπί-
πτει, καί ἐστι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΒΔ, ἡ ΒΔ
ἄρα ἐφάπτεται τοῦ ΑΓΔ κύκλου. ἐπεὶ οὖν ἐφάπτεται
τοῦ κύκλου ἡ ΒΔ, ἀπὸ δὲ τῆς κατὰ τὸ Δ ἁφῆς διῆκται
ἡ ΔΓ, ἡ ἄρα ὑπὸ ΒΔΓ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ἐναλ-
λὰξ τοῦ κύκλου τμήματι γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΑΓ. ἐπεὶ οὖν
ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΓΔΒ τῇ ὑπὸ ΔΑΓ, κοινὴ
προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΓΔΑ· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ
ΒΔΑ ἴση ἐστὶ δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΓΔΑ, ΔΑΓ.
ἀλλὰ ταῖς ὑπὸ ΓΔΑ, ΔΑΓ ἴση ἐστὶν ἡ ἐκτὸς
ἡ ὑπὸ ΒΓΔ· καὶ ἡ ὑπὸ ΒΔΑ ἄρα ἴση ἐστὶν







τῇ ὑπὸ ΒΓΔ. ἀλλ᾽ ἡ ὑπὸ ΒΔΑ τῇ ὑπὸ ΓΒΔ ἴση ἐστίν, ἐπεὶ
καὶ πλευρὰ ἡ ΑΔ τῇ ΑΒ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ ΔΒΑ τῇ
ὑπὸ ΒΓΔ ἐστὶν ἴση. αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ὑπὸ ΒΔΑ, ΔΒΑ, ΒΓΔ
ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔΒΓ γωνία
τῇ ὑπὸ ΒΓΔ, ἴση ἐστὶ καὶ πλευρὰ ἡ ΒΔ τῇ ΔΓ. ἀλλὰ ἡ
ΒΔ τῇ ΓΑ ὑπόκειται ἴση· καὶ ἡ ΑΓ ἄρα τῇ ΓΔ ἐστὶν ἴση·
ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΓΔΑ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΑΓ ἐστὶν
ἴση· αἱ ἄρα ὑπὸ ΓΔΑ, ΔΑΓ τῆς ὑπὸ ΓΑΔ εἰσὶ διπλα-
σίους. ἴση δὲ ἡ ὑπὸ ΒΓΔ ταῖς ὑπὸ ΓΔΑ, ΓΑΔ· διπλῆ
ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΓΔ τῆς ὑπὸ ΓΑΔ ἐστίν. ἴση δὲ ἡ ὑπὸ ΒΓΔ ἑ-
κατέρᾳ τῶν ὑπὸ ΒΔΑ, ΔΒΑ· καὶ ἑκατέρα ἄρα τῶν ὑ-
πὸ ΒΔΑ, ΔΒΑ τῆς ὑπὸ ΔΑΒ ἐστὶ διπλῆ. ἰσοσκελὲς ἄ-
ρα τρίγωνον συνέσταται τὸ ΑΒΔ ἔχον ἑκατέραν τῶν
πρὸς τῇ ΔΒ βάσει γωνιῶν διπλασίονα τῆς λοιπῆς.
ὅπερ ἔδει ποιῆσαι :-

ια΄ Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰ-
σογώνιον ἐγγράψαι. ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓΔΕ·
δεῖ δὴ εἰς τὸν ΑΒΓΔΕ κύκλον πεντάγωνον ἰσόπλευρον
τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι. ἐκκείσθω τρίγωνον ἰ-
σοσκελὲς τὸ ΖΗΘ διπλασίονα ἔχον ἑκατέραν τῶν
πρὸς τοῖς Η, Θ γωνιῶν τῆς πρὸς τῷ Ζ· καὶ ἐγγεγρά-
φθω εἰς τὸν ΑΒΓΔΕ κύκλον τῷ ΖΗΘ τριγώνῳ ἰσο-
γώνιον τρίγωνον τὸ ΑΓΔ, ὥστε τῇ μὲν πρὸς τῷ Ζ
γωνίᾳ ἴσην εἶναι τὴν ὑπὸ ΓΑΔ, ἑκατέραν δὲ
τὴν πρὸς τοῖς Η, Θ ἴσην ἑκατέρᾳ τῶν ὑπὸ ΑΓΔ, ΓΔΑ.





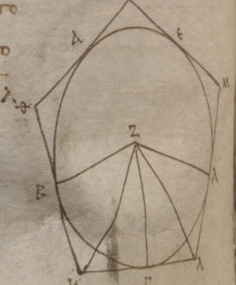
καὶ ἑκατέρα ἄρα τῶν ὑπὸ ΑΓΔ ΓΔΑ τῆς ὑπὸ ΓΑΔ ἐστὶ διπλῆ.
τετμήσθω ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΑΓΔ ΓΔΑ δίχα ὑπὸ ἑκα-
τέρας τῶν ΓΕ ΔΒ εὐθειῶν. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΒ ΒΓ ΓΔ
ΔΕ ΕΑ. ἐπεὶ οὖν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΑΓΔ ΓΔΑ γωνιῶν
διπλασίων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΓΑΔ, καὶ τετμημέναι εἰσὶ δίχα
ὑπὸ τῶν ΓΕ ΔΒ εὐθειῶν. αἱ πέντε ἄρα γωνίαι αἱ ὑπὸ
ΔΑΓ ΑΓΕ ΕΓΔ ΓΔΒ ΒΔΑ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. αἱ δὲ ἴσαι
γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν. αἱ πέντε
ἄρα περιφέρειαι αἱ ΑΒ ΒΓ ΓΔ ΔΕ ΕΑ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.
ὑπὸ δὲ τὰς ἴσας περιφερείας ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνου-
σιν. αἱ πέντε ἄρα εὐθεῖαι αἱ ΑΒ ΒΓ ΓΔ ΔΕ ΕΑ ἴσαι ἀλλή-
λαις εἰσίν. ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔΕ πεντάγωνον.
λέγω δὴ ὅτι καὶ ἰσογώνιον. ἐπεὶ γὰρ ἡ ΑΒ περιφέρεια
τῇ ΔΕ περιφερείᾳ ἐστὶν ἴση. κοινὴ προσκείσθω ἡ
ΒΓΔ. ὅλη ἄρα ἡ ΑΒΓΔ περιφέρεια ὅλῃ τῇ ΕΔΓΒ
περιφερείᾳ ἐστὶν ἴση. καὶ βέβηκεν ἐπὶ μὲν τῆς ΑΒΓΔ
περιφερείας γωνία ἡ ὑπὸ ΑΕΔ. ἐπὶ δὲ τῆς ΕΔΓΒ πε-
ριφερείας γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΕ. καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΕ ἄρα γω-
νία τῇ ὑπὸ ΑΕΔ ἐστὶν ἴση.
διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἑκάστη τῶν
ὑπὸ ΑΒΓ ΒΓΔ ΓΔΕ γωνιῶν
ἑκατέρᾳ τῶν ὑπὸ ΒΑΕ ΑΕΔ
ἐστὶν ἴση. ἰσογώνιον ἄρα
ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔΕ πεντάγωνον.
ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον.



εἰς ἄρα τὸν δοθέντα κύκλον πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε
καὶ ἰσογώνιον ἐγγέγραπται. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:

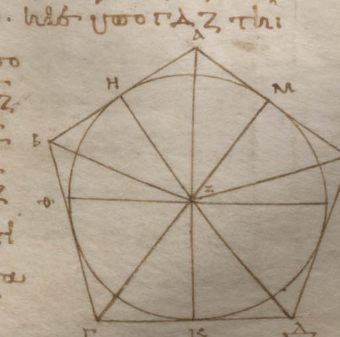
ΙΒ
Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε
καὶ ἰσογώνιον περιγράψαι. ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓΔΕ.
δεῖ δὴ περὶ τὸν ΑΒΓΔΕ κύκλον πεντάγωνον ἰσόπλευ-
ρόν τε καὶ ἰσογώνιον περιγράψαι. νενοήσθω τοῦ ἐγ-
γεγραμμένου πενταγώνου τῶν γωνιῶν σημεῖα τὰ
ΑΒΓΔΕ. ὥστε ἴσας εἶναι τὰς ΑΒ ΒΓ ΓΔ ΔΕ ΕΑ περιφε-
ρείας. καὶ διὰ τῶν ΑΒΓΔΕ ἤχθωσαν τοῦ κύκλου ἐφαπτό-
μεναι αἱ ΗΘ ΘΚ ΚΛ ΛΜ ΜΗ. καὶ εἰλήφθω τοῦ ΑΒΓΔΕ κύ-
κλου κέντρον τὸ Ζ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΒ ΖΚ ΖΓ ΖΛ ΖΔ.
καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν ΚΛ εὐθεῖα ἐφάπτεται τοῦ ΑΒΓΔΕ κατὰ τὸ Γ.
ἀπὸ δὲ τοῦ Ζ κέντρου ἐπὶ τὴν κατὰ τὸ Γ ἐπαφὴν ἐπέζευ-
κται ἡ ΖΓ. ἡ ΖΓ ἄρα κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΚΛ. ὀρθὴ ἄ-
ρα ἑκατέρα τῶν πρὸς τῷ Γ γωνιῶν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ
καὶ αἱ πρὸς τοῖς Β Δ σημείοις γωνίαι ὀρθαί εἰσιν. καὶ ἐπεὶ
ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΖΓΚ γωνία. τὸ ἄρα ἀπὸ ΖΚ ἴσον
ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΖΓ ΓΚ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τοῖς ἀπὸ
τῶν ΖΒ ΒΚ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΖΚ. τὰ ἄρα ἀπὸ ΖΓ ΓΚ
τοῖς ἀπὸ τῶν ΖΒ ΒΚ ἐστὶν ἴσα. ὧν τὸ ἀπὸ τῆς ΖΓ τῷ
ἀπὸ τῆς ΖΒ ἐστὶν ἴσον. λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΚΓ
τῷ ἀπὸ τῆς ΒΚ ἐστὶν ἴσον. ἴση ἄρα ἡ ΒΚ τῇ ΓΚ. καὶ
ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΖΒ τῇ ΖΓ καὶ κοινὴ ἡ ΖΚ. δύο δὴ αἱ ΒΖ
ΖΚ δυσὶ ταῖς ΓΖ ΖΚ ἴσαι εἰσί. καὶ βάσις ἡ ΒΚ βάσει τῇ
ΓΚ ἐστὶν ἴση. γωνία ἄρα ἡ μὲν ὑπὸ ΒΚΖ γωνίᾳ τῇ
ὑπὸ ΓΚΖ ἐστὶν ἴση. ἡ δὲ ὑπὸ ΒΖΚ τῇ ὑπὸ ΓΖΚ. διπλῆ

ἄρα ἡ μὲν ὑπὸ ΒΖΓ τῆς ὑπὸ ΚΖΓ, ἡ δὲ ὑπὸ ΒΚΓ
τῆς ὑπὸ ΖΚΓ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ μὲν ὑπὸ ΓΖΔ τῆς ὑπὸ ΓΖΛ
ἐστὶ διπλῆ· ἡ δὲ ὑπὸ ΔΛΓ τῆς ὑπὸ ΖΛΓ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν
ἡ ΒΓ περιφέρεια τῇ ΓΔ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΖΓ
τῇ ὑπὸ ΓΖΔ. καὶ ἐστιν ἡ μὲν ὑπὸ ΒΖΓ διπλῆ τῆς ὑπὸ ΚΖΓ
ἡ δὲ ὑπὸ ΓΖΔ διπλῆ τῆς ὑπὸ ΛΖΓ· ἴση ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ
ΚΖΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΛΖΓ. δύο δὴ τρίγωνά ἐστι τὰ ΖΚΓ
ΖΛΓ τὰς δύο γωνίας ταῖς δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχοντα
καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην κοινὴν αὐτῶν τὴν
ΖΓ. καὶ τὰς λοιπὰς ἄρα πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευ-
ραῖς ἴσας ἕξει καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γω-
νίᾳ. ἴση ἄρα ἡ μὲν ΚΓ εὐθεῖα τῇ ΓΛ. ἡ δὲ ὑπὸ ΖΚΓ
γωνία τῇ ὑπὸ ΖΛΓ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΚΓ τῇ ΓΛ, δι-
πλῆ ἄρα ἡ ΚΛ τῆς ΚΓ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ δειχθήσεται ἡ
ΘΚ τῆς ΒΚ διπλῆ. καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη ἴση ἡ ΒΚ τῇ ΚΓ,
καὶ ἐστι διπλῆ ἡ μὲν ΚΛ τῆς ΚΓ, ἡ δὲ ΘΚ τῆς ΒΚ, καὶ ἡ
ΘΚ ἄρα τῇ ΚΛ ἐστὶν ἴση. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται καὶ
ἑκάστη τῶν ΗΘ ΗΜ ΜΛ ἑκατέρᾳ τῶν ΘΚ ΚΛ ἴση.
ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΗΘΚΛΜ πεντάγωνον. λέγω δὴ
ὅτι καὶ ἰσογώνιον. ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΖΚΓ γωνία
τῇ ὑπὸ ΖΛΓ. καὶ ἐδείχθη τῆς μὲν ὑπὸ
ΖΚΓ διπλῆ ἡ ὑπὸ ΘΚΛ. τῆς δὲ ὑπὸ
ΖΛΓ διπλῆ ἡ ὑπὸ ΚΛΜ. καὶ ἡ ὑπὸ ΘΚΛ
ἄρα τῇ ὑπὸ ΚΛΜ ἐστὶν ἴση. ὁμοί-
ως δὴ δειχθήσεται καὶ ἑκάστη τῶν ὑ-
πὸ ΚΘΗ ΘΗΜ ΗΜΛ ἑκατέρᾳ τῶν



ὑπὸ ΘΚΛ ΚΛΜ ἴση· αἱ πέντε ἄρα γωνίαι αἱ ὑπὸ ΗΘΚ
ΘΚΛ ΚΛΜ ΛΜΗ ΜΗΘ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ἰσογώνιον
ἄρα ἐστὶ τὸ ΗΘΚΛΜ πεντάγωνον. ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευ-
ρον καὶ περὶ τὸν ΑΒΓΔΕ κύκλον. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:

ιγ Εἰς τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον,
κύκλον ἐγγράψαι. ἔστω τὸ δοθὲν πεντάγωνον ὅ ἐστιν ἰσό-
πλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον τὸ ΑΒΓΔΕ. δεῖ δὴ εἰς τὸ ΑΒΓΔΕ
πεντάγωνον κύκλον ἐγγράψαι. τετμήσθω γὰρ ἑκατέ-
ρα τῶν ὑπὸ ΒΓΔ ΓΔΕ γωνιῶν δίχα ὑπὸ ἑκατέρας
τῶν ΓΖ ΖΔ εὐθειῶν. καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ σημείου καθ' ὃ συμ-
βάλλουσιν ἀλλήλαις αἱ ΓΖ ΔΖ εὐθεῖαι. ἐπεζεύχθωσαν
αἱ ΖΒ ΖΑ ΖΕ εὐθεῖαι. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΓΔ, κοινὴ δὲ
ἡ ΓΖ. δύο δὴ αἱ ΒΓ ΓΖ δυσὶ ταῖς ΔΓ ΓΖ ἴσαι εἰσί· καὶ γω-
νία ἡ ὑπὸ ΒΓΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΓΖ ἐστὶν ἴση. βάσις
ἄρα ἡ ΒΖ βάσει τῇ ΔΖ ἐστὶν ἴση. καὶ τὸ ΒΓΖ τρίγωνον
τῷ ΔΓΖ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον. καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς
λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευ-
ραὶ ὑποτείνουσιν. ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΒΖ γωνία τῇ
ὑπὸ ΓΔΖ. καὶ ἐπεὶ διπλῆ ἐστιν ἡ ὑπὸ ΓΔΕ τῆς ὑπὸ ΓΔΖ.
ἴση δὲ ἡ μὲν ὑπὸ ΓΔΕ τῇ ὑπὸ ΑΒΓ. ἡ δὲ ὑπὸ ΓΔΖ τῇ
ὑπὸ ΓΒΖ. καὶ ἡ ὑπὸ ΓΒΑ ἄρα τῆς ὑπὸ
ΓΒΖ ἐστὶ διπλῆ. ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΖ
γωνία τῇ ὑπὸ ΖΒΓ. ἡ ἄρα ὑπὸ ΑΒΓ
γωνία δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς ΒΖ
εὐθείας. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται ὅτι
καὶ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΒΑΕ ΑΕΔ δίχα



τέτμηται ὑπὸ ἑκατέρας τῶν ΖΑ ΖΕ εὐθειῶν. ἤχθω-
σαν δὴ ἀπὸ τοῦ Ζ σημείου ἐπὶ τὰς ΑΒ ΒΓ ΓΔ ΔΕ ΕΑ εὐ-
διὰ τὸ κϛ τοῦ α θείας κάθετοι αἱ ΖΗ ΖΘ ΖΚ ΖΛ ΖΜ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ
ὑπὸ ΘΓΖ γωνία τῇ ὑπὸ ΚΓΖ. ἐστὶ δὲ καὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ
ΖΘΓ ὀρθῇ τῇ ὑπὸ ΖΚΓ ἴση. δύο δὴ τρίγωνά ἐστι
τὰ ΖΘΓ ΖΚΓ τὰς δύο γωνίας δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔ-
χοντα καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην κοινὴν αὐ-
τῶν τὴν ΖΓ ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γω-
νιῶν. καὶ τὰς λοιπὰς ἄρα πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς
πλευραῖς ἴσας ἕξει. ἴση ἄρα ἡ ΖΘ κάθετος τῇ ΖΚ
διὰ τὸ κϛ τοῦ α καθέτῳ. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται ὅτι καὶ ἑκάστη τῶν
ΖΛ ΖΜ ΖΗ ἑκατέρᾳ τῶν ΖΘ ΖΚ ἴση ἐστίν. αἱ πέν-
τε ἄρα εὐθεῖαι αἱ ΖΗ ΖΘ ΖΚ ΖΛ ΖΜ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.
ὁ ἄρα κέντρῳ τῷ Ζ διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν ΗΘΚΛΜ
κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημεί-
ων καὶ ἐφάψεται τῶν ΑΒ ΒΓ ΓΔ ΔΕ ΕΑ εὐθειῶν. διὰ τὸ
ὀρθὰς εἶναι τὰς πρὸς τοῖς ΗΘΚΛΜ γωνίας. εἰ γὰρ
διὰ τὸ ιϛ τοῦ γ οὐκ ἐφάψεται αὐτῶν ἀλλὰ τεμεῖ αὐτάς, συμβήσεται
τὴν τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ᾽ ἄκρας
ἀγομένην ἐντὸς πίπτειν τοῦ κύκλου. ὅπερ ἄτοπον.
οὐκ ἄρα ὁ κέντρῳ τῷ Ζ διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν ΗΘ
διὰ τὸ [illegible] τοῦ γ ΚΛΜ σημείων γραφόμενος κύκλος. τεμεῖ τὰς ΑΒ
ΒΓ ΓΔ ΔΕ ΕΑ εὐθείας. ἐφάψεται ἄρα αὐτῶν. γε-
γράφθω ὡς ὁ ΗΘΚΛΜ. εἰς ἄρα τὸ δοθὲν πεντάγω-
διὰ τὸ [illegible] τοῦ γ νον ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον κύκλος
ἐγγέγραπται. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι :-

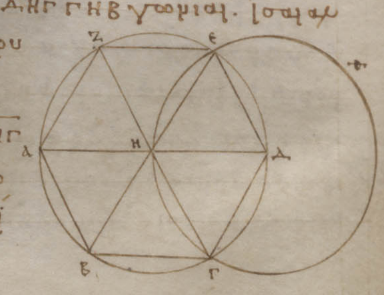
ΙΔ Περὶ τὸ δοθὲν πεντάγωνον ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώ-
νιον. κύκλον περιγράψαι. ἔστω τὸ δοθὲν πεντάγωνον ἰ-
σόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον. τὸ ΑΒΓΔΕ. δεῖ δὴ περὶ τὸ
ΑΒΓΔΕ πεντάγωνον. κύκλον περιγράψαι. τετμήσθω δὴ διὰ τὸ δ τοῦ α
ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΒΓΔ ΓΔΕ γωνιῶν δίχα ὑπὸ ἑκατέ-
ρας τῶν ΓΖ ΔΖ. καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ σημείου καθ᾽ ὃ συμβάλλου-
σιν αἱ εὐθεῖαι ἐπὶ τὰ ΒΑΕ σημεῖα. ἐπεζεύχθωσαν εὐθεῖαι
αἱ ΖΒ ΖΑ ΖΕ. ὁμοίως δὴ τῷ πρὸ τούτου δειχθήσεται ὅτι
καὶ ἑκάστη τῶν ὑπὸ ΓΒΑ ΒΑΕ ΑΕΔ γωνιῶν δίχα τέτμηται
ὑπὸ ἑκάστης τῶν ΒΖ ΖΑ ΖΕ εὐθειῶν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ
ὑπὸ ΒΓΔ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΔΕ. καὶ ἐστὶ τῆς μὲν ὑπὸ ΒΓΔ
ἡμίσεια ἡ ὑπὸ ΖΓΔ. τῆς δὲ ὑπὸ ΓΔΕ ἡμίσεια ἡ ὑπὸ διὰ τὸ ϛ τοῦ α
ΓΔΖ. καὶ ἡ ὑπὸ ΖΓΔ ἄρα τῇ ὑπὸ ΖΔΓ ἐστὶν ἴση. ὥστε καὶ
πλευρὰ ἡ ΖΓ πλευρᾷ τῇ ΖΔ ἐστὶν ἴση. ὁμοίως δὴ δει-
χθήσεται ὅτι καὶ ἑκάστη τῶν ΖΒ ΖΑ ΖΕ ἑκατέρᾳ τῶν
ΖΓ ΖΔ ἐστὶν ἴση. αἱ πέντε ἄρα εὐθεῖαι αἱ ΖΑ ΖΒ ΖΓ ΖΔ ΖΕ
ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ὁ ἄρα κέντρῳ τῷ Ζ καὶ διαστήματι
ἑνὶ τῶν ΖΑ ΖΒ ΖΓ ΖΔ ΖΕ κύκλος γρα-
φόμενος ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν ση-
μείων καὶ ἔσται περιγεγραμμένος. περι-
γεγράφθω καὶ ἔστω ὁ ΑΒΓΔΕ. περὶ τὸ δο-
θὲν ἄρα πεντάγωνον ὅ ἐστιν ἰσόπλε-
υρόν τε καὶ ἰσογώνιον. κύκλος περιγέ-
γραπται. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι :-



ΙΕ Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον. ἑξάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώ-
νιον ἐγγράψαι. ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓΔΕΖ. δεῖ δὴ

πα τ ιε τ α

εἰς τὸν ΑΒΓΔΕΖ κύκλον. ἑξάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώ-
νιον ἐγγράψαι. ἤχθω τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου διάμετρος ἡ ΑΔ. καὶ
εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Η. καὶ κέντρῳ μὲν τῷ
Δ. διαστήματι δὲ τῷ ΔΗ. κύκλος γεγράφθω ὁ ΕΗΓΘ.
καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ ΕΗ ΓΗ. διήχθωσαν ἐπὶ τὰ ΒΖ σημεῖα.
καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΒ ΒΓ ΓΔ ΔΕ ΕΖ ΖΑ. λέγω ὅτι τὸ
ΑΒΓΔΕΖ ἑξάγωνον. ἰσόπλευρόν ἐστι καὶ ἰσογώνιον. ἐπεὶ
γὰρ τὸ Η σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου. ἴση ἐστὶν
ἡ ΗΕ τῇ ΗΔ. πάλιν ἐπεὶ τὸ Δ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ
ΕΗΓΘ κύκλου. ἴση ἐστὶν ἡ ΔΕ τῇ ΔΗ. ἀλλ' ἡ ΗΕ τῇ ΗΔ
πα τ ιε τ α ἐδείχθη ἴση. καὶ ἡ ΗΕ ἄρα τῇ ΕΔ ἴση ἐστίν. ἰσόπλευρον
ἄρα ἐστὶ τὸ ΕΗΔ τρίγωνον. καὶ αἱ τρεῖς ἄρα αὐτοῦ γωνίαι
αἱ ὑπὸ ΕΗΔ ΗΔΕ ΔΕΗ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ἐπειδήπερ
πα τ ε τ α τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴ-
σαι ἀλλήλαις εἰσίν. καὶ εἰσὶν αἱ τρεῖς τοῦ τριγώνου γωνίαι δυ-
σὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ἡ ἄρα ὑπὸ ΕΗΔ γωνία τρίτον
πα τ λβ τ α ἐστὶ δύο ὀρθῶν. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται καὶ ἡ ὑπὸ ΔΗΓ
τρίτον δύο ὀρθῶν. καὶ ἐπεὶ ἡ ΓΗ εὐθεῖα ἐπὶ τὴν ΕΒ σταθεῖ-
σα τὰς ἐφεξῆς γωνίας τὰς ὑπὸ ΕΗΓ ΓΗΒ δυσὶν ὀρ-
πα τ ιγ τ α θαῖς ἴσας ποιεῖ. καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΗΒ τρίτον ἐστὶ
δύο ὀρθῶν. αἱ ἄρα ὑπὸ ΕΗΔ ΔΗΓ ΓΗΒ γωνίαι. ἴσαι ἀλ-
λήλαις εἰσίν. ὥστε καὶ αἱ κατὰ κορυφὴν
αὐταῖς αἱ ὑπὸ ΒΗΑ ΑΗΖ
ΖΗΕ ἴσαι εἰσὶ ταῖς ὑπὸ ΕΗΔ ΔΗΓ
ΓΗΒ. αἱ ἓξ ἄρα γωνίαι αἱ ὑπὸ
ΕΗΔ ΔΗΓ ΓΗΒ ΒΗΑ ΑΗΖ ΖΗΕ. ἴ-



σαι ἀλλήλαις εἰσίν. αἱ δὲ ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν πα τ κς τ γ
βεβήκασιν. αἱ ἓξ ἄρα περιφέρειαι αἱ ΑΒ ΒΓ ΓΔ ΔΕ
ΕΖ ΖΑ. ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ὑπὸ δὲ τὰς ἴσας περιφερεί- πα τ κη τ γ
ας αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνουσιν. αἱ ἓξ ἄρα εὐθεῖαι ἴσαι ἀλ- πα τ κθ τ γ
λήλαις εἰσίν. ἰσόπλευρον ἄρα τὸ ΑΒΓΔΕΖ ἑξάγωνον. λέ-
γω δὴ ὅτι καὶ ἰσογώνιον. ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΖ περιφέ-
ρεια τῇ ΕΔ περιφερείᾳ. κοινὴ προσκείσθω ἡ ΑΒΓΔ
περιφέρεια. ὅλη ἄρα ἡ ΖΑΒΓΔ ὅλῃ τῇ ΕΔΓΒΑ ἐστὶν ἴση.
καὶ βέβηκεν ἐπὶ μὲν τῆς ΖΑΒΓΔ περιφερείας ἡ ὑπὸ ΖΕΔ
γωνία. ἐπὶ δὲ τῆς ΕΔΓΒΑ περιφερείας ἡ ὑπὸ ΑΖΕ γω- πα τ κζ τ γ
νία. ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΖΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΕΖ. ὁμοίως
δὴ δειχθήσεται ὅτι καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι τοῦ ΑΒΓΔΕΖ ἑξα-
γώνου κατὰ μίαν ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρᾳ τῶν ὑπὸ ΑΖΕ
ΖΕΔ γωνιῶν. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔΕΖ ἑξάγω-
νον. ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον καὶ ἐγγέγραπται εἰς τὸν
ΑΒΓΔΕΖ κύκλον. εἰς ἄρα τὸν δοθέντα κύκλον ἑξάγω-
νον. ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγέγραπται. ὅπερ
ἔδει ποιῆσαι:- ἐκ δὴ τούτου φανερὸν ὅτι ἡ τοῦ ἑξα-
γώνου πλευρὰ ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου.
καὶ ἐὰν διὰ τῶν ΑΒΓΔΕΖ σημείων ἐφαπτομένας τοῦ κύ-
κλου ἀγάγωμεν. περιγραφήσεται περὶ τὸν κύκλον ἑξά-
γωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἀκολούθως τοῖς
ἐπὶ τοῦ πενταγώνου εἰρημένοις. καὶ ἔτι διὰ τῶν ὁμοίων
τοῖς ἐπὶ τοῦ πενταγώνου εἰρημένοις εἰς τὸ δοθὲν ἑξά-
γωνον κύκλον ἐγγράψομέν τε καὶ περιγράψομεν. ὅ-
περ ἔδει ποιῆσαι:-

ιϛ

εἰς τὸν δοθέντα κύκλον· πεντεκαιδεκάγωνον ἰσόπλευρον
τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι· ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ
ΑΒΓΔ· δεῖ δὴ εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον· πεντεκαιδεκάγω-
νον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι· ἐγγεγρά-
φθω εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον τριγώνου μὲν ἰσοπλεύρου τοῦ
εἰς αὐτὸν ἐγγραφομένου πλευρὰ ἡ ΑΓ· πενταγώνου δὲ
ἰσοπλεύρου ἡ ΑΒ· οἵων ἄρα ἐστὶν ὁ ΑΒΓΔ κύκλος ἴσων
τμημάτων δεκαπέντε· τοιούτων ἡ μὲν ΑΒΓ περι-
φέρεια τρίτον οὖσα τοῦ κύκλου ἔσται πέντε· ἡ δὲ
ΑΒ περιφέρεια πέμπτον οὖσα τοῦ κύκλου ἔσται τρι-
ῶν· λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΓ τῶν ἴσων δύο· τετμήσθω ἡ ΒΓ
δίχα κατὰ τὸ Ε· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΒΕ ΕΓ περιφε-
ρειῶν πεντεκαιδέκατον τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου· ἐὰν ἄ-
ρα ἐπιζεύξαντες τὰς ΒΕ ΕΓ εὐθείας ἴσας αὐταῖς κα-
τὰ τὸ συνεχὲς εὐθείας ἐναρμόσωμεν εἰς τὸν ΑΒΓΔΕ κύ-
κλον· ἔσται εἰς αὐτὸν ἐγγεγραμμένον ἰσόπλευρόν τε καὶ
ἰσογώνιον· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι· Ὁμοίως δὲ τοῖς ἐπὶ
τοῦ πενταγώνου· ἐὰν διὰ τῶν κατὰ τὸν κύκλον διαι-
ρέσεων ἐφαπτομένας τοῦ κύκλου ἀγάγωμεν· περι-
γραφήσεται περὶ τὸν κύκλον πεντεκαιδεκάγωνον
ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον· ἔτι δὲ
διὰ τῶν ὁμοίων τοῖς ἐπὶ τοῦ πενταγώ-
νου δείξεων καὶ εἰς τὸ δοθὲν πεντε-
δεκάγωνον ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ
ἰσογώνιον· κύκλον ἐγγράψομέν τε
καὶ περιγράψομεν :



ΠΕΝΤΕΚΑΙΔΕΚΑΓΩΝΟΝ

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧ Δ

† ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΠΕΜΠΤΟΝ :

[illegible]

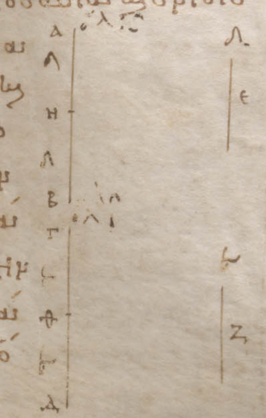
μέγεθος μεγέθους τὸ ἔλασσον τοῦ μείζονος· ὅταν
μέρος ἐστὶ ... πολλαπλάσιον δὲ τὸ μεῖζον τοῦ
καταμετρῇ τὸ μεῖζον· πολλαπλάσιον δὲ τὸ μεῖζον τοῦ
ἐλάττονος· ὅταν καταμετρῆται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος·
λόγος ἐστὶ δύο μεγεθῶν ὁμογενῶν· ἡ κατὰ πηλικότητα
πρὸς ἄλληλα ποιὰ σχέσις· ἀναλογία δὲ ἡ τῶν λόγων
ταυτότης· λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα μεγέθη λέγεται·
ἃ δύναται πολλαπλασιαζόμενα ἀλλήλων ὑπερέχειν·
ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ μεγέθη λέγεται εἶναι πρῶτον πρὸς
δεύτερον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον· ὅταν τὰ τοῦ πρώτου
καὶ τρίτου ἰσάκις πολλαπλάσια· τῶν τοῦ δευτέρου καὶ
τετάρτου ἰσάκις πολλαπλασίων· καθ' ὁποιονοῦν πολ-
λαπλασιασμὸν ἑκάτερον ἑκατέρου· ἢ ἅμα ὑπερέχῃ
ἢ ἅμα ἴσα ᾖ ἢ ἅμα ἐλλείπῃ ληφθέντα κατάλληλα·
τὰ δὲ τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον μεγέθη· ἀνάλογον καλεί-
σθω· Ὅταν δὲ τῶν ἰσάκις πολλαπλασίων τὸ μὲν
τοῦ πρώτου πολλαπλάσιον ὑπερέχῃ τοῦ τοῦ δευτέ-
ρου πολλαπλασίου· τὸ δὲ τοῦ τρίτου πολλαπλάσιον μὴ
ὑπερέχῃ τοῦ τοῦ τετάρτου πολλαπλασίου· τότε τὸ
πρῶτον πρὸς τὸ δεύτερον μείζονα λόγον ἔχειν λέγεται·
ἤπερ τὸ τρίτον πρὸς τὸ τέταρτον· ἀναλογία δὲ ἐν
τρισὶν ὅροις ἐλαχίστη ἐστίν· Ὅταν δὲ τρία μεγέθη ἀνά-
λογον ᾖ· τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τρίτον διπλασίονα λό-
γον ἔχειν λέγεται· ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον· Ὅταν δὲ
τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ· τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τέ-
ταρτον τριπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται· ἤπερ πρὸς
τὸ δεύτερον· καὶ ἀεὶ ἑξῆς ἑνὶ πλεῖον· ἕως ἂν ἡ ἀνα-

[illegible]

ἀνάλογον ὑπάρχῃ. Ὁμόλογα μεγέθη λέγεται τὰ μὲν ἡγούμενα τοῖς ἡγουμένοις, τὰ δὲ ἑπόμενα τοῖς ἑπομένοις. Ἐναλλὰξ λόγος ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὸ ἡγούμενον καὶ τοῦ ἑπομένου πρὸς τὸ ἑπόμενον. Ἀνάπαλιν λόγος ἐστὶ λῆψις τοῦ ἑπομένου ὡς ἡγουμένου πρὸς τὸ ἡγούμενον ὡς ἑπόμενον. Σύνθεσις λόγου ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγουμένου μετὰ τοῦ ἑπομένου ὡς ἑνὸς πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον. Διαίρεσις λόγου ἐστὶ λῆψις τῆς ὑπεροχῆς ᾗ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον. Ἀναστροφὴ λόγου ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὴν ὑπεροχὴν ᾗ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου. Δι' ἴσου λόγος ἐστὶ πλειόνων ὄντων μεγεθῶν καὶ ἄλλων αὐτοῖς ἴσων τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανομένων καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ὅταν ᾖ ὡς ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσι τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσι τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον· ἢ ἄλλως· λῆψις τῶν ἄκρων καθ' ὑπεξαίρεσιν τῶν μέσων. Τεταραγμένη δὲ ἀναλογία ἐστίν, ὅταν τριῶν ὄντων μεγεθῶν καὶ ἄλλων αὐτοῖς ἴσων τὸ πλῆθος γίνηται ὡς μὲν ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον, ὡς δὲ ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἑπόμενον πρὸς ἄλλο τι, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις ἄλλο τι πρὸς ἡγούμενον:–

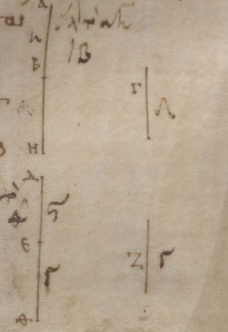
α' Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη ὁποσωνοῦν μεγεθῶν ἴσων τὸ πλῆθος ἕκαστον ἑκάστου ἰσάκις πολλαπλάσιον.

ὁσαπλάσιόν ἐστιν ἓν τῶν μεγεθῶν ἑνός, τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ πάντα τῶν πάντων. Ἔστω ὁποσαοῦν μεγέθη τὰ ΑΒ, ΓΔ ὁποσωνοῦν μεγεθῶν τῶν Ε, Ζ ἴσων τὸ πλῆθος ἕκαστον ἑκάστου ἰσάκις πολλαπλάσιον· λέγω ὅτι ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ ΑΒ τοῦ Ε, τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ ΑΒ, ΓΔ τῶν Ε, Ζ. Ἐπεὶ γὰρ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΑΒ τοῦ Ε καὶ τὸ ΓΔ τοῦ Ζ, ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ ΑΒ μεγέθη ἴσα τῷ Ε, τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ ΓΔ ἴσα τῷ Ζ. διῃρήσθω τὸ μὲν ΑΒ εἰς τὰ τῷ Ε μεγέθη ἴσα τὰ ΑΗ, ΗΒ, τὸ δὲ ΓΔ εἰς τὰ τῷ Ζ ἴσα τὰ ΓΘ, ΘΔ· ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΓΘ, ΘΔ τῷ πλήθει τῶν ΑΗ, ΗΒ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ μὲν ΑΗ τῷ Ε, τὸ δὲ ΓΘ τῷ Ζ, ἴσον ἄρα τὸ ΑΗ τῷ Ε, καὶ τὰ ΑΗ, ΓΘ τοῖς Ε, Ζ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἴσον ἐστὶ τὸ ΗΒ τῷ Ε, καὶ τὰ ΗΒ, ΘΔ τοῖς Ε, Ζ. ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ ΑΒ ἴσα τῷ Ε, τοσαῦτα καὶ ἐν τοῖς ΑΒ, ΓΔ ἴσα τοῖς Ε, Ζ. ὁσαπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒ τοῦ Ε, τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ ΑΒ, ΓΔ τῶν Ε, Ζ. Ἐὰν ἄρα ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη ὁποσωνοῦν μεγεθῶν ἴσων τὸ πλῆθος ἕκαστον ἑκάστου ἰσάκις πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστιν ἓν τῶν μεγεθῶν ἑνός, τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ πάντα τῶν πάντων· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–



β' Ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τετάρτου, ᾖ δὲ καὶ πέμπτον δευτέρου ἰσάκις πολλαπλάσιον καὶ ἕκτον τετάρτου, καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμ-

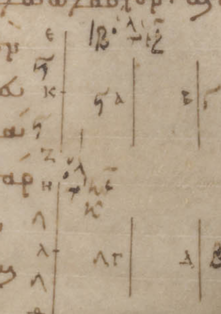
πον δευτέρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον. καὶ τρίτον καὶ ἕκτον
τετάρτου. πρῶτον γὰρ τὸ ΑΒ δευτέρου τοῦ Γ ἰσάκις
ἔστω πολλαπλάσιον. καὶ τρίτον τὸ ΔΕ τετάρτου τοῦ Ζ.
ἔστω δὲ καὶ πέμπτον τὸ ΒΗ δευτέρου τοῦ Γ ἰσάκις πολλα
πλάσιον. καὶ ἕκτον τὸ ΕΘ τετάρτου τοῦ Ζ. λέγω ὅτι καὶ
συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον τὸ ΑΗ δευτέρου τοῦ Γ ἰσά
κις ἔσται πολλαπλάσιον. καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τὸ ΔΘ τετάρ
του τοῦ Ζ. ἐπεὶ γὰρ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΑΒ τοῦ
Γ καὶ τὸ ΔΕ τοῦ Ζ. ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ ΑΒ ἴσα τῷ Γ. το
σαῦτα καὶ ἐν τῷ ΔΕ ἴσα τῷ Ζ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὅσα ἐστὶν
ἐν τῷ ΒΗ ἴσα τῷ Γ. τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ ΕΘ ἴσα τῷ Ζ. ὅ
σα ἄρα ἐστὶν ἐν ὅλῳ τῷ ΑΗ ἴσα τῷ Γ. τοσαῦτα καὶ ἐν ὅ
λῳ τῷ ΔΘ ἴσα τῷ Ζ. ὁσαπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΗ τοῦ
Γ. τοσαυταπλάσιον ἔσται καὶ τὸ ΔΘ τοῦ Ζ. καὶ συντεθὲν
ἄρα πρῶτον καὶ πέμπτον τὸ ΑΗ. δευτέρου τοῦ Γ ἰσάκις
ἔσται πολλαπλάσιον. καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τὸ ΔΘ τετάρτου
τοῦ Ζ. ἐὰν ἄρα πρῶτον δευτέρου ἰσά
κις ᾖ πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τετάρ
του. ᾖ δὲ καὶ πέμπτον δευτέρου ἰσάκις
πολλαπλάσιον. καὶ ἕκτον τετάρτου. καὶ
συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον δευτέ
ρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον. καὶ
τρίτον καὶ ἕκτον τετάρτου. ὅπερ ἔ
δει δεῖξαι:–



Γ ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον. καὶ τρίτον
τετάρτου. ληφθῇ δὲ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ πρώ

[illegible]

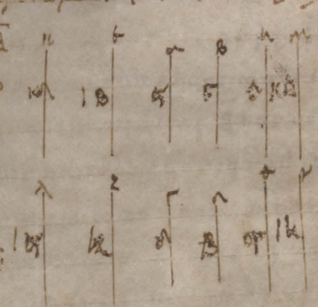
του καὶ τρίτου. καὶ δι' ἴσου τῶν ληφθέντων ἑκάτερον ἑκατέ
ρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον τὸ μὲν τοῦ δευτέρου. τὸ δὲ
τοῦ τετάρτου. πρῶτον γὰρ τὸ Α δευτέρου τοῦ Β ἰσάκις
ἔστω πολλαπλάσιον. καὶ τρίτον τὸ Γ τετάρτου τοῦ Δ. καὶ
εἰλήφθω τῶν Α Γ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ ΕΖ ΗΘ.
λέγω ὅτι ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΕΖ τοῦ Β. καὶ τὸ
ΗΘ τοῦ Δ. ἐπεὶ γὰρ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΕΖ
τοῦ Α καὶ τὸ ΗΘ τοῦ Γ. ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ ΕΖ ἴσα τῷ Α.
τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ ΗΘ ἴσα τῷ Γ. διῃρήσθω τὸ μὲν
ΕΖ εἰς τὰ τῷ Α μεγέθη ἴσα τὰ ΕΚ ΚΖ. τὸ δὲ ΗΘ εἰς τὰ
τῷ Γ ἴσα τὰ ΗΛ ΛΘ. ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΕΚ
ΚΖ τῷ πλήθει τῶν ΗΛ ΛΘ. καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολ
λαπλάσιον τὸ Α τοῦ Β καὶ τὸ Γ τοῦ Δ. ἴσον δὲ τὸ μὲν ΕΚ
τῷ Α τὸ δὲ ΗΛ τῷ Γ. ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον
τὸ ΕΚ τοῦ Β καὶ τὸ ΗΛ τοῦ Δ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἰσάκις ἐστὶ
πολλαπλάσιον τὸ ΚΖ τοῦ Β καὶ τὸ ΛΘ τοῦ Δ. ἐπεὶ οὖν
πρῶτον τὸ ΕΚ δευτέρου τοῦ Β ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλά
σιον. καὶ τρίτον τὸ ΗΛ τετάρτου τοῦ Δ. ἐστὶ δὲ καὶ πέμπτον
τὸ ΚΖ δευτέρου τοῦ Β ἰσάκις πολλαπλάσιον. καὶ ἕκτον
τὸ ΛΘ τετάρτου τοῦ Δ. καὶ συντεθὲν
ἄρα πρῶτον καὶ πέμπτον τὸ ΕΖ. δευ
τέρου τοῦ Β ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλά
σιον. καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τὸ ΗΘ τετάρ
του τοῦ Δ. ἐὰν ἄρα πρῶτον δευ
τέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον καὶ
τρίτον τετάρτου. ληφθῇ δὲ τοῦ



[illegible]

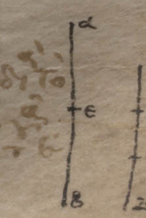
πρώτου καὶ τρίτου ἰσάκις πολλαπλάσια, καὶ δι' ἴσου τῶν λη-
φθέντων ἑκάτερον ἑκατέρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλά-
σιον, τὸ μὲν τοῦ δευτέρου, τὸ δὲ τοῦ τετάρτου. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ τρίτον
πρὸς τέταρτον, καὶ τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ τε πρώ-
του καὶ τρίτου πρὸς τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ δευτέ-
ρου καὶ τετάρτου καθ' ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν τὸν
αὐτὸν ἕξει λόγον ληφθέντα κατάλληλα. πρῶτον γὰρ
τὸ Α πρὸς δεύτερον τὸ Β τὸν αὐτὸν ἐχέτω λόγον, καὶ τρί-
τον τὸ Γ πρὸς τέταρτον τὸ Δ. καὶ εἰλήφθω τῶν μὲν Α Γ
ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Ε Ζ, τῶν δὲ Β Δ ἄλλα ἃ ἔτυχεν
ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Η Θ. λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ Ε
πρὸς τὸ Η, οὕτως τὸ Ζ πρὸς τὸ Θ. εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν
Ε Ζ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Κ Λ, τῶν δὲ Η Θ ἄλλα
ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Μ Ν. καὶ ἐπεὶ ἰσά-
κις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ μὲν Ε τοῦ Α, τὸ δὲ Ζ τοῦ Γ, καὶ
εἴληπται τῶν Ε Ζ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Κ Λ, ἰσά-
κις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ Κ τοῦ Α καὶ τὸ Λ τοῦ Γ. διὰ
τὰ αὐτὰ δὴ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ Μ τοῦ Β καὶ τὸ
Ν τοῦ Δ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ Α
πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ
Δ, καὶ εἴληπται τῶν μὲν Α Γ ἰσά-
κις πολλαπλάσια τὰ Κ Λ,
τῶν δὲ Β Δ ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰ-
σάκις πολλαπλάσια τὰ Μ Ν,
εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ Κ τοῦ Μ,
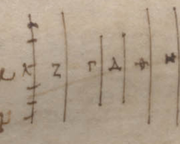


ὑπερέχει καὶ τὸ Λ τοῦ Ν, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον.
καί ἐστι τὰ μὲν Κ Λ τῶν Ε Ζ ἰσάκις πολλαπλάσια, τὰ δὲ
Μ Ν τῶν Η Θ ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια· ἔστιν
ἄρα ὡς τὸ Ε πρὸς τὸ Η, οὕτως τὸ Ζ πρὸς τὸ Θ. ἐὰν ἄρα
πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ τρίτον
πρὸς τέταρτον, καὶ τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ τε
πρώτου καὶ τρίτου πρὸς τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ
δευτέρου καὶ τετάρτου καθ' ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν
τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ληφθέντα κατάλληλα. ὅπερ ἔδει
δεῖξαι. ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη ὅτι εἰ ὑπερέχει τὸ Κ τοῦ Μ, ὑπερέχει
καὶ τὸ Λ τοῦ Ν, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον, δῆ-
λον ὅτι καὶ εἰ ὑπερέχει τὸ Μ τοῦ Κ, ὑπερέχει καὶ τὸ Ν τοῦ Λ,
καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον· καὶ διὰ τοῦτο ἔσται
καὶ ὡς τὸ Η πρὸς τὸ Ε, οὕτως τὸ Θ πρὸς τὸ Ζ. ἐκ δὴ τούτου
φανερὸν ὅτι ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἀ-
νάπαλιν ἀνάλογον ἔσται.

Ἐὰν μέγεθος μεγέθους ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, ὅπερ
ἀφαιρεθὲν ἀφαιρεθέντος, καὶ τὸ λοιπὸν τοῦ λοιποῦ ἰ-
σάκις ἔσται πολλαπλάσιον ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ ὅλον
τοῦ ὅλου. μέγεθος γὰρ τὸ ΑΒ μεγέθους τοῦ ΓΔ ἰσά-
κις ἔστω πολλαπλάσιον, ὅπερ ἀφαιρεθὲν τὸ ΑΕ ἀφαι-
ρεθέντος τοῦ ΓΖ. λέγω ὅτι καὶ λοιπὸν τὸ ΕΒ λοιποῦ
τοῦ ΖΔ ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον ὁσαπλάσιόν ἐστιν
ὅλον τὸ ΑΒ ὅλου τοῦ ΓΔ. ὁσαπλάσιον γάρ ἐστι τὸ ΑΕ τοῦ
ΓΖ, τοσαυταπλάσιον γεγονέτω καὶ τὸ ΕΒ τοῦ ΓΗ.
ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΑΕ τοῦ ΓΖ καὶ τὸ ΑΒ τοῦ ΗΖ.

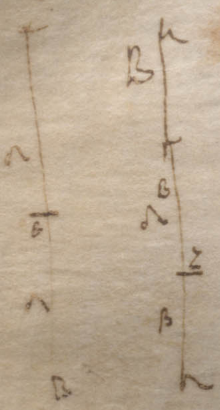


κεῖται δὲ ἰσάκις πολλαπλάσιον τὸ ΑΕ τοῦ ΓΖ καὶ τὸ ΑΒ τοῦ
ΓΔ. ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΑΒ ἑκατέρου τῶν
ΗΖ ΓΔ. ἴσον ἄρα τὸ ΗΖ τῷ ΓΔ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΓΖ·
λοιπὸν ἄρα τὸ ΗΓ λοιπῷ τῷ ΔΖ ἴσον ἐστί. καὶ ἐπεὶ ἰσά-
κις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΑΕ τοῦ ΓΖ καὶ τὸ ΕΒ τοῦ ΗΓ. ἴσον
δὲ τὸ ΗΓ τῷ ΔΖ. ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΑΕ
τοῦ ΓΖ καὶ τὸ ΕΒ τοῦ ΖΔ. ἰσάκις δὲ ὑπόκειται πολλαπλά-
σιον τὸ ΑΕ τοῦ ΓΖ καὶ τὸ ΑΒ τοῦ ΓΔ. ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολ-
λαπλάσιον τὸ ΕΒ τοῦ ΖΔ καὶ τὸ ΑΒ τοῦ ΓΔ. καὶ λοιπὸν
ἄρα τὸ ΕΒ λοιποῦ τοῦ ΖΔ ἰσάκις ἔσται
πολλαπλάσιον. ὁσαπλάσιόν ἐστιν ὅλον
τὸ ΑΒ ὅλου τοῦ ΓΔ. ἐὰν ἄρα μέγεθος



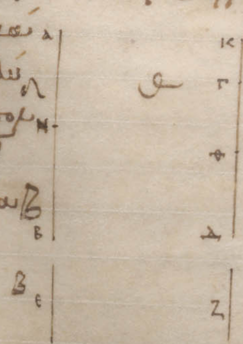


μεγέθους ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον.
ὅπερ ἀφαιρεθὲν ἀφαιρεθέντος. καὶ
τὸ λοιπὸν τοῦ λοιποῦ ἰσάκις ἔσται πολ-
λαπλάσιον. ὁσαπλάσιόν ἐστι καὶ τὸ ὅλον
τοῦ ὅλου. ὅπερ ἔδει δεῖξαι :~



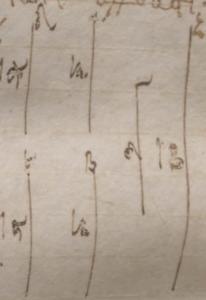
ς̅ Ἐὰν δύο μεγέθη δύο μεγεθῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια.
καὶ ἀφαιρεθέντα τινὰ τῶν αὐτῶν ἰσάκις ᾖ πολλα-
πλάσια. καὶ τὰ λοιπὰ τοῖς αὐτοῖς ἤτοι ἴσα ἐστὶν ἢ ἰ-
σάκις αὐτῶν πολλαπλάσια. δύο γὰρ μεγέθη τὰ
ΑΒ ΓΔ δύο μεγεθῶν τῶν Ε Ζ ἰσάκις ἔστω πολλαπλά-
σια. καὶ ἀφαιρεθέντα τὰ ΑΗ ΓΘ τῶν αὐτῶν τῶν Ε Ζ
ἰσάκις ἔστω πολλαπλάσια. λέγω ὅτι καὶ λοιπὰ τὰ
ΗΒ ΘΔ τοῖς Ε Ζ ἤτοι ἴσα ἐστὶν ἢ ἰσάκις αὐτῶν πολλα-
πλάσια. ἔστω γὰρ πρότερον τὸ ΗΒ τῷ Ε ἴσον. λέγω

ὅτι καὶ τὸ ΘΔ τῷ Ζ ἴσον ἐστί. κείσθω γὰρ τῷ Ζ ἴσον τὸ ΓΚ·
ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΑΗ τοῦ Ε καὶ τὸ ΓΘ τοῦ
Ζ. ἴσον δὲ τὸ μὲν ΗΒ τῷ Ε τὸ δὲ ΚΓ τῷ Ζ. ἰσάκις ἄρα
ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΑΒ τοῦ Ε καὶ τὸ ΚΘ τοῦ Ζ. ἰσάκις δὲ
ὑπόκειται πολλαπλάσιον τὸ ΑΒ τοῦ Ε καὶ τὸ ΓΔ τοῦ Ζ. ἰ-
σάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΚΘ τοῦ Ζ καὶ τὸ ΓΔ τοῦ Ζ.
ἐπεὶ οὖν ἑκάτερον τῶν ΚΘ ΓΔ τοῦ Ζ ἰσάκις ἐστὶ πολ-
λαπλάσιον. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΚΘ τῷ ΓΔ. κοινὸν ἀ-
φῃρήσθω τὸ ΓΘ. λοιπὸν ἄρα τὸ ΚΓ λοιπῷ τῷ ΘΔ
ἴσον ἐστίν. ἀλλὰ τὸ Ζ τῷ ΚΓ ἐστὶν ἴσον. καὶ τὸ ΘΔ ἄρα
τῷ Ζ ἴσον ἐστίν. ὥστε ὅτε τὸ ΗΒ τῷ Ε ἴσον ἐστί. καὶ τὸ ΔΘ
ἴσον ἔσται τῷ Ζ. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι κἂν πολλα-
πλάσιον ᾖ τὸ ΗΒ τοῦ Ε. τοσαυταπλά-
σιον ἔσται καὶ τὸ ΘΔ τοῦ Ζ. ἐὰν ἄρα δύ-
ο μεγέθη δύο μεγεθῶν ἰσάκις ᾖ πολ-
λαπλάσια. καὶ ἀφαιρεθέντα τινὰ
τῶν αὐτῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια,
καὶ τὰ λοιπὰ τοῖς αὐτοῖς ἤτοι ἴσα
ἐστὶν ἢ ἰσάκις αὐτῶν πολλαπλά-
σια. ὅπερ ἔδει δεῖξαι :~



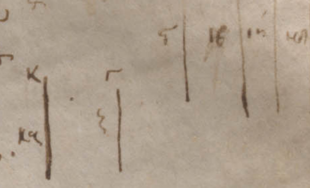
ζ̅ Τὰ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς
τὰ ἴσα. ἔστω ἴσα μεγέθη τὰ Α Β. ἄλλο δέ τι ὃ ἔτυχεν
μέγεθος τὸ Γ. λέγω ὅτι ἑκάτερον τῶν Α Β πρὸς τὸ Γ
τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. καὶ τὸ Γ πρὸς ἑκάτερον τῶν Α Β.
εἰλήφθω γὰρ τῶν Α Β ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Δ Ε
τοῦ δὲ Γ ἄλλο ὃ ἔτυχεν πολλαπλάσιον τὸ Ζ. ἐπεὶ οὖν

ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ Δ τοῦ Α καὶ τὸ Ε τοῦ Β· ἴσον δὲ τὸ
Α τῷ Β· ἴσον ἄρα καὶ τὸ Δ τῷ Ε. ἄλλο δὲ ὃ ἔτυχε τὸ Ζ. εἰ ἄ-
ρα ὑπερέχει τὸ Δ τοῦ Ζ, ὑπερέχει καὶ τὸ Ε τοῦ Ζ· καὶ εἰ ἴσον,
ἴσον· καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον· καὶ ἐστὶ τὰ μὲν Δ Ε τῶν ΑΒ ἰ-
σάκις πολλαπλάσια· τὸ δὲ Ζ τοῦ Γ ἄλλο ὃ ἔτυχεν πολ-
λαπλάσιον· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Β πρὸς
τὸ Γ· λέγω δὴ ὅτι καὶ τὸ Γ πρὸς ἑκάτερον τῶν ΑΒ τὸν
αὐτὸν ἔχει λόγον· τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων,
ὁμοίως δείξομεν ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ Δ τῷ Ε· ἄλλο δέ τι τὸ Ζ·
εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ Ζ τοῦ Δ, ὑπερέ-
χει καὶ τοῦ Ε· καὶ εἰ ἴσον, ἴσον· καὶ εἰ ἔ-
λαττον, ἔλαττον· καὶ ἐστὶ τὸ μὲν Ζ τοῦ
Γ πολλαπλάσιον· τὰ δὲ Δ Ε τῶν
ΑΒ ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλα-
πλάσια· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Γ πρὸς τὸ Α,
οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Β· τὰ ἴσα ἄρα
πρὸς τὸ αὐτό, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὰ ἴσα.
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

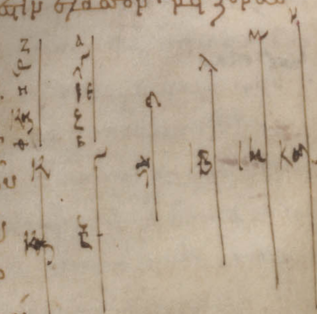


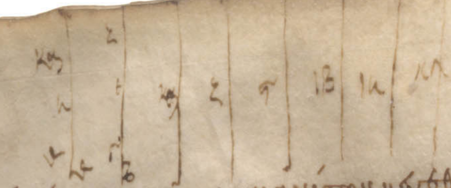
Τῶν ἀνίσων μεγεθῶν τὸ μεῖζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λό-
γον ἔχει ἤπερ τὸ ἔλαττον· καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὸ ἔλαττον
μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὸ μεῖζον· ἔστω ἄνισα
μεγέθη τὰ ΑΒ Γ· καὶ ἔστω μεῖζον τὸ ΑΒ τοῦ Γ· ἄλλο δὲ ὃ ἔτυχε
τὸ Δ· λέγω ὅτι τὸ ΑΒ πρὸς τὸ Δ μείζονα λόγον ἔχει
ἤπερ τὸ Γ πρὸς τὸ Δ· καὶ τὸ Δ πρὸς τὸ Γ μείζονα λόγον ἔχει
ἤπερ πρὸς τὸ ΑΒ· ἐπεὶ γὰρ μεῖζον ἐστὶ τὸ ΑΒ τοῦ Γ, κεί-
σθω τῷ Γ ἴσον τὸ ΒΕ· τὸ δὴ ἔλασσον τῶν ΑΕ ΕΒ πολ-

λαπλασιαζόμενον ἔσται ποτὲ τοῦ Δ μεῖζον· ἔστω πρότερον
τὸ ΑΕ ἔλαττον τοῦ ΕΒ· καὶ πεπολλαπλασιάσθω τὸ ΑΕ· ἔστω αὐ-
τοῦ πολλαπλάσιον τὸ ΖΗ μεῖζον ὂν τοῦ Δ· καὶ ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ ΖΗ
τοῦ ΑΕ, τοσαυταπλάσιον γεγονέτω καὶ τὸ μὲν ΗΘ τοῦ ΕΒ καὶ
τὸ Κ τοῦ Γ· καὶ εἰλήφθω τοῦ Δ διπλάσιον μὲν τὸ Λ, τριπλά-
σιον δὲ τὸ Μ· καὶ ἑξῆς ἑνὶ πλείους, ἕως ἂν τὸ λαμβανόμε-
νον πολλαπλάσιον μὲν γένηται τοῦ Δ, πρώτως δὲ μεῖ-
ζον τοῦ Κ· εἰλήφθω καὶ ἔστω τὸ Ν τετραπλάσιον μὲν τοῦ Δ,
πρώτως δὲ μεῖζον τοῦ Κ· ἐπεὶ οὖν τὸ Κ τοῦ Ν πρώ-
τως ἐστὶν ἔλαττον· τὸ Κ ἄρα τοῦ Μ οὐκ ἔστιν ἔλαττον·
καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΖΗ τοῦ ΑΕ καὶ τὸ ΘΗ
τοῦ ΕΒ· ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΖΗ τοῦ ΑΕ καὶ
τὸ ΖΘ τοῦ ΑΒ· ἰσάκις δέ ἐστι πολλαπλάσιον τὸ ΖΗ τοῦ ΑΕ
καὶ τὸ Κ τοῦ Γ· ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΖΘ τοῦ
ΑΒ καὶ τὸ Κ τοῦ Γ· τὰ ΖΘ Κ ἄρα τῶν ΑΒ Γ ἰσάκις ἐστὶ
πολλαπλάσια· πάλιν ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον
τὸ ΗΘ τοῦ ΕΒ καὶ τὸ Κ τοῦ Γ· ἴσον δὲ τὸ ΕΒ τῷ Γ· ἴσον ἄ-
ρα καὶ τὸ ΗΘ τῷ Κ· τὸ δὲ Κ τοῦ Μ οὐκ ἔστιν ἔλαττον·
οὐδ' ἄρα τὸ ΗΘ τοῦ Μ ἔλαττόν ἐστιν· μεῖζον δὲ τὸ ΖΗ
τοῦ Δ· ὅλον ἄρα τὸ ΖΘ συναμφοτέρων τῶν Δ Μ μεῖ-
ζόν ἐστιν· ἀλλὰ συναμφότερα τὰ Δ Μ τῷ Ν ἐστὶν ἴσα·
ἐπειδήπερ τὸ Μ τοῦ Δ τριπλάσιόν ἐστι· συναμφότερα
τὰ Μ Δ τοῦ Δ ἐστὶ τετραπλάσια· ἔστι δὲ καὶ τὸ Ν τοῦ Δ τε-
τραπλάσιον· συναμφότερα ἄρα τὰ Μ Δ τῷ Ν ἴσα
ἐστίν· ἀλλὰ τὸ ΖΘ τῶν Μ Δ μεῖζόν ἐστι· τὸ ΖΘ ἄρα τοῦ Ν



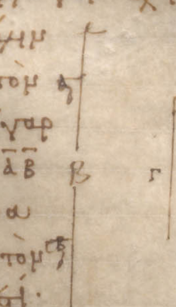
ὑπερέχει· τὸ δὲ ΙΚ τοῦ Ν οὐχ ὑπερέχει· καί ἐστι τὰ μὲν ΖΘ ΙΚ
τῶν ΑΒ Γ ἰσάκις πολλαπλάσια· τὸ δὲ Ν τοῦ Δ ἄλλο ὃ
ἔτυχεν πολλαπλάσιον· τὸ ΑΒ ἄρα πρὸς τὸ Δ μείζονα λό-
γον ἔχει ἤπερ τὸ Γ πρὸς τὸ Δ. λέγω δὴ ὅτι καὶ τὸ Δ πρὸς
τὸ Γ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ Δ πρὸς τὸ ΑΒ. τῶν γὰρ
αὐτῶν κατασκευασθέντων, ὁμοίως δείξομεν ὅτι τὸ μὲν
Ν τοῦ ΙΚ ὑπερέχει· τὸ δὲ Ν τοῦ ΖΘ οὐχ ὑπερέχει· καί ἐστι
τὸ μὲν Ν τοῦ Δ πολλαπλάσιον· τὰ δὲ ΖΘ ΙΚ τῶν ΑΒ Γ
ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια· τὸ Δ ἄρα πρὸς
τὸ Γ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ Δ πρὸς τὸ ΑΒ· ἀλλὰ δὴ
τὸ ΑΕ μεῖζον ἔστω τοῦ ΕΒ· τὸ δὴ ἔλαττον τὸ ΕΒ πολλα-
πλασιαζόμενον, ἔσται ποτὲ τοῦ Δ μεῖζον· πεπολλα-
πλασιάσθω καὶ ἔστω τὸ ΗΘ πολλαπλάσιον μὲν τοῦ ΕΒ·
μεῖζον δὲ τοῦ Δ· καὶ ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ ΗΘ τοῦ ΕΒ, το-
σαυταπλάσιον γεγονέτω καὶ τὸ μὲν ΖΗ τοῦ ΑΕ, τὸ δὲ ΙΚ
τοῦ Γ· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι τὰ ΖΘ ΙΚ τῶν ΑΒ Γ ἰ-
σάκις ἐστὶ πολλαπλάσια· καὶ εἰλήφθω ὁμοίως τὸ Ν
πολλαπλάσιον μὲν τοῦ Δ, πρῶτως δὲ μεῖζον τοῦ ΖΗ·
ὥστε πάλιν τὸ ΖΗ τοῦ Μ οὐκ ἔστιν ἔλασσον· μεῖζον δὲ
τὸ ΗΘ τοῦ Δ· ὅλον ἄρα τὸ ΖΘ
τοῦ ΔΜ τουτέστι τοῦ Ν ὑπερέχει·
τὸ δὲ ΙΚ τοῦ Ν οὐχ ὑπερέχει· ἐπει-
δήπερ καὶ τὸ ΖΗ μεῖζον ὂν τοῦ
ΗΘ, τουτέστι τὸ ΙΚ τοῦ Ν οὐχ ὑ-
περέχει· καὶ ὡσαύτως κατακο-
λουθοῦντες τοῖς ἐπάνω, περαί-





νομεν τὴν ἀπόδειξιν· τῶν ἄρα ἀνίσων μεγεθῶν τὸ μεῖζον
πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἔλαττον· καὶ τὸ
αὐτὸ πρὸς τὸ ἔλαττον μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὸ
μεῖζον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :–

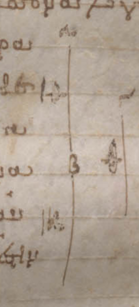
θ΄ Τὰ πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον ἴσα ἀλλήλοις ἐστί·
καὶ πρὸς ἃ τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ἐκεῖνα ἴσα ἐστίν·
ἐχέτω γὰρ ἑκάτερον τῶν Α Β πρὸς τὸ Γ τὸν αὐτὸν λόγον·
λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ Α τῷ Β. εἰ γὰρ μή, οὐκ ἂν ἑκάτε-
ρον τῶν Α Β πρὸς τὸ Γ τὸν αὐτὸν εἶχεν λόγον· ἔχει δέ·
ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ Α τῷ Β. ἐχέτω δὴ πάλιν
τὸ Γ πρὸς ἑκάτερον τῶν Α Β τὸν αὐτὸν
λόγον· λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ Α τῷ Β· εἰ γὰρ
μή, οὐκ ἂν τὸ Γ πρὸς ἑκάτερον τῶν Α Β
τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἔχει δέ· ἴσον ἄρα
ἐστὶ τὸ Α τῷ Β. τὰ ἄρα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν
αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί·
καὶ πρὸς ἃ τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ἐκεῖνα ἴσα ἐστίν·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι :–



ι΄ Τῶν πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἐχόντων, τὸ μείζονα λόγον ἔχον,
ἐκεῖνο μεῖζόν ἐστι· πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον
ἔχει, ἐκεῖνο ἔλαττόν ἐστιν· ἐχέτω γὰρ τὸ Α πρὸς τὸ Γ
μείζονα λόγον ἤπερ τὸ Β πρὸς τὸ Γ· λέγω ὅτι τὸ Α μεί-
ζον ἐστὶ τοῦ Β. εἰ γὰρ μή, ἤτοι ἴσον ἐστὶ τὸ Α τῷ Β ἢ ἔ-
λασσον· ἴσον μὲν οὖν οὐκ ἔστιν τὸ Α τῷ Β· ἑκάτερον γὰρ
ἂν τῶν Α Β πρὸς τὸ Γ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· οὐκ ἔχει δέ·
οὐκ ἄρα ἴσον ἐστὶ τὸ Α τῷ Β· οὐδὲ μὴν ἔλασσόν ἐστι τὸ Α.

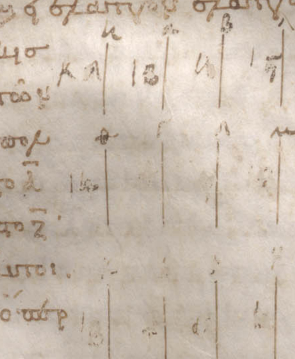
[illegible]

τοῦ Β. τὸ Δ γὰρ ἄρα ἂν πρὸς τὸ Γ ἐλάσσονα λόγον εἶχεν ἤπερ
τὸ Β πρὸς τὸ Γ· οὐκ ἔχει δέ· οὐκ ἄρα ἔλασσόν ἐστι τὸ Α τοῦ Β·
ἐδείχθη δὲ οὐδὲ ἴσον· μεῖζον ἄρα ἐστὶ τὸ Α τοῦ Β. ἐχέτω
δὴ πάλιν τὸ Γ πρὸς τὸ Β μείζονα λόγον, ἤπερ τὸ Γ πρὸς
τὸ Α· λέγω ὅτι ἔλασσόν ἐστι τὸ Β τοῦ Α. εἰ γὰρ μή, ἤτοι ἴ-
σον ἐστὶν ἢ μεῖζον. ἴσον μὲν οὖν οὐκ ἔστι τὸ Β τῷ Α· τὸ Γ
ἄρα ἂν πρὸς ἑκάτερον τῶν Α Β τὸν αὐτὸν εἶχε λόγον·
οὐκ ἔχει δέ· οὐκ ἄρα ἴσον ἐστὶ τὸ Α τῷ Β. οὐδὲ μὴν μεῖζον
ἐστὶ τὸ Β τοῦ Α· τὸ Γ γὰρ ἄρα ἂν πρὸς τὸ Β ἐλάσσονα λόγον εἶ-
χεν ἤπερ πρὸς τὸ Α· οὐκ ἔχει δέ· οὐκ ἄρα
μεῖζόν ἐστι τὸ Β τοῦ Α. ἐδείχθη δὲ ὅτι οὐδὲ
ἴσον· ἔλαττον ἄρα ἐστὶ τὸ Β τοῦ Α. τῶν ἄ-
ρα πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἐχόντων τὸ μεῖζον
λόγον ἔχον, μεῖζόν ἐστιν· καὶ πρὸς ὃ τὸ αὐ-
τὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλασσόν ἐστιν·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι :~



ια Οἱ τῷ αὐτῷ λόγῳ οἱ αὐτοί, καὶ ἀλλήλοις εἰσὶν οἱ αὐτοί. ἔστω-
σαν γὰρ ὡς μὲν τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Δ·
ὡς δὲ τὸ Γ πρὸς τὸ Δ, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ· λέγω ὅτι ἐστὶν
ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ. εἰλήφθω γὰρ
τῶν Α Γ Ε ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Η Θ Κ· τῶν δὲ
Β Δ Ζ ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Λ Μ Ν.
καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Δ, καὶ
εἴληπται τῶν μὲν Α Γ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Η Θ,
τῶν δὲ Β Δ ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ
Λ Μ· εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ Η τοῦ Λ, ὑπερέχει καὶ τὸ Θ τοῦ Μ

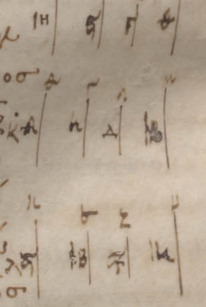
[illegible] ἴσον, καὶ εἰ ἐλλείπει, ἐλλείπει. πάλιν ἐπεί ἐστιν
[illegible] πρὸς τὸ Δ, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ, καὶ εἴληπται τῶν
[illegible] ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Θ Κ, τῶν δὲ Δ Ζ ἄλλα
[illegible] ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Μ Ν· εἰ ἄρα ὑπερ-
έχει τὸ Θ τοῦ Μ, ὑπερέχει καὶ τὸ Κ τοῦ Ν· καὶ εἰ ἴσον, ἴσον·
καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. ἀλλὰ εἰ ὑπερεῖχε τὸ Θ τοῦ Μ,
ὑπερεῖχε καὶ τὸ Η τοῦ Λ· καὶ εἰ ἴσον ἴσον· καὶ εἰ ἔλαττον
ἔλαττον· ὥστε καὶ εἰ ὑπερέχει τὸ Η τοῦ Λ, ὑπερέχει καὶ
τὸ Κ τοῦ Ν· καὶ εἰ ἴσον ἴσον· καὶ εἰ ἔλαττον ἔλαττον· καὶ
ἐστι [illegible] τῶν Α Ε ἰσάκις
πολλαπλάσια, [illegible] τὰ δὲ Λ Ν τῶν
[illegible] πολ-
[illegible] ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α
πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ.
οἱ ἄρα τῷ αὐτῷ λόγῳ οἱ αὐτοί,
καὶ ἀλλήλοις εἰσὶν οἱ αὐτοί· ὅπερ
ἔδει δεῖξαι :~



ιβ Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον, ἔσται ὡς ἓν τῶν
ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅ-
παντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα.
ἔστωσαν ὁποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον τὰ Α Β Γ Δ Ε Ζ,
ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Δ, καὶ τὸ Ε πρὸς
τὸ Ζ· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὰ Α Γ Ε
πρὸς τὰ Β Δ Ζ. εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν Α Γ Ε ἰσάκις
πολλαπλάσια τὰ Η Θ Κ, τῶν δὲ Β Δ Ζ ἄλλα ἃ
ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Λ Μ Ν. καὶ ἐπεί ἐστιν

ἐπὶ μόνον ὁμογενῶν:

ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β. οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Δ, καὶ τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ·
καὶ εἰλήφθω τῶν Α Γ Ε ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Η Θ Κ·
τῶν δὲ Β Δ Ζ ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια
τὰ Λ Μ Ν. ἐπεὶ ἄρα ὑπερέχει τὸ Η τοῦ Λ. ὑπερέχει καὶ
τὸ Θ τοῦ Μ. καὶ τὸ Κ τοῦ Ν. καὶ εἰ ἴσον ἴσον. καὶ εἰ ἔλατ-
τον ἔλαττον. ὥστε καὶ εἰ ὑπερέχει τὸ Η τοῦ Λ. ὑπερέ-
χει καὶ τὰ Η Θ Κ τῶν Λ Μ Ν. καὶ εἰ ἴσον ἴσον. καὶ εἰ ἔλατ-
τον ἔλαττον. καί ἐστι τὸ μὲν Η καὶ τὰ Η Θ Κ. τοῦ Α καὶ
τῶν Α Γ Ε ἰσάκις πολλαπλάσια. ἐπειδήπερ ἐὰν
ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη ὁποσωνοῦν μεγεθῶν ἴσων
τὸ πλῆθος ἕκαστον ἑκάστου ἰσάκις πολλαπλά-
σιον. ὁσαπλάσιόν ἐστιν ἓν τῶν μεγεθῶν ἑνός.
τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ πάντα τῶν πάντων.
διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ Λ καὶ τὰ Λ Μ Ν
τοῦ Β καὶ τῶν Β Δ Ζ ἰσάκις ἐστὶ πολ-
λαπλάσια. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς
τὸ Β. οὕτως τὰ Α Γ Ε πρὸς τὰ Β Δ Ζ.
ἐὰν ἄρα ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη ἀ-
νάλογον. ἔσται ὡς ἓν τῶν ἡγουμέ-
νων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων. οὕ-
τως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς
ἅπαντα τὰ ἑπόμενα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-



ἀντιστροφὴ τῶν ὅρων:

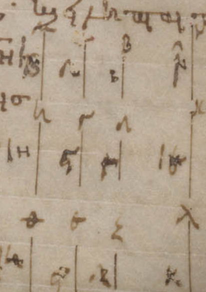
[illegible] ἀνίσα ἐστί:

ἀπὸ τῶν [illegible]

ἀπὸ τοῦ ὅρου:

ιγ ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ
τρίτον πρὸς τέταρτον. τρίτον δὲ πρὸς τέταρτον
μείζονα λόγον ἔχῃ ἤπερ πέμπτον πρὸς ἕκτον.
καὶ πρῶτον πρὸς δεύτερον μείζονα λόγον ἕξει

ἤπερ πέμπτον πρὸς ἕκτον. πρῶτον γὰρ τὸ Α πρὸς
δεύτερον τὸ Β. τὸν αὐτὸν ἐχέτω λόγον. καὶ τρίτον τὸ Γ
πρὸς τέταρτον τὸ Δ. τρίτον δὲ τὸ Γ πρὸς τέταρτον
τὸ Δ. μείζονα λόγον ἐχέτω. ἤπερ πέμπτον τὸ Ε
πρὸς ἕκτον τὸ Ζ. λέγω ὅτι καὶ πρῶτον τὸ Α πρὸς
δεύτερον τὸ Β μείζονα λόγον ἕξει. ἤπερ πέμπτον τὸ
Ε πρὸς ἕκτον τὸ Ζ. ἐπεὶ γὰρ τὸ Γ πρὸς τὸ Δ μείζο-
να λόγον ἔχει ἤπερ τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ. ἔστι τινὰ τῶν μὲν
Γ Ε ἰσάκις πολλαπλάσια. τῶν δὲ Δ Ζ ἄλλα ἃ ἔτυ-
χεν ἰσάκις πολλαπλάσια. καὶ τὸ μὲν τοῦ Γ πολλα-
πλάσιον. τοῦ τοῦ Δ πολλαπλασίου ὑπερέχει. τὸ δὲ
τοῦ Ε πολλαπλάσιον. τοῦ τοῦ Ζ πολλαπλασίου οὐ-
χ ὑπερέχει. εἰλήφθω καὶ ἔστω τῶν μὲν Γ Ε ἰσάκις
πολλαπλάσια τὰ Η Θ. τῶν δὲ Δ Ζ ἄλλα ἃ ἔτυχεν
ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Κ Λ. ὥστε τὸ μὲν Η τοῦ
Κ ὑπερέχειν. τὸ δὲ Θ τοῦ Λ οὐχ ὑπερέχειν. καὶ ὁσα-
πλάσιον μέν ἐστι τὸ Η τοῦ Γ. τοσαυταπλάσιον ἔστω
καὶ τὸ Μ τοῦ Α. ὁσαπλάσιον δὲ τὸ Κ τοῦ Δ. τοσαυ-
ταπλάσιον ἔστω καὶ τὸ Ν τοῦ Β. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ Α
πρὸς τὸ Β. οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Δ. καὶ εἴληπται τῶν μὲν
Α Γ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Μ Η.
τῶν δὲ Β Δ ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις
πολλαπλάσια τὰ Ν Κ. εἰ ἄρα
ὑπερέχει τὸ Μ τοῦ Ν. ὑπερέχει
καὶ τὸ Η τοῦ Κ. καὶ εἰ ἴσον ἴσον. καὶ εἰ
ἔλαττον ἔλαττον. ὑπερέχει δὲ



ἀντιστροφὴ τῶν ὅρων [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

τὸ Η τοῦ Κ. ὑπερέχει ἄρα καὶ τὸ Μ τοῦ Ν· τὸ δὲ Μ τοῦ Λ οὐ-
χ ὑπερέχει· καί ἐστι τὰ μὲν Μ, Θ τῶν Α, Ε ἰσάκις πολλα-
πλάσια· τὰ δὲ Ν, Λ τῶν Β, Ζ ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλα-
πλάσια. τὸ ἄρα Α πρὸς τὸ Β μείζονα λόγον ἔχει ἤ-
περ τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ· ἐὰν ἄρα πρῶτον πρὸς δεύτερον
τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον· τρίτον
δὲ πρὸς τέταρτον μείζονα λόγον ἔχῃ ἢ πέμπτον
πρὸς ἕκτον· καὶ πρῶτον πρὸς δεύτερον μείζονα λό-
γον ἕξει ἢ πέμπτον πρὸς ἕκτον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

ιδʹ Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ
τρίτον πρὸς τέταρτον. τὸ δὲ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖ-
ζον ᾖ. καὶ τὸ δεύτερον τοῦ τετάρτου μεῖζον ἔσται· κἂν
ἴσον ἴσον· κἂν ἔλαττον ἔλαττον. πρῶτον γὰρ τὸ
Α πρὸς δεύτερον τὸ Β τὸν αὐτὸν ἐχέτω λόγον· καὶ τρί-
τον τὸ Γ πρὸς τέταρτον τὸ Δ. μεῖζον δὲ ἔστω τὸ Α τοῦ Γ.
λέγω ὅτι καὶ τὸ Β τοῦ Δ μεῖζόν ἐστιν· ἐπεὶ γὰρ τὸ Α τοῦ
Γ μεῖζόν ἐστιν· ἄλλο δὲ ὃ ἔτυχε μέγεθος τὸ Β. τὸ Α
ἄρα πρὸς τὸ Β μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ Γ πρὸς
τὸ Β. ὡς δὲ τὸ Α πρὸς τὸ Β. οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Δ. καὶ
τὸ Γ ἄρα πρὸς τὸ Δ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ Γ
πρὸς τὸ Β. πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐ-
κεῖνο ἔλασσόν ἐστιν· ἔλασσον ἄρα τὸ Δ τοῦ Β· ὥστε
μεῖζόν ἐστι τὸ Β τοῦ Δ. ὁμοίως δὴ δείξο-
μεν ὅτι κἂν ἴσον ᾖ τὸ Α τῷ Γ. ἴσον ἔσται
καὶ τὸ Β τῷ Δ. κἂν ἔλασσον ᾖ τὸ Α τοῦ Γ.
ἔλασσον ἔσται καὶ τὸ Β τοῦ Δ. ἐὰν ἄρα πρῶ-
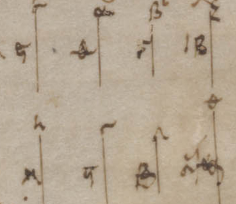
[illegible]

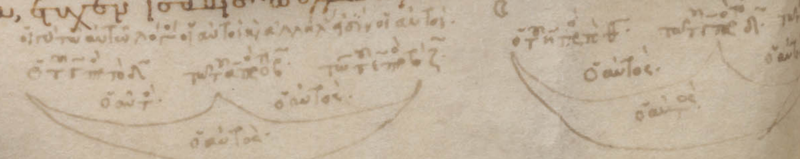
[illegible]

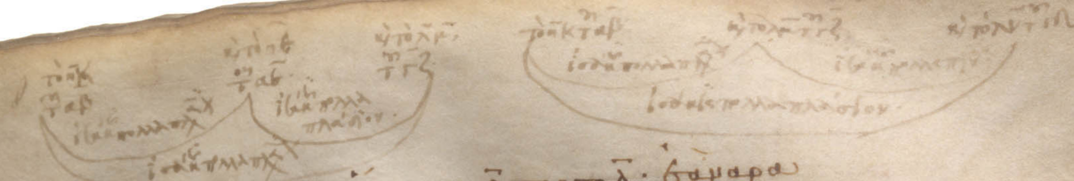
τον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ τρίτον πρὸς
τέταρτον. τὸ δὲ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ. καὶ τὸ δεύ-
τερον τοῦ τετάρτου μεῖζον ἔσται. κἂν ἴσον. ἴσον. κἂν
ἔλαττον. ἔλαττον. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

Τὰ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει
λόγον ληφθέντα κατάλληλα. ἔστω γὰρ ἰσάκις πολ-
λαπλάσιον τὸ ΑΒ τοῦ Γ καὶ τὸ ΔΕ τοῦ Ζ. λέγω ὅτι ἐστὶν
ὡς τὸ Γ πρὸς τὸ Ζ οὕτως τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΔΕ. ἐπεὶ γὰρ ἰ-
σάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΑΒ τοῦ Γ καὶ τὸ ΔΕ τοῦ Ζ
ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ ΑΒ μεγέθη ἴσα τῷ Γ. τοσαῦτα
καὶ ἐν τῷ ΔΕ ἴσα τῷ Ζ. διῃρήσθω τὸ μὲν ΑΒ εἰς τὰ
τῷ Γ ἴσα τὰ ΑΗ, ΗΘ, ΘΒ. τὸ δὲ ΔΕ εἰς τὰ τῷ Ζ μεγέ-
θη ἴσα τὰ ΔΚ, ΚΛ, ΛΕ. ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν
ΑΗ, ΗΘ, ΘΒ τῷ πλήθει τῶν ΔΚ, ΚΛ, ΛΕ. καὶ ἐπεὶ ἴσα
ἐστὶ τὰ ΑΗ, ΗΘ, ΘΒ ἀλλήλοις. ἔστι δὲ καὶ τὰ ΔΚ, ΚΛ, ΛΕ
ἴσα ἀλλήλοις. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΑΗ πρὸς τὸ ΔΚ. οὕτως
τὸ ΗΘ πρὸς τὸ ΚΛ καὶ τὸ ΘΒ πρὸς τὸ ΛΕ. ἔσται ἄρα καὶ
ὡς ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων.
οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ
ἑπόμενα· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΑΗ πρὸς τὸ ΔΚ.
οὕτως τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΔΕ. ἴσον δὲ τὸ μὲν
ΑΗ τῷ Γ. τὸ δὲ ΔΚ τῷ Ζ. ἔστιν ἄρα ὡς
τὸ Γ πρὸς τὸ Ζ. οὕτως τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΔΕ.
τὰ ἄρα μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλα-
σίοις τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ληφθέντα
κατάλληλα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ις Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον
ἔσται. ἔστω τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον τὰ Α Β Γ Δ. ὡς τὸ
Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Δ. λέγω ὅτι καὶ ἐναλλὰξ ἀ-
νάλογον ἔσται. ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Β πρὸς τὸ Δ.
εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν Α Β ἰσάκις πολλαπλάσια
τὰ Ε Ζ. τῶν δὲ Γ Δ ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλα-
πλάσια τὰ Η Θ. καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ Ε
τοῦ Α καὶ τὸ Ζ τοῦ Β. τὰ δὲ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολ-
λαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ληφθέντα κατάλ-
ληλα. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ
Ζ. ὡς δὲ τὸ Α πρὸς τὸ Β, τὸ Γ πρὸς τὸ Δ. καὶ ὡς ἄρα τὸ Γ
πρὸς τὸ Δ, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ. πάλιν ἐπεὶ τὰ Η Θ
τῶν Γ Δ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια. τὰ δὲ μέρη τοῖς
ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον λη-
φθέντα κατάλληλα. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Γ πρὸς τὸ Δ, οὕ-
τως τὸ Η πρὸς τὸ Θ. ὡς δὲ τὸ Γ πρὸς τὸ Δ, οὕτως τὸ
Ε πρὸς τὸ Ζ. καὶ ὡς ἄρα τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ, οὕτως τὸ Η
πρὸς τὸ Θ. ἐὰν δὲ τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ
δὲ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ δεύτερον τοῦ
τετάρτου μεῖζον ἔσται. κἂν ἴσον, ἴσον. κἂν ἔλαττον,
ἔλαττον. εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ Ε τοῦ Η, ὑπερέχει καὶ τὸ
Ζ τοῦ Θ. κἂν ἴσον, ἴσον. κἂν ἔ-
λαττον, ἔλαττον. καί ἐστι τὰ μὲν
Ε Ζ τῶν Α Β ἰσάκις πολλαπλά-
σια. τὰ δὲ Η Θ τῶν Γ Δ ἄλλα
ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια.





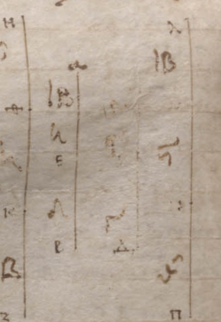


ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Γ. οὕτως τὸ Β πρὸς τὸ Δ. ἐὰν ἄρα
τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον
ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

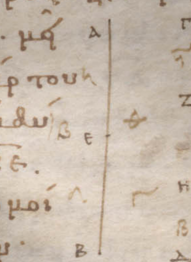
ιζ Ἐὰν συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ διαιρεθέντα
ἀνάλογον ἔσται. ἔστω συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον
τὰ ΑΒ ΒΕ ΓΔ ΔΖ. ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΕ, οὕτως τὸ ΓΔ
πρὸς τὸ ΔΖ. λέγω ὅτι καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται.
ὡς τὸ ΑΕ πρὸς τὸ ΒΕ, οὕτως τὸ ΓΖ πρὸς τὸ ΔΖ. εἰλή-
φθω γὰρ τῶν μὲν ΑΕ ΕΒ ΓΖ ΖΔ ἰσάκις πολλαπλά-
σια τὰ ΗΘ ΘΚ ΛΜ ΜΝ. τῶν δὲ ΕΒ ΖΔ ἄλλα ἃ ἔτυχεν
ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ ΚΞ ΝΠ. καὶ ἐπεὶ ἰσάκις
ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΗΘ τοῦ ΑΕ καὶ τὸ ΘΚ τοῦ ΕΒ. ἰ-
σάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΗΘ τοῦ ΑΕ. καὶ τὸ ΗΚ
τοῦ ΑΒ. ἰσάκις δέ ἐστι πολλαπλάσιον τὸ ΗΘ τοῦ ΑΕ.
καὶ τὸ ΛΜ τοῦ ΓΖ. ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ
ΗΚ τοῦ ΑΒ. καὶ τὸ ΛΜ τοῦ ΓΖ. καὶ τὸ ΜΝ τοῦ ΔΖ. ἰσά-
κις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΛΜ τοῦ ΓΖ. καὶ τὸ ΛΝ
τοῦ ΓΔ. ἰσάκις δὲ ἦν πολλαπλάσιον τὸ ΛΜ τοῦ ΓΖ.
καὶ τὸ ΗΚ τοῦ ΑΒ. ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ
ΗΚ τοῦ ΑΒ. καὶ τὸ ΛΝ τοῦ ΓΔ. τὰ ΗΚ ΛΝ ἄρα. τῶν
ΑΒ ΓΔ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια. πάλιν ἐπεὶ ἰσά-
κις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΘΚ τοῦ ΕΒ καὶ τὸ ΜΝ τοῦ ΖΔ.
ἔστι δὲ καὶ τὸ ΚΞ τοῦ ΕΒ ἰσάκις πολλαπλάσιον. καὶ τὸ
ΝΠ τοῦ ΖΔ. καὶ συντεθὲν ἄρα τὸ ΘΞ τοῦ ΕΒ ἰσάκις
ἐστὶ πολλαπλάσιον. καὶ τὸ ΜΠ τοῦ ΖΔ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς
τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΕ. οὕτως τὸ ΓΔ πρὸς τὸ ΖΔ. καὶ εἴληπται



τῶν μὲν ΑΒ ΓΔ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ ΗΙΚ ΛΝ· τῶν δὲ ΕΒ ΖΔ, ἄλλα ἅ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ ΘΞ ΜΠ· ἔστιν ἄρα ὑπερέχει τὸ ΗΙΚ τοῦ ΘΞ, ὑπερέχει καὶ τὸ ΛΝ τοῦ ΜΠ· καὶ εἰ ἴσον, ἴσον· καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. ὑπερεχέτω δὴ τὸ ΗΙΚ τοῦ ΘΞ· καὶ κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ ΘΙΚ, ὑπερέχει ἄρα καὶ τὸ ΗΘ τοῦ ΙΚΞ· ἀλλὰ εἰ ὑπερεῖχε τὸ ΗΙΚ τοῦ ΘΞ, ὑπερεῖχεν καὶ τὸ ΛΝ τοῦ ΜΠ· ὑπερέχει ἄρα καὶ τὸ ΛΝ τοῦ ΜΠ· καὶ κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ ΜΝ, ὑπερέχει καὶ τὸ ΛΜ τοῦ ΝΠ· ὥστε εἰ ὑπερέχει τὸ ΗΘ τοῦ ΙΚΞ, ὑπερέχει καὶ τὸ ΛΜ τοῦ ΝΠ. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι κἂν ἴσον ᾖ τὸ ΗΘ τῷ ΙΚΞ, ἴσον ἔσται καὶ τὸ ΛΜ τῷ ΝΠ· κἂν ἔλαττον, ἔλαττον. καί ἐστι τὰ μὲν ΗΘ ΛΜ, τῶν ΓΖ ΑΕ ἰσάκις πολλαπλάσια· τὰ δὲ ΙΚΞ ΝΠ, τῶν ΕΒ ΖΔ, ἄλλα ἅ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΑΕ πρὸς τὸ ΕΒ, οὕτως τὸ ΓΖ πρὸς τὸ ΔΖ. ἐὰν ἄρα συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—



ιη Ἐὰν διῃρημένα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται. ἔστω διῃρημένα μεγέθη ἀνάλογον τὰ ΑΕ ΕΒ ΓΖ ΖΔ· ὡς τὸ ΑΕ πρὸς τὸ ΕΒ, οὕτως τὸ ΓΖ πρὸς τὸ ΖΔ. λέγω ὅτι καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται· ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΕ, οὕτως τὸ ΓΔ πρὸς τὸ ΖΔ· εἰ γὰρ μή ἐστιν ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΕ, οὕτως τὸ ΓΔ πρὸς τὸ ΖΔ. ἔσται ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΕ, οὕτως τὸ ΓΔ ἤτοι πρὸς ἔλασσόν τι τοῦ ΖΔ, ἢ πρὸς μεῖζον· ἔστω πρότερον πρὸς ἔλασσον τὸ ΔΗ· καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΕ, οὕτως τὸ ΓΔ πρὸς τὸ ΔΗ, συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογόν ἐστιν· ὥστε καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΑΕ πρὸς τὸ ΕΒ, οὕτως τὸ ΓΗ πρὸς τὸ ΗΔ. ὑπόκειται δὲ καὶ ὡς τὸ ΑΕ πρὸς τὸ ΕΒ, οὕτως τὸ ΓΖ πρὸς τὸ ΖΔ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ΓΗ πρὸς τὸ ΗΔ, οὕτως τὸ ΓΖ πρὸς τὸ ΖΔ. μεῖζον δὲ τὸ πρῶτον τὸ ΓΗ τοῦ τρίτου τοῦ ΓΖ· μεῖζον ἄρα καὶ τὸ δεύτερον τὸ ΗΔ τοῦ τετάρτου τοῦ ΖΔ. ἀλλὰ καὶ ἔλασσον· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΕ, οὕτως τὸ ΓΔ πρὸς ἔλασσον τοῦ ΔΖ. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ πρὸς μεῖζον· πρὸς αὐτὸ ἄρα. ἐὰν ἄρα διῃρημένα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—



ιθ Ἐὰν ᾖ ὡς ὅλον πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθὲν πρὸς ἀφαιρεθέν, καὶ τὸ λοιπὸν πρὸς τὸ λοιπὸν ἔσται ὡς ὅλον πρὸς ὅλον. ἔστω γὰρ ὡς ὅλον τὸ ΑΒ πρὸς ὅλον τὸ ΓΔ, οὕτως ἀφαιρεθὲν τὸ ΑΕ πρὸς ἀφαιρεθὲν τὸ ΓΖ· λέγω ὅτι καὶ λοιπὸν τὸ ΕΒ πρὸς λοιπὸν τὸ ΖΔ ἔσται ὡς ὅλον τὸ ΑΒ πρὸς ὅλον τὸ ΓΔ. ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ὅλον τὸ ΑΒ πρὸς ὅλον τὸ ΓΔ, οὕτως τὸ ΑΕ πρὸς τὸ ΓΖ· καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ ΒΑ πρὸς τὸ ΑΕ, οὕτως τὸ ΔΓ πρὸς τὸ ΓΖ· καὶ ἐπεὶ συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογόν ἐστι, καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται· ὡς ἄρα τὸ ΒΕ πρὸς τὸ ΕΑ, οὕ

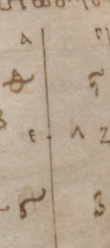
ἀπὸ ἀνεστρ :
ἀπὸ τορ :
ἀπὸ ιζ :
ἀπὸ ιζ
ἀπὸ ιζ :
ἀπὸ ις :
ἀπὸ ιζ

ὡς τὸ ΔΖ πρὸς τὸ ΓΖ. καὶ ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ΒΕ πρὸς τὸ ΔΖ, οὕτως τὸ ΕΑ πρὸς τὸ ΖΓ· ὡς δὲ τὸ ΑΕ πρὸς τὸ ΓΖ, οὕτως ὑπόκειται ὅλον τὸ ΑΒ πρὸς ὅλον τὸ ΓΔ· καὶ

ἀπὸ τοῦ ια: λοιπὸν ἄρα τὸ ΕΒ πρὸς λοιπὸν τὸ ΖΔ ἔσται ὡς ὅλον τὸ ΑΒ πρὸς ὅλον τὸ ΓΔ. ἐὰν ἄρα ᾖ ὡς ὅλον πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθὲν πρὸς ἀφαιρεθέν, καὶ τὸ λοιπὸν πρὸς τὸ λοιπὸν ἔσται ὡς ὅλον πρὸς ὅλον. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–

Καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΓΔ, οὕτως τὸ ΕΒ πρὸς τὸ ΖΔ, καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΕ, οὕτως τὸ ΓΔ πρὸς τὸ ΔΖ· συγκείμενα ἄρα μεγέθη ἀνάλογόν ἐστιν· ἐδείχθη δὲ ὡς τὸ ΒΑ πρὸς τὸ ΑΕ, οὕτως τὸ ΔΓ πρὸς τὸ ΓΖ· καὶ ἐστιν ἀναστρέψαντι. ἐκ δὴ τούτου φανερὸν ὅτι ἐὰν συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἀναστρέψαντι ἀνάλογον ἔσται. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–

Γίνονται δὲ οἱ λόγοι καὶ ἐπὶ τῶν ἰσάκις πολλαπλασίων καὶ ἐπὶ τῶν ἀναλογιῶν· ἐπειδὴ περ ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τετάρτου, ἔσται καὶ ὡς τὸ πρῶτον πρὸς τὸ δεύτερον, οὕτως τὸ τρίτον πρὸς τὸ τέταρτον. οὐκέτι δὲ καὶ ἀντιστρόφως· ἐὰν ᾖ ὡς πρῶτον πρὸς δεύτερον, οὕτως τρίτον πρὸς τέταρτον, οὐ πάντως ἔσται καὶ τὸ μὲν πρῶτον τοῦ δευτέρου ἰσάκις πολλαπλάσιον, τὸ δὲ τρίτον τοῦ τετάρτου, καθάπερ ἐπὶ τῶν [illegible] ἐπὶ τριτῶν λόγων ἢ τῶν τοιούτων· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

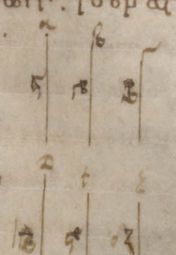


κ Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται· κἂν ἴσον, ἴσον· κἂν ἔλασσον, ἔλασσον. Ἔστω τρία μεγέθη τὰ Α Β Γ, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ Δ Ε Ζ σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· ὡς μὲν τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ε· ὡς δὲ τὸ Β πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ· δι' ἴσου δὲ μεῖζον ἔστω τὸ Α τοῦ Γ· λέγω ὅτι καὶ τὸ Δ τοῦ Ζ μεῖζον ἔσται· κἂν ἴσον, ἴσον· κἂν ἔλαττον, ἔλαττον. ἐπεὶ

ἀπὸ τοῦ η γὰρ μεῖζόν ἐστι τὸ Α τοῦ Γ, ἄλλο δέ τι τὸ Β, τὸ δὲ μεῖζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἔλαττον, τὸ Α ἄρα πρὸς τὸ Β μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ Γ πρὸς τὸ Β. ἀλλ' ὡς μὲν τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ε· ὡς δὲ

ἀπὸ πορίσματος τοῦ ζ τὸ Γ πρὸς τὸ Β ἀνάπαλιν, οὕτως τὸ Ζ πρὸς τὸ Ε· καὶ τὸ Δ ἄρα πρὸς τὸ Ε μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ Ζ πρὸς τὸ Ε. τῶν δὲ πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἐχόντων τὸ μείζονα λόγον
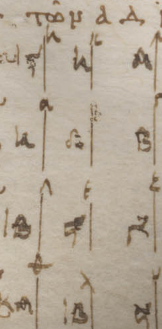
ἀπὸ τοῦ ι: ἔχον, ἐκεῖνο μεῖζόν ἐστι· μεῖζον ἄρα τὸ Δ τοῦ Ζ. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι κἂν ἴσον ᾖ τὸ Α τῷ Γ, ἴσον ἔσται καὶ τὸ Δ τῷ Ζ· κἂν ἔλαττον, ἔλαττον. ἐὰν ἄρα ᾖ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται· κἂν ἴσον, ἴσον· κἂν ἔλαττον, ἔλαττον. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–



ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο
λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ. ᾖ δὲ τεταραγμέ-
νη αὐτῶν ἡ ἀναλογία. δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεί-
ζον ᾖ. καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται· κἂν ἴσον, ἴσον·
κἂν ἔλαττον, ἔλαττον. ἔστω τρία μεγέθη ἀνάλογον τὰ
Α Β Γ. καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ Δ Ε Ζ σύνδυο λαμ-
βανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ. ἔστω δὲ τεταραγμένη
αὐτῶν ἀναλογία· ὡς μὲν τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Ε πρὸς
τὸ Ζ· ὡς δὲ τὸ Β πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ε. δι' ἴσου δὲ
τὸ Α τοῦ Γ μεῖζον ἔστω. λέγω ὅτι καὶ τὸ Δ τοῦ Ζ μεῖζον ἔσται·
κἂν ἴσον, ἴσον· κἂν ἔλαττον, ἔλαττον. ἐπεὶ γὰρ μεῖ-
ζόν ἐστι τὸ Α τοῦ Γ, ἄλλο δέ τι τὸ Β. τὸ Α ἄρα πρὸς τὸ Β μεί-
ζονα λόγον ἔχει. ἤπερ τὸ Γ πρὸς τὸ Β· ἀλλ' ὡς μὲν τὸ Α
πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ· ὡς δὲ τὸ Γ πρὸς τὸ Β ἀνά-
παλιν. οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Δ. καὶ τὸ Ε ἄρα πρὸς τὸ Ζ μεί-
ζονα λόγον ἔχει. ἤπερ τὸ Ε πρὸς τὸ Δ. πρὸς ὃ δὲ τὸ
αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλασσόν ἐστιν· ἔλαττον
ἄρα ἐστὶ τὸ Ζ τοῦ Δ. μεῖζον ἄρα ἐστὶ τὸ Δ τοῦ Ζ. ὁμοί-
ως δὴ δείξομεν ὅτι κἂν ἴσον τὸ Α τῷ Γ, ἴσον ἔσται καὶ
τὸ Δ τῷ Ζ. κἂν ἔλαττον, ἔλαττον. ἐὰν ἄρα ᾖ τρία
μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος
σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ
λόγῳ. ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ
ἀναλογία. δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ
τρίτου μεῖζον ᾖ. καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕ-
κτου μεῖζον ἔσται· κἂν ἴσον, ἴσον· κἂν
ἔλαττον, ἔλαττον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—

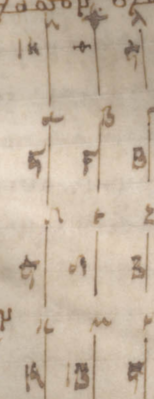


ΚΒ ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος
σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ. καὶ δι' ἴσου ἐν
τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται. ἔστω ὁποσαοῦν μεγέθη τὰ Α Β Γ.
καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ Δ Ε Ζ σύνδυο λαμβανό-
μενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· ὡς μὲν τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως
τὸ Δ πρὸς τὸ Ε· ὡς δὲ τὸ Β πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ.
λέγω ὅτι καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται· ὡς τὸ Α πρὸς
τὸ Γ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ζ. εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν Α Δ
ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Η Θ· τῶν δὲ Β Ε, ἄλλα ἃ ἔτυ-
χεν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Κ Λ· καὶ ἔτι τῶν Γ Ζ, ἄλλα
ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Μ Ν. καὶ ἐπεί ἐστιν
ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ε. καὶ εἴληπται τῶν
μὲν Α Δ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Η Θ· τῶν δὲ Β Ε ἄλλα
ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Κ Λ. ἔστιν ἄρα ὡς
τὸ Η πρὸς τὸ Κ, οὕτως τὸ Θ πρὸς τὸ Λ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ
ὡς τὸ Κ πρὸς τὸ Μ, οὕτως τὸ Λ πρὸς τὸ Ν. ἐπεὶ οὖν τρία
μεγέθη ἐστὶ τὰ Η Κ Μ. καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύν-
δυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ. δι' ἴσου ἄρα εἰ ὑ-
περέχει τὸ Η τοῦ Μ, ὑπερέχει καὶ τὸ Θ τοῦ Ν· καὶ εἰ ἴσον, ἴσον·
καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον· καὶ ἔστι τὰ μὲν Η Θ τῶν Α Δ ἰσάκις
πολλαπλάσια· τὰ δὲ Μ Ν, τῶν Γ Ζ ἄλλα
ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια. ἔστιν ἄ-
ρα ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ
Ζ. ἐὰν ἄρα ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη καὶ ἄλ-
λα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμ-
βανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ. καὶ δι' ἴσου
ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—



κγ' Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβα-
νόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ. ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ
ἀναλογία. καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται. ἔστω τρί-
α μεγέθη τὰ Α Β Γ. καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδύ-
ο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ τὰ Δ Ε Ζ. ἔστω δὲ τετα-
ραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία· ὡς μὲν τὸ Α πρὸς τὸ Β. οὕτως
τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ· ὡς δὲ τὸ Β πρὸς τὸ Γ. οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ε·
λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Γ. οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ζ· εἰλή-
φθω τῶν μὲν Α Β Δ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Η Θ Κ· τῶν
δὲ Γ Ε Ζ. ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Λ Μ Ν·
καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια τὰ Η Θ τῶν Α Β· τὰ δὲ
μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λό-
ἀπὸ τοῦ ιε' τοῦ ε' γον. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β. οὕτως τὸ Η πρὸς τὸ Θ. διὰ
τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ καὶ τὸ Μ πρὸς τὸ Ν. καὶ ἐστὶν
ἀπὸ τοῦ ια' τοῦ ε' ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ. καὶ ὡς ἄρα τὸ Η πρὸς τὸ Θ. τὸ
Μ πρὸς τὸ Ν. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς τὸ Β πρὸς τὸ Γ. τὸ Δ πρὸς τὸ Ε.
καὶ εἴληπται τῶν μὲν Β Δ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Θ Κ.
τῶν δὲ Γ Ε ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Λ Μ.
ἀπὸ τοῦ ιζ' τοῦ ε' ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Θ πρὸς τὸ Λ. οὕτως τὸ Κ πρὸς τὸ Μ. καὶ ἐναλ-
λὰξ ὡς τὸ Β πρὸς τὸ Δ. τὸ Γ πρὸς τὸ Ε. καὶ ἐπεὶ τὰ Θ Κ τῶν Β Δ
ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια. τὰ δὲ μέρη τοῖς ἰσάκις πολ-
ἀπὸ τοῦ λ' τοῦ ε' λαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Β πρὸς
τὸ Δ. οὕτως τὸ Θ πρὸς τὸ Κ. ἀλλ' ὡς τὸ Β πρὸς τὸ Δ. τὸ Γ
πρὸς τὸ Ε. καὶ ὡς ἄρα τὸ Θ πρὸς τὸ Κ. τὸ Γ πρὸς τὸ Ε. πάλιν
ἐπεὶ τὰ Λ Μ τῶν Γ Ε ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια. ἔστιν
ἄρα ὡς τὸ Γ πρὸς τὸ Ε. οὕτως τὸ Λ πρὸς τὸ Μ. ἀλλ' ὡς τὸ Γ

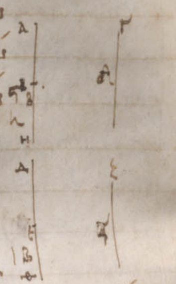
καὶ ὡς ἄρα τὸ Θ πρὸς τὸ Κ.
πρὸς τὸ Ε. οὕτως τὸ Θ πρὸς τὸ Κ· καὶ ὡς ἄρα τὸ Θ πρὸς τὸ Κ.
τὸ Λ πρὸς τὸ Μ. καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ Θ πρὸς τὸ Λ. τὸ Κ πρὸς
τὸ Μ. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς τὸ Η πρὸς τὸ Θ. τὸ Μ πρὸς τὸ Ν.
ἐπεὶ οὖν τρία μεγέθη ἐστὶν ἀνάλογον τὰ Η Θ Λ. καὶ ἄλλα
αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ Κ Μ Ν σύνδυο λαμβανόμε-
να ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ καὶ ἐστὶν αὐτῶν τεταραγμένη ἡ ἀπὸ τοῦ κα' τοῦ ε'
ἀναλογία. δι' ἴσου ἄρα εἰ ὑπερέχει τὸ Η τοῦ Λ. ὑπερ-
έχει τὸ Κ τοῦ Ν· καὶ εἰ ἴσον. ἴσον· καὶ εἰ ἔλαττον. ἔλαττον.



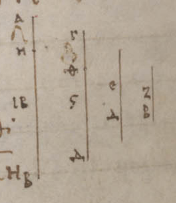
καὶ ἔστι τὰ μὲν Η Κ. τῶν Α Δ ἰσάκις πολ-
λαπλάσια· τὰ δὲ Λ Ν. τῶν Γ Ζ ἰσάκις ἀπὸ ὅρ.
πολλαπλάσια· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς
τὸ Γ. οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ζ· ἐὰν ἄρα
ᾖ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ
πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ
αὐτῷ λόγῳ. ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν
ἡ ἀναλογία. καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λό-
γῳ ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

κδ' Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον. καὶ
τρίτον πρὸς τέταρτον· ἔχῃ δὲ καὶ πέμπτον πρὸς δεύ-
τερον τὸν αὐτὸν λόγον. καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον. καὶ
συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐ-
τὸν ἕξει λόγον καὶ τρίτον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον·
πρῶτον γὰρ τὸ ΑΒ πρὸς δεύτερον τὸ Γ τὸν αὐτὸν ἐ-
χέτω λόγον. καὶ τρίτον τὸ ΔΕ πρὸς τέταρτον τὸ Ζ· ἐχέ-
τω δὲ καὶ πέμπτον τὸ ΒΗ πρὸς δεύτερον τὸ Γ τὸν αὐτὸν
λόγον. καὶ ἕκτον τὸ ΕΘ πρὸς τέταρτον τὸ Ζ. λέγω ὅτι

καὶ συντεθὲν ὡς ἓν πρὸς ἕν, τὸ ΑΗ πρὸς δεύτερον τὸ
Γ τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον. καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τὸ ΔΘ πρὸς
τέταρτον τὸ Ζ· ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς τὸ ΒΗ πρὸς τὸ Γ, οὕτως
τὸ ΕΘ πρὸς τὸ Ζ· ἀναστρέψαντι ἄρα ὡς τὸ Γ πρὸς τὸ ΒΗ, οὕ
τως τὸ Ζ πρὸς τὸ ΕΘ· ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ Γ, οὕ
τως τὸ ΔΕ πρὸς τὸ Ζ· ὡς δὲ τὸ Γ πρὸς τὸ ΒΗ, οὕτως τὸ Ζ
δι' τοῦ κβ: πρὸς τὸ ΕΘ· δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΗ, οὕ
τως τὸ ΔΕ πρὸς τὸ ΕΘ. καὶ ἐπεὶ διῃρημένα
μεγέθη ἀνάλογόν ἐστι, καὶ συντεθέντα ἀνά
δι' τοῦ ιη: λογόν ἐστιν· ὡς ἄρα τὸ ΑΗ πρὸς τὸ ΗΒ, οὕ
τως τὸ ΔΘ πρὸς τὸ ΘΕ· ἔστι δὲ καὶ ὡς τὸ ΒΗ
πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ ΕΘ πρὸς τὸ Ζ· δι' ἴσου
δι' τοῦ κβ: ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ΑΗ πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ ΔΘ
πρὸς τὸ Ζ· ἐὰν ἄρα πρῶτον πρὸς δεύτε
ρον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ἔχῃ
δὲ καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν λόγον καὶ τὰ λοιπά:



ἐπὶ τῶν ὁμογενῶν: κε
Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ μέγιστον αὐτῶν καὶ
τὸ ἐλάχιστον τῶν λοιπῶν δύο μείζονά ἐστιν· ἔστω
τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον τὰ ΑΒ, ΓΔ, Ε, Ζ· ὡς τὸ ΑΒ
πρὸς τὸ ΓΔ, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ· ἔστω δὲ μέγιστον μὲν
αὐτῶν τὸ ΑΒ, ἐλάχιστον δὲ τὸ Ζ· λέγω ὅτι τὰ ΑΒ, Ζ τῶν
ΓΔ, Ε μείζονά ἐστι· κείσθω γὰρ τῷ μὲν Ε ἴσον τὸ ΑΗ·
τῷ δὲ Ζ ἴσον τὸ ΓΘ· ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς τὸ
ΑΒ πρὸς τὸ ΓΔ, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ· ἴ
σον δὲ τὸ μὲν Ε τῷ ΑΗ, τὸ δὲ Ζ τῷ ΓΘ·
ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΓΔ, οὕτως τὸ ΑΗ



πρὸς τὸ ΓΘ· καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὅλον τὸ ΑΒ πρὸς ὅλον τὸ ΓΔ, οὕ δι' τοῦ ιθ:
τως ἀφαιρεθὲν τὸ ΑΗ πρὸς ἀφαιρεθὲν τὸ ΓΘ, καὶ λοι
πὸν ἄρα τὸ ΗΒ πρὸς λοιπὸν τὸ ΘΔ ἔσται ὡς ὅλον τὸ ΑΒ
πρὸς ὅλον τὸ ΓΔ· μεῖζον δὲ τὸ ΑΒ τοῦ ΓΔ· μεῖζον ἄρα καὶ
τὸ ΗΒ τοῦ ΘΔ· καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ μὲν ΑΗ τῷ Ε, τὸ δὲ ΓΘ
τῷ Ζ, τὰ ἄρα ΑΗ, Ζ ἴσα ἐστὶ τοῖς ΓΘ, Ε· καὶ ἐπεὶ ἐὰν ἀνί
σοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἄνισά ἐστιν· ἐὰν ἄρα τῶν
ΗΒ, ΘΔ ἀνίσων ὄντων καὶ μείζονος τοῦ ΗΒ, τῷ μὲν ΗΒ
προστεθῇ τὰ ΑΗ, Ζ, τῷ δὲ ΘΔ προστεθῇ τὰ ΓΘ, Ε, συνά
γεται τὰ ΑΒ, Ζ μείζονα τῶν ΓΔ, Ε· ἐὰν ἄρα τέσσαρα με
γέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ τὰ λοιπά:—

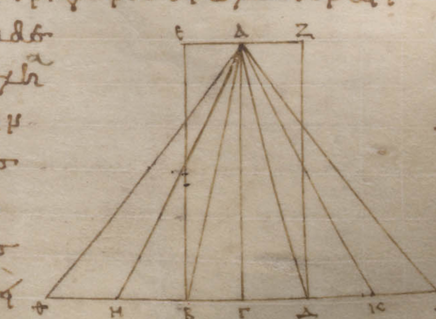
Εὐκλείδου στοιχείων ε΄

[illegible]

† ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΕΚΤΟΝ :-

Ὅμοια σχήματα εὐθύγραμμά ἐστιν, ὅσα τάς τε γωνίας ἴσας ἔχει κατὰ μίαν καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον. Ἀντιπεπονθότα δὲ σχήματά ἐστιν, ὅταν ἐν ἑκατέρῳ τῶν σχημάτων ἡγούμενοί τε καὶ ἑπόμενοι ὅροι ὦσιν. Λόγος ἐκ λόγων συγκεῖσθαι λέγεται, ὅταν αἱ τῶν λόγων πηλικότητες ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασθεῖσαι ποιῶσί τινα. Ἄκρον καὶ μέσον λόγον εὐθεῖα τετμῆσθαι λέγεται, ὅταν ᾖ ὡς ἡ ὅλη πρὸς τὸ μεῖζον τμῆμα, οὕτως τὸ μεῖζον πρὸς τὸ ἔλαττον. Ὕψος ἐστὶ παντὸς σχήματος ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀγομένη :-

α. Τὰ τρίγωνα καὶ τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς αἱ βάσεις. Ἔστω τρίγωνα μὲν τὰ ΑΒΓ ΑΓΔ, παραλληλόγραμμα δὲ τὰ ΕΓ ΓΖ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα τὴν ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὴν ΒΔ κάθετον ἀγομένην· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΒΓ βάσις πρὸς τὴν ΓΔ βάσιν, οὕτως τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΓΔ τρίγωνον, καὶ τὸ ΕΓ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΖ παραλληλόγραμμον. Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ ΒΔ ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ τὰ Θ Λ σημεῖα, καὶ κείσθωσαν τῇ μὲν ΒΓ βάσει ἴσαι ὁσαιδηποτοῦν αἱ ΒΗ ΗΘ, τῇ δὲ ΓΔ βάσει ἴσαι ὁσαιδηποτοῦν αἱ ΔΚ ΚΛ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΗ ΑΘ ΑΚ ΑΛ. Καὶ ἐπεὶ ἴσαι εἰσὶν αἱ ΓΒ ΒΗ ΗΘ ἀλλήλαις, ἴσα ἐστὶ καὶ τὰ ΑΘΗ ΑΗΒ ΑΒΓ τρίγωνα ἀλλήλοις· ὁσαπλασίων ἄρα ἐστὶν ἡ ΘΓ βάσις τῆς ΒΓ βάσεως, τοσαυταπλάσιόν ἐστι καὶ τὸ ΑΘΓ τρίγωνον τοῦ ΑΒΓ τριγώνου. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ὁσαπλασίων ἐστὶν ἡ ΛΓ βάσις τῆς ΓΔ βάσεως, τοσαυταπλάσιόν ἐστι καὶ τὸ ΑΛΓ τρίγωνον τοῦ ΑΓΔ τριγώνου· καὶ εἰ ἴση ἐστὶν ἡ ΘΓ βάσις τῇ ΓΛ βάσει, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ΑΘΓ τρίγωνον τῷ ΑΓΛ τριγώνῳ, καὶ εἰ ὑπερέχει ἡ ΘΓ βάσις τῆς ΓΛ βάσεως, ὑπερέχει καὶ τὸ ΑΘΓ τρίγωνον τοῦ ΑΓΛ τριγώνου, καὶ εἰ ἔλασσον, ἔλασσον. Τεσσάρων δὴ ὄντων μεγεθῶν, δύο μὲν βάσεων τῶν ΒΓ ΓΔ, δύο δὲ τριγώνων τῶν ΑΒΓ ΑΓΔ, εἴληπται ἰσάκις πολλαπλάσια τῆς μὲν ΒΓ βάσεως καὶ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου, ἥ τε ΘΓ βάσις καὶ τὸ ΑΘΓ τρίγωνον, τῆς δὲ ΓΔ βάσεως καὶ τοῦ ΑΔΓ τριγώνου ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια ἥ τε ΛΓ βάσις καὶ τὸ ΑΛΓ τρίγωνον· καὶ δέδεικται, ὅτι εἰ ὑπερέχει ἡ ΘΓ βάσις τῆς ΓΛ βάσεως, ὑπερέχει καὶ τὸ ΑΘΓ τρίγωνον τοῦ ΑΛΓ τριγώνου, καὶ εἰ ἴση, ἴσον, καὶ εἰ ἔλασσον, ἔλασσον· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΓ βάσις πρὸς τὴν ΓΔ βάσιν, οὕτως τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΓΔ τρίγωνον. Καὶ ἐπεὶ τοῦ μὲν ΑΒΓ τριγώνου διπλάσιόν ἐστι τὸ ΕΓ παραλληλόγραμμον, τοῦ δὲ ΑΓΔ τριγώνου διπλάσιόν ἐστι τὸ ΖΓ παραλληλόγραμμον, τὰ δὲ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΓΔ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΕΓ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΖΓ παραλληλόγραμμον. Ἐπεὶ

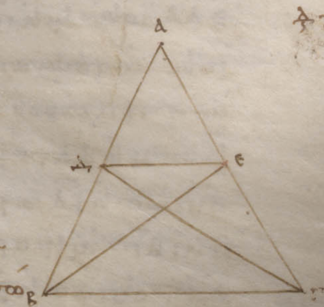


εἰ ἐλάσσων ἐλάσσων· ὡς μὲν ἡ ΒΓ βάσις πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως τὸ
ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΓΔ τρίγωνον· ὡς δὲ τὸ ΑΒΓ
τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΓΔ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΕΓ πα-
ραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΖΓ παραλληλόγραμμον· καὶ
διὰ τὸ ια΄ τοῦ ε΄ : ὡς ἄρα ἡ ΒΓ βάσις πρὸς τὴν ΓΔ βάσιν, οὕτως τὸ ΕΓ
παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΖΓ παραλληλόγραμμον.
τὰ ἄρα τρίγωνα καὶ τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ὑπὸ
τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα, πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς αἱ βάσεις.
ὅπερ ἔδει δεῖξαι :—

β΄ Ἐὰν τριγώνου ~~παρὰ μίαν~~ [πρὸς ... μι] τῶν πλευρῶν ἀχθῇ τις εὐθεῖ-
α, ἀνάλογον τεμεῖ τὰς τοῦ τριγώνου πλευράς· καὶ ἐὰν
αἱ τοῦ τριγώνου πλευραὶ ἀνάλογον τμηθῶσιν, ἡ ἐπὶ
τὰς τομὰς ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ~~παρὰ τὴν λοι~~ [παράλληλος] πὴν
ἔσται τοῦ τριγώνου πλευρᾷ. τριγώνου γὰρ τοῦ ΑΒΓ
παράλληλος μιᾷ τῶν πλευρῶν τῇ ΒΓ ἤχθω ἡ ΔΕ·
λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΑ, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς
τὴν ΕΑ. ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΕ ΓΔ. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ
διὰ τὸ λζ΄ τοῦ α΄ : ΒΔΕ τρίγωνον τῷ ΓΔΕ τριγώνῳ· ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς
βάσεώς ἐστι τῆς ΔΕ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις
ταῖς ΔΕ ΒΓ. ἄλλο δέ τι τὸ ΑΔΕ τρίγωνον. τὰ δὲ ἴσα
πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΒΔΕ
διὰ τὸ ζ΄ τοῦ ε΄ : τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΔΕ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΓΔΕ τρί-
γωνον πρὸς τὸ ΑΔΕ τρίγωνον. ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ΒΔΕ τρί-
γωνον πρὸς τὸ ΑΔΕ, οὕτως ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΑ· ὑπὸ
γὰρ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα τὴν ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὴν ΑΒ κά-
διὰ τὸ α΄ τοῦ ς΄ : θετον ἀγομένην, πρὸς ἄλληλά εἰσιν ὡς αἱ βάσεις· διὰ

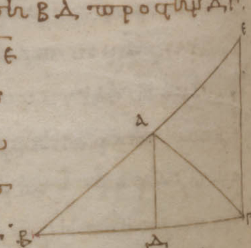
[illegible]

τὰ αὐτὰ δὴ ὡς τὸ ΓΔΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΔΕ, οὕτως ἡ ΓΕ διὰ τὸ ια΄ τοῦ ε΄
πρὸς τὴν ΕΑ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΑ, οὕτως ἡ ΓΕ
πρὸς τὴν ΕΑ. ἀλλὰ δὴ αἱ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου πλευραὶ αἱ
ΑΒ ΑΓ ἀνάλογον τετμήσθωσαν κατὰ τὰ ΔΕ σημεῖα·
ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΑ, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΕΑ· καὶ
ἐπεζεύχθω ἡ ΔΕ· λέγω ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ ΔΕ τῇ
ΒΓ. τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων ἐπεί ἐστιν ὡς
ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΑ, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΕΑ· ἀλλ' ὡς
μὲν ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΑ, οὕτως τὸ ΒΔΕ τρίγωνον πρὸς διὰ τὸ α΄ τοῦ ς΄ :
τὸ ΑΔΕ τρίγωνον· ὡς δὲ ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΕΑ, οὕτως τὸ ΓΔΕ
τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΔΕ τρίγωνον· καὶ ὡς ἄρα τὸ ΒΔΕ τρί- διὰ τὸ ια΄ τοῦ ε΄ :
γωνον πρὸς τὸ ΑΔΕ, οὕτως τὸ ΓΔΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΔΕ
τρίγωνον· ἑκάτερον ἄρα τῶν ΒΔΕ ΓΔΕ τριγώνων διὰ τὸ θ΄ τοῦ ε΄ :
πρὸς τὸ ΑΔΕ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΔΕ τρί-
γωνον τῷ ΓΔΕ τριγώνῳ· καί εἰσιν ἐπὶ τῆς αὐτῆς βά-
σεως τῆς ΔΕ· τὰ δὲ ἴσα τρίγωνα καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς
βάσεως ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστί· πα- διὰ τὸ λθ΄ τοῦ α΄ :
ράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΕ τῇ ΒΓ. ἐὰν
ἄρα τριγώνου παρὰ μίαν τῶν πλευ-
ρῶν ἀχθῇ τις εὐθεῖα, ἀνάλογον τεμεῖ
τὰς τοῦ τριγώνου πλευράς· καὶ ἐὰν αἱ
τοῦ τριγώνου πλευραὶ ἀνάλογον τμη-
θῶσιν, ἡ ἐπὶ τὰς τομὰς ἐπιζευγνυμένη
εὐθεῖα, παρὰ τὴν λοιπὴν ἔσται τοῦ τριγώ-
νου πλευράν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :—



γ΄ Ἐὰν τριγώνου ἡ γωνία δίχα τμηθῇ, ἡ δὲ τέμνουσα τὴν

γωνίαν εὐθεῖα τέμνῃ καὶ τὴν βάσιν· τὰ τῆς βάσεως τμήματα τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς· καὶ ἐὰν τὰ τῆς βάσεως τμήματα τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς, ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν τομὴν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα δίχα τέμνει τὴν τοῦ τριγώνου γωνίαν· ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ. καὶ τετμήσθω ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία δίχα ὑπὸ τῆς ΑΔ εὐθείας· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ· ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ Γ τῇ ΔΑ παράλληλος ἡ ΓΕ· καὶ διαχθεῖσα ἡ ΒΑ συμπιπτέτω αὐτῇ κατὰ τὸ Ε· καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τὰς ΑΔ, ΕΓ εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ ΑΓ, ἡ ἄρα ὑπὸ ΑΓΕ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΓΑΔ· ἀλλ' ἡ ὑπὸ ΓΑΔ τῇ ὑπὸ ΒΑΔ ὑπόκειται ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΔ ἄρα τῇ ὑπὸ ΑΓΕ ἐστὶν ἴση· πάλιν ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τὰς ΑΔ, ΕΓ εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ ΒΑΕ, ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΔ ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς τῇ ὑπὸ ΑΕΓ· ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΕ τῇ ὑπὸ ΒΑΔ ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΕ ἄρα γωνία τῇ ὑπὸ ΑΕΓ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΑΕ πλευρᾷ τῇ ΑΓ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΒΓΕ παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν ΕΓ ἦκται ἡ ΑΔ, ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΕ· ἴση δὲ ἡ ΑΕ τῇ ΑΓ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ· ἀλλὰ δὴ ἔστω ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΔ·



ἀπὸ κθ΄ τοῦ α΄:

ἀπὸ κθ΄ τοῦ α΄:

ἀπὸ β΄ τοῦ ϛ΄.

ἐπεὶ οὖν ἄλλη ... ἡ ΒΑ ἐκβαλλομένη συμπίπτει τῇ ΓΕ εὐθείᾳ ... ἐπεὶ παράλληλος ἡ ΑΔ τῇ ΓΕ καὶ εἰς αὐτὰς εὐθεῖαν ἐμπέπτωκεν ἡ ΑΓ ... συμπιπτέτω· ἀλλ' ἔστω αὐτῇ παράλληλος. καὶ ἐπεὶ τῇ ΓΕ παράλληλος ἡ ΑΔ ... ἐμπίπτει εἰς ἀδύνατα μὴ συμπίπτειν ... παράλληλοι· ὥστε ἡ ΒΕ τῇ ΑΔ παράλληλος. συνέπεσεν δὲ ... εὐθεῖαι παράλληλοι, καὶ ἀλλήλαις παράλληλοι ... ἡ ΒΕ τῇ ΓΕ ἐκβαλλομένη ἄρα συμπιπτέτω.

λέγω ὅτι δίχα τέτμηται ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία ὑπὸ τῆς ΑΔ εὐθείας· τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων· ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ· ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΕ· τριγώνου γὰρ τοῦ ΒΓΕ παρὰ μίαν τὴν ΕΓ ἦκται ἡ ΑΔ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΕ· ἴση ἄρα ἡ ΑΓ τῇ ΑΕ· ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΕΓ τῇ ὑπὸ ΑΓΕ ἐστὶν ἴση· ἀλλ' ἡ μὲν ὑπὸ ΑΕΓ τῇ ἐκτὸς τῇ ὑπὸ ΒΑΔ ἐστὶν ἴση· ἡ δὲ ὑπὸ ΑΓΕ τῇ ἐναλλὰξ τῇ ὑπὸ ΓΑΔ ἐστὶν ἴση· ἡ ἄρα ὑπὸ ΒΑΓ γωνία δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς ΑΔ εὐθείας· ἐὰν ἄρα τριγώνου ἡ γωνία δίχα τμηθῇ, ἡ δὲ τέμνουσα αὐτὴν εὐθεῖα τέμνῃ καὶ τὴν βάσιν, τὰ τῆς βάσεως τμήματα τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς· καὶ ἐὰν τὰ τῆς βάσεως τμήματα τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς, ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν τομὴν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα δίχα τέμνει τὴν τοῦ τριγώνου γωνίαν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—

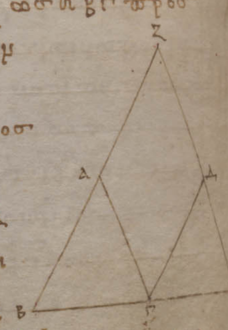
ἀπὸ ια΄ τοῦ ε΄:

ἀπὸ ϛ΄ τοῦ α΄

ἀπὸ κθ΄ τοῦ α΄

δ΄ Τῶν ἰσογωνίων τριγώνων ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι· ἔστω ἰσογώνια τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΓΔΕ. ἴσην ἔχοντα τὴν μὲν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΔΓΕ· τὴν δὲ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΓΔΕ· καὶ ἔτι τὴν ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΓΕΔ. λέγω ὅτι τῶν ΑΒΓ, ΔΓΕ τριγώνων, ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι· κείσθω γὰρ ἐπ' εὐθείας ἡ ΒΓ τῇ ΓΕ· καὶ

ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΓΒ γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάττονές εἰσιν. ἴση δὲ ἡ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΕΓ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΒΓ, ΔΕΓ δύο ὀρθῶν ἐλάττονές εἰσιν· αἱ ΒΑ, ΕΔ ἄρα ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται. ἐκβεβλήσθωσαν καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Ζ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔΓΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΒΓ, παράλληλός ἐστιν ἡ ΒΖ τῇ ΓΔ. πάλιν, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΕΓ, παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΓ τῇ ΖΕ. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΖΑΓΔ· ἴση ἄρα ἡ μὲν ΖΑ τῇ ΔΓ, ἡ δὲ ΑΓ τῇ ΖΔ. καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΖΒΕ παρὰ μίαν τὴν ΖΕ ἦκται ἡ ΑΓ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΖ, οὕτως ἡ ΒΓ πρὸς ΓΕ. ἴση δὲ ἡ ΑΖ τῇ ΓΔ· ὡς ἄρα ἡ ΒΑ πρὸς ΓΔ, οὕτως ἡ ΒΓ πρὸς ΓΕ, καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, οὕτως ἡ ΔΓ πρὸς ΓΕ. πάλιν, ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΓΔ τῇ ΒΖ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΓ πρὸς ΓΕ, οὕτως ἡ ΖΔ πρὸς ΔΕ. ἴση δὲ ἡ ΖΔ τῇ ΑΓ· ὡς ἄρα ἡ ΒΓ πρὸς ΓΕ, οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς ΔΕ. ἐναλλὰξ ἄρα ὡς ἡ ΒΓ πρὸς ΓΑ, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς ΕΔ. ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη ὡς μὲν ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, οὕτως ἡ ΔΓ πρὸς ΓΕ, ὡς δὲ ἡ ΒΓ πρὸς ΓΑ, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς ΕΔ, δι' ἴσου ἄρα ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς ΔΕ. τῶν ἄρα ἰσογωνίων τριγώνων ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



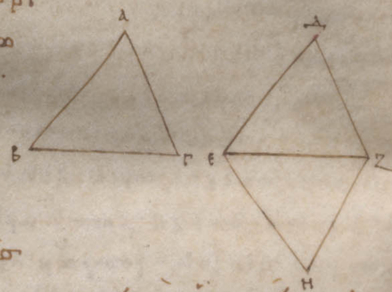


Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχῃ, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν. ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχοντα, ὡς μὲν τὴν ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως τὴν ΔΕ πρὸς ΕΖ, ὡς δὲ τὴν ΒΓ πρὸς τὴν ΓΑ, οὕτως τὴν ΕΖ πρὸς ΖΔ, καὶ ἔτι ὡς τὴν ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως τὴν ΕΔ πρὸς ΔΖ. λέγω ὅτι ἰσογώνιόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ, καὶ ἴσας ἕξουσι τὰς γωνίας ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν, τὴν μὲν ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, τὴν δὲ ὑπὸ ΒΓΑ τῇ ὑπὸ ΕΖΔ, καὶ ἔτι τὴν ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ. συνεστάτω γὰρ πρὸς τῇ ΕΖ εὐθείᾳ καὶ τοῖς πρὸς αὐτῇ σημείοις τοῖς Ε, Ζ τῇ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΖΕΗ, τῇ δὲ ὑπὸ ΑΓΒ ἴση ἡ ὑπὸ ΕΖΗ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΑΓ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΕΗΖ ἐστὶν ἴση. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΕΗΖ τριγώνῳ. τῶν ἄρα ΑΒΓ, ΖΕΗ τριγώνων ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας πλευραὶ ὑποτείνουσαι· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, οὕτως ἡ ΗΕ πρὸς ΕΖ. ἀλλ' ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, οὕτως ὑπόκειται ἡ ΔΕ πρὸς ΕΖ· ὡς ἄρα ἡ ΔΕ πρὸς ΕΖ, οὕτως ἡ ΗΕ πρὸς ΕΖ. ἑκατέρα ἄρα τῶν ΔΕ, ΗΕ πρὸς τὴν ΕΖ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΕ τῇ ΗΕ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΔΖ τῇ ΗΖ ἐστὶν ἴση. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΔΕ τῇ ΕΗ, κοινὴ δὲ ἡ ΕΖ, δύο δὴ αἱ ΔΕ, ΕΖ δυσὶ ταῖς ΗΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσίν· καὶ βάσις ἡ ΔΖ βάσει τῇ ΖΗ ἐστὶν ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΕΖ





γωνίαι τῇ ὑπὸ ΗΕΖ ἐστὶν ἴση· καὶ τὸ ΔΕΖ τρίγωνον τῷ
ΗΕΖ τριγώνῳ ἴσον ἐστί· καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς
γωνίαις ἴσαι ἔσονται, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνου-
σιν· ἴση ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ μὲν ὑπὸ ΔΖΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΗΖΕ
ἡ δὲ ὑπὸ ΕΔΖ τῇ ὑπὸ ΕΗΖ· καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν ὑπὸ ΖΕΔ τῇ
ὑπὸ ΗΕΖ ἐστὶν ἴση, ἀλλ' ἡ ὑπὸ ΗΕΖ τῇ ὑπὸ ΑΒΓ· καὶ ἡ ὑ-
πὸ ΑΒΓ ἄρα γωνία τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστὶν ἴση· διὰ τὰ αὐτὰ
δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ ἐστὶν ἴση· καὶ ἔτι ἡ πρὸς τῷ
Α τῇ πρὸς τῷ Δ· ἰσογώνι-
ον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγω-
νον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ.

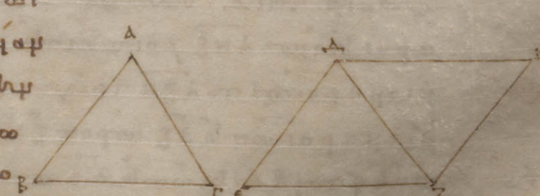


Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα
τὰς πλευρὰς ἀνάλογον
ἔχῃ, ἰσογώνια ἔσται τὰ
τρίγωνα καὶ ἴσας ἕξει τὰς
γωνίας, ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι :~

ϛʹ Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ,
περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ἰ-
σογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας,
ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν. Ἔστω δύο τρί-
γωνα τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ, μίαν γωνίαν τὴν ὑπὸ ΒΑΓ μιᾷ
γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἴσην ἔχοντα, περὶ δὲ τὰς ἴσας
γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ὡς τὴν ΒΑ πρὸς ΑΓ,
οὕτως τὴν ΕΔ πρὸς ΖΔ· λέγω ὅτι ἰσογώνιόν ἐστι τὸ
ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ, καὶ ἴσην ἕξει τὴν μὲν

ὑπὸ ΑΒΓ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΔΕΖ· τὴν δὲ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ
ΔΖΕ· συνεστάτω γὰρ πρὸς μὲν τῇ ΔΖ εὐθείᾳ καὶ τοῖς πρὸς διὰ τὸ κγʹ τοῦ αʹ :
αὐτῇ σημείοις τοῖς Δ Ζ ὁποτέρᾳ μὲν τῶν ὑπὸ ΒΑΓ ΕΔΖ
ἴση ἡ ὑπὸ ΖΔΗ· τῇ δὲ ὑπὸ ΑΓΒ ἴση ἡ ὑπὸ ΔΖΗ· λοιπὴ
ἄρα ἡ πρὸς τῷ Β λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ Η ἴση ἐστίν· ἰσο-
γώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΗΖ τριγώνῳ·
ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως ἡ ΗΔ πρὸς
ΔΖ· ὑπόκειται δὲ καὶ ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως ἡ ΕΔ
πρὸς ΔΖ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΕΔ πρὸς ΔΖ, οὕτως ἡ ΗΔ πρὸς διὰ τὸ ιαʹ τοῦ εʹ :
ΔΖ· ἴση ἄρα ἡ ΕΔ τῇ ΔΗ· καὶ κοινὴ ἡ ΔΖ· δύο δὴ αἱ διὰ τὸ θʹ τοῦ εʹ :
ΕΔ ΔΖ δυσὶ ταῖς ΗΔ ΔΖ ἴσαι εἰσίν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ
ΕΔΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΗΔΖ ἐστὶν ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΕΖ διὰ τὸ δʹ τοῦ αʹ :
βάσει τῇ ΗΖ ἐστὶν ἴση· καὶ τὸ ΔΕΖ τρίγωνον τῷ ΗΔΖ
τριγώνῳ ἴσον ἐστί· καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς
γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς
αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ὑ-
πὸ ΔΖΗ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ, ἡ δὲ πρὸς τῷ Η τῇ πρὸς τῷ Ε·
ἀλλ' ἡ ὑπὸ ΔΖΗ τῇ ὑπὸ ΑΓΒ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΒ
ἄρα τῇ ὑπὸ ΔΖΕ ἐστὶν ἴση· ὑπόκειται δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ
τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἴση· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ Β λοιπῇ
τῇ πρὸς τῷ Ε ἴση ἐστίν· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρί-
γωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ.

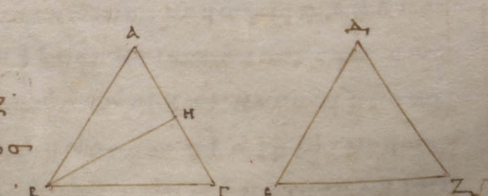
Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα μίαν
γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην
ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γω-
νίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογ(ον)

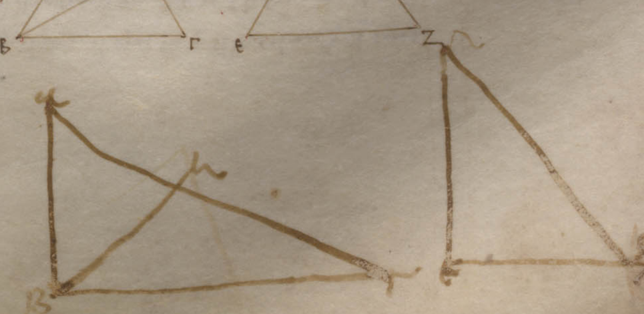


γον· ἰσογώνια ἐστι τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἕξει τὰς γω-
νίας ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ὅπερ
ἔδει δεῖξαι :~

ζ΄ Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ·
περὶ δὲ ἄλλας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον· τῶν δὲ
λοιπῶν ἑκατέραν ἅμα ἤτοι ἐλάσσονα ἢ μὴ ἐλάσσο-
να ὀρθῆς· ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἕξει
τὰς γωνίας περὶ ἃς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραί· ἔστω
δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ μίαν γωνίαν μιᾷ γωνί-
ᾳ ἴσην ἔχοντα τὴν ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ· περὶ δὲ
ἄλλας γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΒΓ ΔΕΖ τὰς πλευρὰς ἀνά-
λογον ὡς τὴν ΑΒ πρὸς ΒΓ, οὕτως τὴν ΔΕ πρὸς ΕΖ·
τῶν δὲ λοιπῶν τῶν πρὸς τοῖς Γ Ζ πρότερον ἑκατέ-
ραν ἅμα ἐλάσσονα ὀρθῆς· λέγω ὅτι ἰσογώνιόν ἐστι
τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ· καὶ ἴση ἔσται ἡ ὑ-
πὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΕΖ· καὶ λοιπὴ δηλονότι ἡ
πρὸς τῷ Γ λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ Ζ ἴση· εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν
ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, μία αὐτῶν μείζων
ἐστίν· ἔστω μείζων ἡ ὑπὸ ΑΒΓ· καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ
ἀπὸ τοῦ κγ΄ τοῦ α΄: ΑΒ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Β τῇ ὑπὸ
ΔΕΖ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΑΒΗ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν Α
γωνία τῇ Δ, ἡ δὲ ὑπὸ ΑΒΗ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, λοιπὴ
ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΗΒ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ ἐστὶν ἴση· ἰσογώ-
νιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΗ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ·
ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΗ, οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς ΕΖ· ὑ-
ἀπὸ τοῦ δ΄ τοῦ ϛ΄ πόκειται δὲ καὶ ὡς ἡ ΔΕ πρὸς ΕΖ, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ·

καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς ΒΗ· ἡ ΑΒ ἄρα
πρὸς ἑκατέραν τῶν ΒΓ ΒΗ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἴση ἄ-
ρα ἡ ΒΓ τῇ ΒΗ· ὥστε καὶ γωνία ἡ πρὸς τῷ Γ γωνίᾳ τῇ
ὑπὸ ΒΗΓ ἐστὶν ἴση· ἐλάττων δὲ ὀρθῆς ὑπόκειται ἡ πρὸς
τῷ Γ· ἐλάττων ἄρα ἐστὶν ὀρθῆς καὶ ἡ ὑπὸ ΒΗΓ· ὥστε ἡ
ἐφεξῆς αὐτῇ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΗΒ μείζων ἐστὶν ὀρθῆς·
καὶ ἐδείχθη ἴση οὖσα τῇ πρὸς τῷ Ζ· καὶ ἡ πρὸς τῷ Ζ ἄρα
μείζων ἐστὶν ὀρθῆς· ὑπόκειται δὲ ἐλάσσων ὀρθῆς· ὅ-
περ ἐστὶν ἄτοπον· οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γω-
νία τῇ ὑπὸ ΔΕΖ· ἴση ἄρα· ἔστιν δὲ καὶ ἡ πρὸς τῷ Α γω-
νίᾳ ἴση τῇ πρὸς τῷ Δ· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ Γ
λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ Ζ ἴση ἐστίν· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ
ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ· ἀλλὰ δὴ πάλιν ὑ-
ποκείσθω ἑκατέρα τῶν πρὸς τοῖς Γ Ζ μὴ ἐλάττων ὀρ-
θῆς· λέγω πάλιν ὅτι καὶ οὕτως ἐστὶν ἰσογώνιον τὸ ΑΒΓ
τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ· τῶν γὰρ αὐτῶν κατα-
σκευασθέντων· ὁμοίως δείξομεν ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ
τῇ ΒΗ· ὥστε καὶ γωνία ἡ πρὸς τῷ Γ τῇ ὑπὸ ΒΗΓ ἴση
ἐστίν· οὐκ ἐλάττων δὲ ὀρθῆς ἡ πρὸς τῷ Γ· οὐκ ἐλάττων
ἄρα ὀρθῆς οὐδὲ ἡ ὑπὸ ΒΗΓ· τριγώνου δὴ τοῦ ΒΗΓ ἀπὸ τοῦ ιζ΄ τοῦ α΄· αἱ δύο
αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν οὐκ εἰσὶν ἐλάττονες· ὅπερ δύο ὀρθῶν
ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα
πάλιν ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ
ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΕΖ·
ἴση ἄρα· ἔστι δὲ καὶ ἡ πρὸς
τῷ Α τῇ πρὸς τῷ Δ ἴση·





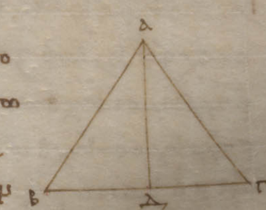
λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ Γ λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ Ζ ἴση ἐστίν· ἰ-
σογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ·
ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴ-
σην ἔχῃ· περὶ δὲ ἄλλας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλο-
γον· τῶν δὲ λοιπῶν ἑκατέραν ἅμα ἤτοι ἐλάσσονα ἢ μὴ
ἐλάσσονα ὀρθῆς· ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴ-
σας ἕξει τὰς γωνίας περὶ ἃς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευ-
ραί· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—

Η'

Ἐὰν ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνί-
ας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀχθῇ, τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ
τρίγωνα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις· ἔστω τρί-
γωνον ὀρθογώνιον τὸ ΑΒΓ, ὀρθὴν ἔχον τὴν ὑπὸ ΒΑΓ
γωνίαν· καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὴν ΒΓ κάθετος ἡ ΑΔ·
λέγω ὅτι ὅμοιόν ἐστιν ἑκάτερον τῶν ΑΒΔ, ΑΔΓ τριγώ-
νων ὅλῳ τῷ ΑΒΓ καὶ ἔτι ἀλλήλοις· ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ
ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΑΔΒ· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· καὶ κοινὴ
τῶν δύο τριγώνων τοῦ τε ΑΒΓ καὶ τοῦ ΑΒΔ ἡ πρὸς τῷ Β·
λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΒ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΒΑΔ ἐστὶν ἴση·
ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΒΔ τριγώ-
νῳ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΓΒ ὑποτείνουσα τὴν ὀρθὴν τοῦ
ΑΒΓ τριγώνου πρὸς τὴν ΒΑ ὑποτείνουσαν τὴν ὀρθὴν
τοῦ ΑΒΔ τριγώνου, οὕτως αὐτὴ ἡ ΑΒ ὑποτείνουσα
τὴν πρὸς τῷ Γ γωνίαν τοῦ ΑΒΓ τριγώνου πρὸς τὴν ΒΔ
ὑποτείνουσαν τὴν ἴσην τὴν ὑπὸ ΒΑΔ τοῦ ΑΒΔ τρι-
ἀ τ Α τ ς: γώνου· καὶ ἔτι ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΑΔ ὑποτείνουσα τὴν πρὸς
τῷ Β γωνίαν κοινὴν τῶν δύο τριγώνων· τὸ ΑΒΓ ἄρα

τρίγωνον τῷ ΑΒΔ τριγώνῳ ἰσογώνιόν τέ ἐστι καὶ τὰς
περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει· ὅμοιον
ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΒΔ τριγώνῳ· ὁμοίως
δὴ δείξομεν ὅτι καὶ τῷ ΑΔΓ τριγώνῳ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΑΒΓ·
ἑκάτερον ἄρα τῶν ΑΒΔ, ΑΔΓ τριγώνων ὅμοιόν ἐστιν
ὅλῳ τῷ ΑΒΓ· λέγω δὴ ὅτι καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ὅμοια τὰ
ΑΒΔ, ΑΔΓ τρίγωνα· ἐπεὶ γὰρ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΒΔΑ ὀρθῇ
τῇ ὑπὸ ΑΔΓ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ μὴν καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΔ τῇ πρὸς
τῷ Γ ἐδείχθη ἴση· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ Β λοιπῇ
τῇ ὑπὸ ΔΑΓ ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΔ τρί-
γωνον τῷ ΑΔΓ τριγώνῳ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΔ τοῦ
ΑΒΔ τριγώνου ὑποτείνουσα τὴν ὑπὸ ΒΑΔ πρὸς τὴν
ΔΑ τοῦ ΑΔΓ τριγώνου ὑποτείνουσαν τὴν πρὸς τῷ Γ
ἴσην τῇ ὑπὸ ΒΑΔ, οὕτως αὐτὴ ἡ ΑΔ τοῦ ΑΒΔ τριγώ-
νου ὑποτείνουσα τὴν πρὸς τῷ Β γωνίαν πρὸς τὴν ΔΓ
ὑποτείνουσαν τὴν ὑπὸ ΔΑΓ τοῦ ΑΔΓ τριγώνου ἴσην
τῇ πρὸς τῷ Β· καὶ ἔτι ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ ὑποτείνουσαι
τὰς ὀρθάς· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΔ τρίγωνον τῷ ΑΔΓ
τριγώνῳ· ἐὰν ἄρα ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀ-
πὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀχθῇ,
τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ
καὶ ἀλλήλοις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—

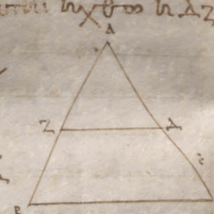
πο Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν ἐν ὀρθο-
γωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γω-
νίας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀχθῇ, ἡ
ἀχθεῖσα τῶν τῆς βάσεως τμημάτων



[illegible] ἀφελεῖν· [illegible]

μέση ἀνάλογόν ἐστι· καὶ ἔτι τῆς βάσεως καὶ ἑνὸς ὁποιουοῦν
τῶν τμημάτων· ἡ πρὸς τῷ τμήματι πλευρὰ μέση ἀνά-
λογόν ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

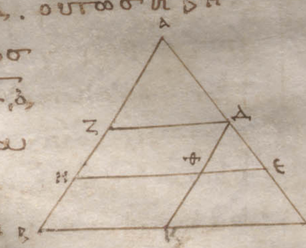
θ΄ Τῆς δοθείσης εὐθείας· τὸ προσταχθὲν μέρος ἀφελεῖν.
ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ· δεῖ δὴ τῆς ΑΒ τὸ προσταχθὲν
μέρος ἀφελεῖν· ἐπιτετάχθω δὴ τὸ τρίτον· καὶ διήχθω
τις ἀπὸ τοῦ Α εὐθεῖα ἡ ΑΓ· γωνίαν περιέχουσα μετὰ
τῆς ΑΒ τυχοῦσαν· καὶ εἰλήφθω τυχὸν σημεῖον ἐπὶ τῆς
ΑΓ τὸ Δ· καὶ κείσθωσαν τῇ ΑΔ ἴσαι αἱ ΔΕ ΕΓ· καὶ ἐπεζεύ-
χθω ἡ ΒΓ· καὶ διὰ τοῦ Δ παράλληλος αὐτῇ ἤχθω ἡ ΔΖ (λα΄ τοῦ α΄:)
ἐπεὶ οὖν τριγώνου τοῦ ΑΒΓ παρὰ μίαν
τῶν πλευρῶν τὴν ΒΓ ἦκται ἡ ΔΖ· ἀνά- (β΄ τοῦ ς΄:)
λογόν ἐστιν ὡς ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΔΑ.
οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΖΑ· διπλῆ δὲ ἡ ΓΔ
τῆς ΔΑ· διπλῆ ἄρα καὶ ἡ ΒΖ τῆς ΖΑ·



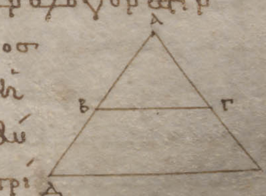
τριπλῆ ἄρα ἡ ΒΑ τῆς ΑΖ· τῆς ἄρα δοθείσης εὐθεί-
ας τῆς ΑΒ· τὸ ἐπιταχθὲν τρίτον μέρος ἀφῄρηται
τὸ ΑΖ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:

ι΄ Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄτμητον τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ
τετμημένῃ ὁμοίως τεμεῖν· ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐ-
θεῖα ἄτμητος ἡ ΑΒ· ἡ δὲ τετμημένη ἡ ΑΓ κατὰ τὰ
Δ Ε σημεῖα· καὶ κείσθωσαν ὥστε γωνίαν τυχοῦσαν πε-
ριέχειν καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ· καὶ διὰ τῶν Δ Ε τῇ ΒΓ πα-
ράλληλοι ἤχθωσαν αἱ ΔΖ ΕΗ· διὰ δὲ τοῦ Δ τῇ ΑΒ πα- (λα΄ τοῦ α΄:)
ράλληλος ἤχθω ἡ ΔΘΚ· παραλληλόγραμμον ἄρα
ἐστὶν ἑκάτερον τῶν ΖΘ ΘΒ· ἴση ἄρα ἡ μὲν ΔΘ τῇ Ζ[Η] (λδ΄ τοῦ α΄:)

ἡ δὲ ΘΚ τῇ ΗΒ· καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΔΚΓ παρὰ μίαν τῶν
πλευρῶν τὴν ΚΓ εὐθεῖα ἦκται ἡ ΘΕ· ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν
ὡς ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΕΔ· οὕτως ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ· ἴση δὲ ἡ μὲν (β΄ τοῦ ς΄:)
ΚΘ τῇ ΒΗ, ἡ δὲ ΘΔ τῇ ΗΖ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΓΕ πρὸς
τὴν ΕΔ οὕτως ἡ ΒΗ πρὸς ΗΖ· πάλιν ἐπεὶ τριγώνου τοῦ
ΑΗΕ παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν ΗΕ ἦκται ἡ ΖΔ· ἀ-
νάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΕΔ πρὸς ΔΑ· οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς (β΄ τοῦ ς΄:)
ΖΑ· ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ἡ ΓΕ πρὸς ΕΔ· οὕτως ἡ ΒΗ
πρὸς ΗΖ· ἔστιν ἄρα ὡς μὲν ἡ ΓΕ πρὸς
ΕΔ· οὕτως ἡ ΒΗ πρὸς ΗΖ· ὡς δὲ ἡ ΕΔ
πρὸς ΔΑ· οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς ΖΑ· ἡ ἄ-
ρα δοθεῖσα εὐθεῖα ἄτμητος ἡ ΑΒ
τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τετμημένῃ τῇ
ΑΓ ὁμοίως τέτμηται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:

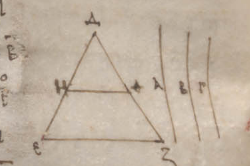


ια΄ Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν· τρίτην ἀνάλογον προσευρεῖν·
ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι αἱ ΒΑ ΑΓ· καὶ κείσθωσαν
γωνίαν περιέχουσαι τυχοῦσαν· δεῖ δὴ τῶν ΒΑ ΑΓ
τρίτην ἀνάλογον προσευρεῖν· ἐκβεβλήσθωσαν γὰρ
αἱ ΑΒ ΑΓ ἐπὶ τὰ Δ Ε σημεῖα· καὶ κείσθω τῇ ΑΓ ἴση ἡ
ΒΔ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ· καὶ διὰ τοῦ Δ παράλληλος αὐτῇ
ἤχθω ἡ ΔΕ· ἐπεὶ οὖν τριγώνου τοῦ ΑΔΕ παρὰ μίαν (β΄ τοῦ ς΄:)
τῶν πλευρῶν τὴν ΔΕ ἦκται ἡ ΒΓ· ἀνάλογόν ἐστιν
ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΔ· οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς
ΓΕ· ἴση δὲ ἡ ΒΔ τῇ ΑΓ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ
ΑΒ πρὸς ΑΓ· οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς ΓΕ· δύ-
ο ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν ΑΒ ΑΓ· τρί-



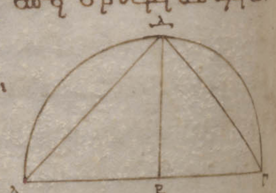
τῇ ἀνάλογον αὐταῖς προσεύρηται ἡ ΓΕ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:

ΙΒ Τριῶν δοθεισῶν εὐθειῶν, τὴν τετάρτην ἀνάλογον προσευρεῖν. Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι τρεῖς εὐθεῖαι αἱ Α Β Γ· δεῖ δὴ τῶν Α Β Γ τετάρτην ἀνάλογον προσευρεῖν. Ἐκκείσθωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ ΔΕ ΔΖ, γωνίαν περιέχουσαι τυχοῦσαν τὴν ὑπὸ ΕΔΖ· καὶ κείσθω τῇ μὲν Α ἴση ἡ ΔΗ, τῇ δὲ Β ἴση ἡ ΗΕ, καὶ ἔτι τῇ Γ ἴση ἡ ΔΘ· καὶ ἐπιζευχθείσης τῆς ΗΘ, παράλληλος αὐτῇ ἤχθω διὰ τοῦ Ε ἡ ΕΖ. Ἐπεὶ οὖν τριγώνου τοῦ ΔΕΖ παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν ΗΘ ἦκται ἡ ΕΖ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΔΗ πρὸς ΗΕ, οὕτως ἡ ΔΘ πρὸς ΘΖ· ἴση δὲ ἡ μὲν ΔΗ τῇ Α, ἡ δὲ ΗΕ τῇ Β, ἡ δὲ ΔΘ τῇ Γ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, οὕτως ἡ Γ πρὸς ἄλλην τὴν ΘΖ. Τριῶν ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν Α Β Γ, τετάρτη ἀνάλογον προσεύρηται ἡ ΘΖ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:



δ τοῦ β τοῦ ς:

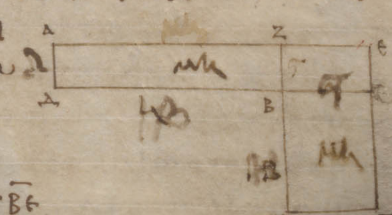
ΙΓ Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν, μέσην ἀνάλογον προσευρεῖν. Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΒ ΒΓ· δεῖ δὴ τῶν ΑΒ ΒΓ μέσην ἀνάλογον προσευρεῖν. Κείσθωσαν ἐπ' εὐθείας, καὶ γεγράφθω ἐπὶ τῆς ΑΓ ἡμικύκλιον τὸ ΑΔΓ, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Β σημείου τῇ ΑΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΒΔ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ ΔΓ. Ἐπεὶ ἐν ἡμικυκλίῳ γωνία ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΔΓ, ὀρθή ἐστιν· καὶ ἐπεὶ ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ τῷ ΑΔΓ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἦκται ἡ ΔΒ, ἡ ΔΒ ἄρα τῶν τῆς βάσεως τμημάτων μέση ἀνάλογόν ἐστιν· δύο ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν ΑΒ ΒΓ μέση ἀνάλογον προσεύρηται ἡ ΔΒ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:



δ τοῦ λ α τοῦ γ:

δ τοῦ ο τοῦ η:

ΙΔ Τῶν ἴσων τε καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν παραλληλογράμμων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· καὶ ὧν παραλληλογράμμων μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα. Ἔστω ἴσα παραλληλόγραμμα τὰ ΑΒ ΒΓ, ἴσας ἔχοντα τὰς πρὸς τῷ Β γωνίας, καὶ κείσθωσαν ἐπ' εὐθείας αἱ ΔΒ ΒΕ· ἐπ' εὐθείας ἄρα εἰσὶν καὶ αἱ ΖΒ ΒΗ. Λέγω ὅτι τῶν ΑΒ ΒΓ ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, τουτέστιν ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΔΒ πρὸς ΒΕ, οὕτως ἡ ΗΒ πρὸς ΒΖ. Συμπεπληρώσθω γὰρ τὸ ΖΕ παραλληλόγραμμον. Ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒ παραλληλόγραμμον τῷ ΒΓ παραλληλογράμμῳ, ἄλλο δέ τι τὸ ΖΕ, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΖΕ, οὕτως τὸ ΒΓ πρὸς τὸ ΖΕ. Ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΖΕ, οὕτως ἡ ΔΒ πρὸς ΒΕ· ὡς δὲ τὸ ΒΓ πρὸς ΖΕ, οὕτως ἡ ΗΒ πρὸς ΒΖ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΔΒ πρὸς ΒΕ, οὕτως ἡ ΗΒ πρὸς ΒΖ. Τῶν ἄρα ΑΒ ΒΓ παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας. Ἀλλὰ δὴ ἀντιπεπονθέτωσαν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, καὶ ἔστω ὡς ἡ ΔΒ πρὸς ΒΕ,



δ α δυνατ.

δ τοῦ ζ τοῦ ε:

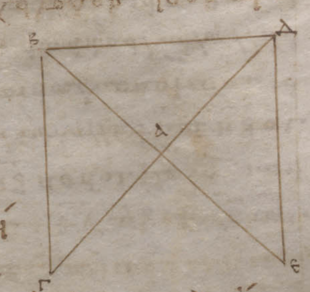
δ τοῦ λ α τοῦ ς:

δ τοῦ ι α τοῦ ε:

οὕτως ἡ ΗΒ πρὸς ΒΖ. λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒ παραλλη-
λόγραμμον τῷ ΒΓ παραλληλογράμμῳ. ἐπεὶ γάρ ἐστιν
ὡς ἡ ΔΒ πρὸς ΒΕ, οὕτως ἡ ΗΒ πρὸς ΒΖ. ἀλλ' ὡς μὲν
ἀ τ̊ ά τ̆ ϛ: ἡ ΔΒ πρὸς ΒΕ, οὕτως τὸ ΑΒ παραλληλόγραμμον πρὸς
ἀ τ̊ θ τ̆ ε: τὸ ΖΕ παραλληλόγραμμον· ὡς δὲ ἡ ΗΒ πρὸς ΒΖ. οὕ-
τως τὸ ΒΓ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΖΕ· καὶ ὡς ἄρα
τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΖΕ, οὕτως τὸ ΒΓ πρὸς τὸ ΖΕ. ἴσον ἄρα ἐστὶ
τὸ ΑΒ παραλληλόγραμμον τῷ ΒΓ παραλληλογράμ-
μῳ. τῶν ἄρα ἴσων καὶ ἰσογωνίων παραλληλογράμ-
μων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας
γωνίας· καὶ ὧν ἰσογωνίων παραλληλογράμμων ἀν-
τιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας,
ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

ιε Τῶν ἴσων καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν τριγώ-
νων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας
γωνίας· καὶ ὧν μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν τρι-
γώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴ-
σας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα. Ἔστω ἴσα τρίγωνα
τὰ ΑΒΓ ΑΔΕ μίαν μιᾷ ἴσην ἔχοντα γωνίαν τὴν ὑπὸ
ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΔΑΕ. λέγω ὅτι τῶν ΑΒΓ ΑΔΕ τριγώνων
ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας·
τουτέστιν ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΓΑ πρὸς ΑΔ, οὕτως ἡ ΕΑ πρὸς
ΑΒ. κείσθω γὰρ ὥστε ἐπ' εὐθείας εἶναι τὴν ΓΑ τῇ ΑΔ· ἐ-
π' εὐθείας ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΕΑ τῇ ΑΒ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΔ.
ζ τ̊ ε ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΔΕ τριγώ-
νῳ· ἄλλο δέ τι τὸ ΒΑΔ. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΒΑΓ τρίγωνον

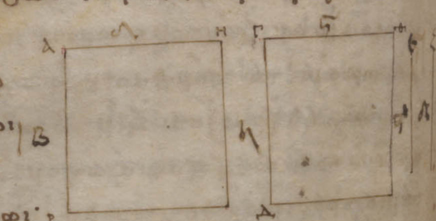
πρὸς τὸ ΒΑΔ τρίγωνον· οὕτως τὸ ΕΑΔ τρίγωνον πρὸς τὸ
ΒΑΔ τρίγωνον· ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ΓΑΒ πρὸς τὸ ΒΑΔ. οὕτως
ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΑΔ· ὡς δὲ τὸ ΕΑΔ πρὸς τὸ ΒΑΔ. οὕτως ἡ
ΕΑ πρὸς τὴν ΑΒ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΑΔ. οὕτως ἡ
ΕΑ πρὸς τὴν ΑΒ. τῶν ΑΒΓ ΑΔΕ ἄρα τριγώνων ἀντι-
πεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας. ἀλ-
λὰ δὴ ἀντιπεπονθέτωσαν αἱ πλευραὶ τῶν ΑΒΓ ΑΔΕ
τριγώνων· καὶ ἔστω ὡς ἡ ΓΑ πρὸς ΑΔ. οὕτως ἡ ΕΑ
πρὸς ΑΒ· λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΔΕ
τριγώνῳ· ἐπιζευχθείσης γὰρ πάλιν τῆς ΒΔ, ἐπεί
ἐστιν ὡς ἡ ΓΑ πρὸς ΑΔ. οὕτως ἡ ΕΑ πρὸς ΑΒ· ἀλλ' ὡς
μὲν ἡ ΓΑ πρὸς ΑΔ. οὕτως τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς
τὸ ΒΑΔ τρίγωνον· ὡς δὲ ἡ ΕΑ πρὸς ΑΒ. οὕτως τὸ ΕΑΔ
τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΑΔ τρίγωνον· ὡς ἄρα τὸ ΑΒΓ τρί-
γωνον πρὸς τὸ ΒΑΔ τρίγωνον· οὕτως ἑκάτερον τῶν ἀ τ̊ θ τ̆ ε:
ΑΒΓ ΕΑΔ πρὸς τὸ ΒΑΔ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. ἴσον ἄρα
ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΕΑΔ τρι-
γώνῳ. τῶν ἄρα ἴσων καὶ μίαν μιᾷ
ἴσην ἐχόντων γωνίαν τριγώ-
νων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ
αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας. καὶ ὧν μί-
αν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν τρι-



γώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας
γωνίας, ἐκεῖνα ἴσα ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

ιϛ Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων
περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων

περιεχομένωι ὀρθογωνίωι· κἂν τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων
περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἦι τῶι ὑπὸ τῶν
μέσων περιεχομένωι ὀρθογωνίωι· αἱ τέσσαρες
εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται· ἔστωσαν τέσσαρες εὐθεῖαι
ἀνάλογον αἱ ΑΒ ΓΔ Ε Ζ· ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ· οὕτως
ἡ Ε πρὸς τὴν Ζ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ Ζ περιε-
χόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῶι ὑπὸ τῶν ΓΔ Ε περι-
εχομένωι ὀρθογωνίωι· ἤχθωσαν γὰρ ἀπὸ τῶν
Α Γ σημείων ταῖς ΑΒ ΓΔ εὐθείαις πρὸς ὀρθὰς αἱ ΑΗ
ΓΘ· καὶ κείσθω τῆι μὲν Ζ ἴση ἡ ΑΗ· τῆι δὲ Ε ἴση ἡ ΓΘ· καὶ
συμπεπληρώσθωσαν τὰ ΒΗ ΔΘ παραλληλόγραμμα·
καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ· οὕτως ἡ Ε πρὸς τὴν Ζ·
ἴση δὲ ἡ μὲν Ε τῆι ΓΘ· ἡ δὲ Ζ τῆι ΑΗ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ
πρὸς τὴν ΓΔ· οὕτως ἡ ΓΘ πρὸς τὴν ΑΗ· τῶν ΒΗ ΔΘ ἄ-
ρα παραλληλογράμμων· ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευ-
ραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· ὧν δὲ ἰσογωνίων πα-
ραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ πε-
δ τ ι α τ ς : ρὶ τὰς ἴσας γωνίας· ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα· ἴσον ἄρα ἐστὶ
τὸ ΒΗ παραλληλόγραμμον τῶι ΔΘ παραλληλογράμ-
μωι· καί ἐστι τὸ μὲν ΒΗ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ Ζ· ἴση γὰρ ἡ ΑΗ
τῆι Ζ· τὸ δὲ ΔΘ τὸ ὑπὸ τῶν ΓΔ Ε· ἴση γὰρ ἡ Ε τῆι
ΓΘ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν
ΑΒ Ζ περιεχόμενον ὀρ-
θογώνιον ἴσον ἐστὶ τῶι
ὑπὸ τῶν ΓΔ Ε περι-
εχομένωι ὀρθογωνίωι·
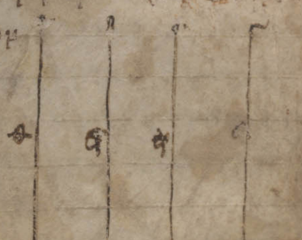


ἀλλὰ δὴ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ Ζ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον
ἔστω τῶι ὑπὸ τῶν ΓΔ Ε περιεχομένωι ὀρθογωνίωι· λέ-
γω ὅτι αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται· ὡς ἡ ΑΒ
πρὸς τὴν ΓΔ· οὕτως ἡ Ε πρὸς τὴν Ζ· τῶν γὰρ αὐτῶν
κατασκευασθέντων ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ Ζ ἴσον ἐστὶ τῶι
ὑπὸ τῶν ΓΔ Ε· καί ἐστι τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ΑΒ Ζ τὸ ΒΗ· ἴση
γάρ ἐστιν ἡ ΑΗ τῆι Ζ· τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΓΔ Ε τὸ ΔΘ· ἴση
γὰρ ἡ ΓΘ τῆι Ε· τὸ ἄρα ΒΗ ἴσον ἐστὶ τῶι ΔΘ· καί εἰσιν ἰσο-
γώνια· τῶν δὲ ἴσων καὶ ἰσογωνίων παραλληλογράμμων· δ τ ι α τ ς :
ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας·
ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ· οὕτως ἡ ΓΘ πρὸς τὴν
ΑΗ· ἴση δὲ ἡ μὲν ΓΘ τῆι Ε· ἡ δὲ ΑΗ τῆι Ζ· ἔστιν ἄρα
ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ· οὕτως ἡ Ε πρὸς τὴν Ζ· ἐὰν ἄρα
τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι· τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων
περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῶι ὑπὸ τῶν μέσων πε-
ριεχομένωι ὀρθογωνίωι· κἂν τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων πε-
ριεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἦι τῶι ὑπὸ τῶν μέσων
περιεχομένωι ὀρθογωνίωι· αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνά-
λογον ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–

ιζ Ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι· τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περι-
εχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῶι ἀπὸ τῆς μέσης
τετραγώνωι· κἂν τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον
ὀρθογώνιον ἴσον ἦι τῶι ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνωι·
αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται· ἔστωσαν τρεῖς εὐ-
θεῖαι ἀνάλογον αἱ Α Β Γ· ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β· οὕτως
ἡ Β πρὸς τὴν Γ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν Α Γ περιεχόμενον

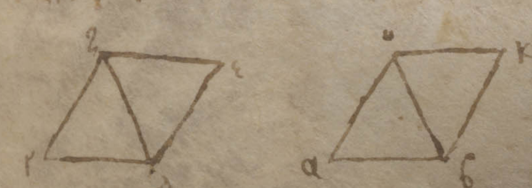
[illegible] ἴση ἐστὶν [illegible]
πρὸς τὴν Γ. [illegible] ἴση ἐστὶν ἡ Β [illegible]
τὴν Β. [illegible] πρὸς τὴν Γ. [illegible]
[illegible] ὑπὸ τῶν [illegible] περιεχόμενον [illegible]
[illegible] ἴσον ἐστὶ [illegible] ὑπὸ τῶν μέσων [illegible] περιεχομένῳ [illegible]
[illegible]
[illegible]

[illegible]

[illegible] ὑπὸ τῶν Β Δ [illegible] τῷ ὑπὸ τῶν [illegible] ἴσον
[illegible] ὑπὸ τῶν μέσων [illegible] εὐθεῖαι ἀνάλογόν εἰσιν
[illegible] πρὸς τὴν Β. οὕτως ἡ [illegible] πρὸς τὴν Γ
[illegible] πρὸς τὴν Δ [illegible]
πρὸς τὴν Γ. [illegible]
ὑπὸ τῶν ἄκρων [illegible] περιεχόμενον
[illegible] ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ
[illegible] τετραγώνῳ [illegible]
ὑπὸ τῶν [illegible] περιεχόμενον
ὀρθογώνιον ἴσον [illegible]
[illegible] τετραγώνῳ [illegible]



[illegible] ὅπερ ἔδει δεῖξαι:
[illegible] εὐθεῖαι [illegible] εὐθύγραμμα
[illegible] εὐθύγραμμα [illegible]
ὅμοια [illegible] εὐθύγραμμα
[illegible] εὐθεῖαι ἡ ΑΒ. τὸ δὲ [illegible] εὐθύγραμμ[α]
[illegible] ἡ ΑΒ [illegible] τῇ ΓΕ εὐθύγραμμα
[illegible] ΓΔ [illegible] ΑΒ εὐθεῖαν [illegible] εὐθύγραμμον [illegible]
[illegible] ὁμοίως [illegible] πρὸς τὴν ΑΒ
[illegible] ἤχθω ἡ ΔΖ [illegible] ΑΒ. [illegible]
εὐθεῖαι [illegible] πρὸς αὐτῇ [illegible] Β. [illegible]
[illegible] ἴση ἡ [illegible] ἡ ὑπὸ ΓΖΔ
[illegible] ΑΒΗ [illegible] ΓΖ
[illegible] ἴση. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ [illegible]
[illegible] ὑπὸ ΔΗΒ [illegible] ἀνάλογον [illegible]
τρίγωνον τῷ ΗΑΒ τριγώνῳ [illegible] πρὸς τὴν
[illegible] ΖΔ πρὸς τὴν ΗΒ. οὕτως [illegible] πρὸς
[illegible] ΓΔ πρὸς τὴν ΑΒ. [illegible] πρὸς
εὐθεῖαι [illegible] πρὸς αὐτῇ [illegible]
[illegible] ὑπὸ ΔΖΕ γωνίαι ἴση ἡ ὑπὸ ΖΗΘ. [illegible]
[illegible] ὑπὸ ΗΒΘ. [illegible] πρὸς [illegible]
[illegible] ἴση. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ
[illegible] τῷ ΗΒΘ τριγώνῳ. ἀνάλογον
[illegible] πρὸς τὴν ΗΒ. οὕτως ἡ [illegible] πρὸς
[illegible] ΕΔ πρὸς τὴν ΘΒ [illegible]
ἡ ΖΔ πρὸς τὴν ΗΒ. οὕτως ἡ ΖΓ πρὸς τὴν ΗΑ. [illegible]
ΓΔ πρὸς τὴν ΑΒ [illegible] ἡ ΖΓ πρὸς τὴν ΑΗ. οὐ[illegible]
[illegible] ΓΔ πρὸς τὴν ΑΒ [illegible] ἡ ΖΕ πρὸς τὴν ΗΘ. [illegible]
ΗΘ [illegible] πρὸς [illegible] ἐστὶ [illegible] ὑπὸ
[illegible] γωνία τῇ ὑπὸ ΑΗΒ. ἡ δὲ ὑπὸ ΔΖΕ τῇ



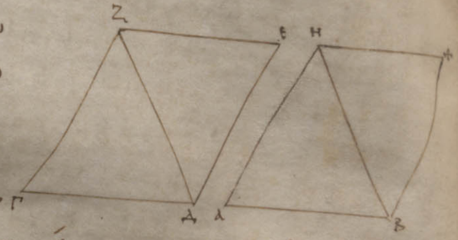
[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

ὑπὸ ΒΗΘ. ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΖΕ ὅλῃ τῇ ὑπὸ ΛΗΘ ἐστὶν ἴ-
ση. διὰ ταὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΓΔΕ τῇ ὑπὸ ΛΘΗ ἐστὶν ἴ-
ση. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ μὲν πρὸς τῷ Γ τῇ πρὸς τῷ Λ ἴση· ἡ δὲ πρὸς
τῷ Ε τῇ πρὸς τῷ Θ. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΛΘ τῷ
ΓΕ καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας αὐτῶν πλευρὰς ἀνά-
λογον ἔχει. ὅμοιον ἄρα
ἐστὶ τὸ ΛΘ εὐθύγραμμον
τῷ ΓΕ εὐθυγράμμῳ. ἀ-
πὸ τῆς δοθείσης ἄρα
εὐθείας τῆς ΑΒ τῷ δο-
θέντι εὐθυγράμμῳ τῷ
ΓΕ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως

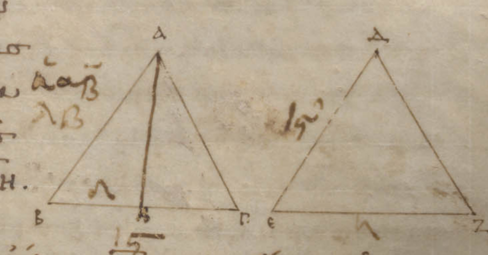


κείμενον εὐθύγραμμον ἀναγέγραπται. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—

ιθ Τὰ ὅμοια τρίγωνα πρὸς ἄλληλα ἐν διπλασίονι λόγῳ
ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν. ἔστω ὅμοια τρίγωνα
τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ ἴσην ἔχοντα τὴν πρὸς τῷ Β γωνίαν τῇ
πρὸς τῷ Ε. ὡς δὲ τὴν ΑΒ πρὸς ΒΓ. οὕτως τὴν ΔΕ
πρὸς ΕΖ. ὥστε ὁμόλογον εἶναι τὴν ΒΓ τῇ ΕΖ. λέγω
ὅτι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΔΕΖ τρίγωνον διπλα-
σίονα λόγον ἔχει. ἤπερ ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΕΖ. εἰλήφθω
διὰ τὸ ια΄ τοῦ ϛ΄: γὰρ τῶν ΒΓ ΕΖ τρίτη ἀνάλογον ἡ ΒΗ. ὥστε εἶναι ὡς
τὴν ΒΓ πρὸς τὴν ΕΖ. οὕτως τὴν ΕΖ πρὸς τὴν ΒΗ. καὶ ἐπε-
ζεύχθω ἡ ΑΗ. ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ. οὕτως
ἡ ΔΕ πρὸς ΕΖ. ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΔΕ.
οὕτως ἡ ΒΓ πρὸς ΕΖ. ἀλλ' ὡς ἡ ΒΓ πρὸς ΕΖ. οὕτως
ἐστὶν ἡ ΕΖ πρὸς ΒΗ. καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΒ πρὸς ΔΕ. οὕτως

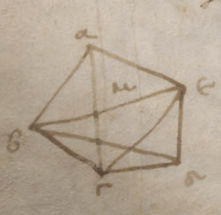
ἡ ΕΖ πρὸς ΒΗ. τῶν ΑΒΗ ΔΕΖ ἄρα τριγώνων. ἀντιπεπόν-
θασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας. ὧν δὲ μίαν
μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ διὰ τὸ ιε΄ τοῦ ϛ΄:
αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας. ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα. ἴσον ἄρα
ἐστὶ τὸ ΑΒΗ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ. καὶ ἐπεί ἐστιν
ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΕΖ. οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΒΗ. ἐὰν δὲ
τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν. ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρί-
την διπλασίονα λόγον ἔχει. ἤπερ πρὸς τὴν δευτέραν. διὰ τὸν ι΄ ὅρον τοῦ ε΄:
ἡ ΒΓ ἄρα πρὸς τὴν ΒΗ διπλασίονα λόγον ἔχει. ἤπερ
ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΕΖ. ὡς δὲ ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΗ. οὕτως τὸ
ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΒΗ τρίγωνον. καὶ τὸ ΑΒΓ ἄρα διὰ τὸ α΄ τοῦ ϛ΄:
τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΒΗ διπλασίονα λόγον ἔχει. ἤπερ
ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΕΖ. ἴσον δὲ τὸ ΑΒΗ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ
τριγώνῳ. καὶ τὸ ΑΒΓ ἄρα τρίγωνον πρὸς τὸ ΔΕΖ τρί-
γωνον διπλασίονα λόγον ἔχει. ἤπερ ἡ ΒΓ πρὸς τὴν
ΕΖ. τὰ ἄρα ὅμοια τρίγωνα πρὸς ἄλληλα ἐν διπλα-
σίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—

πό ἐκ δὴ τούτου φανερὸν ὅτι ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον
ὦσιν. ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην. οὕτως τὸ ἀπὸ
τῆς πρώτης τρίγωνον
πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας
τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀνα-
γραφόμενον. ἐπεὶ γὰρ ἐ-
δείχθη ὡς ἡ ΓΒ πρὸς ΒΗ.
οὕτως τὸ ΑΒΓ τρίγωνον



πρὸς τὸ ΑΒΗ τρίγωνον. τουτέστι τὸ ΔΕΖ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—

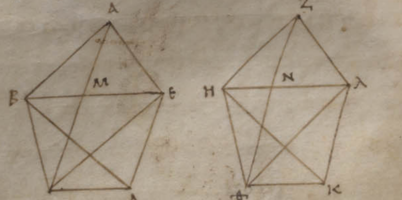
τὰ ὅμοια πολύγωνα. λέγω ὅτι ὅμοια τρίγωνα διαιρεῖται καὶ
εἰς ἴσα τὸ πλῆθος καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις. καὶ τὸ πολύ-
γωνον πρὸς τὸ πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ
ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν. ἔστω
ὅμοια πολύγωνα τὰ ΑΒΓΔΕ, ΖΗΘΚΛ. ὁμόλογος δὲ
ἔστω ἡ ΑΒ τῇ ΖΗ. λέγω ὅτι τὰ ΑΒΓΔΕ, ΖΗΘΚΛ πολύγω-
να. λέγω ὅτι ὅμοια τρίγωνα διαιρεῖται καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆ-
θος καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις. καὶ τὸ ΑΒΓΔΕ πολύγωνον
πρὸς τὸ ΖΗΘΚΛ πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ
ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΖΗ. ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΕ ΕΓ ΗΛ ΛΘ.
δ(ιὰ) τὸ ἀναστρ(οφον) τοῦ ὅρου ... καὶ ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔΕ πολύγωνον τῷ ΖΗΘΚΛ πο-
λυγώνῳ, ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΗΖΛ. καὶ
ἐστὶν ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΕ, οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς ΖΛ. ἐπεὶ οὖν
δύο τρίγωνά ἐστι τὰ ΑΒΕ ΖΗΛ μίαν γωνίαν μιᾷ γω-
νίᾳ ἴσην ἔχοντα. περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευ-
δ(ιὰ) τὸ ς΄ τοῦ ς΄: ρὰς ἀνάλογον. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΕ τρίγωνον
δ(ιὰ) τὸ ὁρ(ον) τῷ ΖΗΛ τριγώνῳ. ὥστε καὶ ὅμοιον. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ
ὑπὸ ΑΒΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΖΗΛ. ἔστι δὲ καὶ ὅλη ἡ ὑπὸ ΑΒΓ
ὅλῃ τῇ ὑπὸ ΖΗΘ ἴση. διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν πολυ-
γώνων. λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΒΓ γωνία λοιπῇ τῇ ὑ-
πὸ ΛΗΘ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν ΑΒΕ
ΖΗΛ τριγώνων ἐστὶν ὡς ἡ ΕΒ πρὸς ΒΑ, οὕτως ἡ ΛΗ
πρὸς ΗΖ. ἀλλὰ μὴν καὶ διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν πολυ-
γώνων ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, οὕτως ἡ ΖΗ πρὸς ΗΘ.
δ(ιὰ) τὸ κβ΄ τοῦ ε΄: δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΕΒ πρὸς ΒΓ, οὕτως ἡ ΛΗ πρὸς
ΗΘ. καὶ περὶ τὰς ἴσας γωνίας τὰς ὑπὸ ΕΒΓ ΛΗΘ αἱ





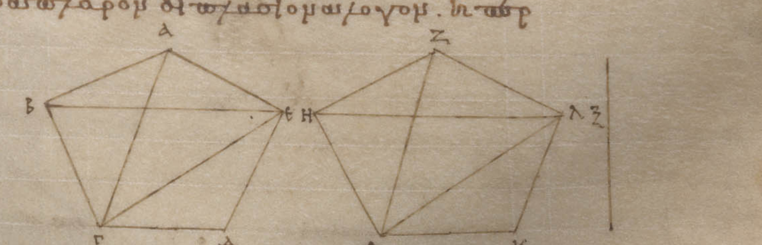
πλευραὶ ἀνάλογόν εἰσιν. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΕΒΓ τρί- δ(ιὰ) τὸ ς΄ τοῦ ς΄
γωνον τῷ ΛΗΘ τριγώνῳ. ὥστε καὶ ὅμοιον τὸ ΕΒΓ τρί- δ(ιὰ) τὸ ὁρ(ον):
γωνον τῷ ΛΗΘ τριγώνῳ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΕΓΔ
τρίγωνον ὅμοιόν ἐστι τῷ ΛΘΚ τριγώνῳ. τὰ ἄρα
ὅμοια πολύγωνα τὰ ΑΒΓΔΕ, ΖΗΘΚΛ εἴς τε ὅμοια τρί-
γωνα διῄρηται καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος. λέγω ὅτι καὶ ὁμό-
λογα τοῖς ὅλοις. τουτέστιν ὥστε ἀνάλογον εἶναι τὰ
τρίγωνα καὶ ἡγούμενα μὲν εἶναι τὰ ΑΒΕ ΕΒΓ ΕΓΔ. ἑπό-
μενα δὲ αὐτῶν τὰ ΖΗΛ ΛΗΘ ΛΘΚ. καὶ ὅτι τὸ ΑΒΓΔΕ
πολύγωνον πρὸς τὸ ΖΗΘΚΛ πολύγωνον διπλασίονα
λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμό-
λογον πλευράν. τουτέστιν ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΖΗ. ἐπεζεύχθω-
σαν γὰρ αἱ ΑΓ ΖΘ. καὶ ἐπεὶ διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν πο-
λυγώνων ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΖΗΘ.
καὶ ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, οὕτως ἡ ΖΗ πρὸς ΗΘ. ἰ-
σογώνιόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΖΗΘ τριγώνῳ. ἴ-
ση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΗΖΘ. ἡ δὲ δ(ιὰ) τὸ ς΄ τοῦ ς΄:
ὑπὸ ΒΓΑ τῇ ὑπὸ ΗΘΖ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΜ γω-
νία τῇ ὑπὸ ΗΖΝ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΜ τῇ ὑπὸ
~~ΖΗΝ~~ ἴση. καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΜΒ λοιπῇ τῇ ὑπὸ
ΖΝΗ ἴση ἐστίν. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΜ τρίγωνον
τῷ ΖΗΝ τριγώνῳ. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ τὸ ΒΜΓ
τρίγωνον ἰσογώνιόν ἐστι τῷ ΗΝΘ τριγώνῳ. ἀνά-
λογον ἄρα ἐστὶν ὡς μὲν ἡ ΑΜ πρὸς ΜΒ, οὕτως ἡ ΖΝ δ(ιὰ) τοῦ ς΄:
πρὸς ΝΗ. ὡς δὲ ἡ ΒΜ πρὸς ΜΓ, οὕτως ἡ ΗΝ πρὸς ΝΘ. δ(ιὰ) τὸ κβ΄ τοῦ ε΄
ὥστε καὶ δι' ἴσου ὡς ἡ ΑΜ πρὸς ΜΓ, οὕτως ἡ ΖΝ πρὸς

δ τοῦ α τοῦ ϛ: ἀλλ' ὡς ἡ ΑΜ πρὸς ΜΓ, οὕτως τὸ ΑΒΜ τρίγωνον πρὸς
τὸ ΜΒΓ· καὶ τὸ ΑΜΕ πρὸς τὸ ΕΜΓ· πρὸς ἄλληλα γάρ εἰσιν
δ τοῦ ιβ τοῦ ε: ὡς αἱ βάσεις· καὶ ὡς ἄρα ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν
τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς
ἅπαντα τὰ ἑπόμενα· ὡς ἄρα τὸ ΑΜΒ τρίγωνον
πρὸς τὸ ΒΜΓ, οὕτως τὸ ΑΒΕ πρὸς τὸ ΓΒΕ· ἀλλ' ὡς τὸ ΑΜΒ
πρὸς τὸ ΒΜΓ, οὕτως ἡ ΑΜ πρὸς ΜΓ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΜ
πρὸς ΜΓ, οὕτως τὸ ΑΒΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΕΒΓ τρί-
γωνον· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ἡ ΖΝ πρὸς ΝΘ, οὕτως
τὸ ΖΗΛ τρίγωνον πρὸς τὸ ΗΛΘ τρίγωνον· καί ἐστιν ὡς ἡ
ΑΜ πρὸς ΜΓ, οὕτως ἡ ΖΝ πρὸς ΝΘ· καὶ ὡς ἄρα
τὸ ΑΒΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΕΓ τρίγωνον, οὕτως τὸ
ΖΗΛ τρίγωνον πρὸς τὸ ΗΛΘ τρίγωνον· καὶ ἐναλλὰξ
ὡς τὸ ΑΒΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΖΗΛ τρίγωνον, οὕτως
τὸ ΒΕΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΗΛΘ τρίγωνον· ὁμοίως
δὴ δείξομεν ἐπιζευχθεισῶν τῶν ΒΔ, ΗΚ, ὅτι καὶ ὡς τὸ ΒΕΓ
τρίγωνον πρὸς τὸ ΛΗΘ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΕΓΔ
πρὸς τὸ ΛΘΚ τρίγωνον· καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ ΑΒΕ τρί-
γωνον πρὸς τὸ ΖΗΛ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΕΒΓ πρὸς τὸ ΛΗΘ,
καὶ ἔτι τὸ ΕΓΔ πρὸς τὸ ΛΘΚ· καὶ ὡς ἄρα ἓν τῶν ἡγουμέ-
νων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡ-
γούμενα πρὸς ἅπαντα
τὰ ἑπόμενα· ἔστιν ἄ-
ρα ὡς τὸ ΑΒΕ τρίγωνον
πρὸς τὸ ΖΗΛ τρίγωνον,
οὕτως τὸ ΑΒΓΔΕ πολύ-

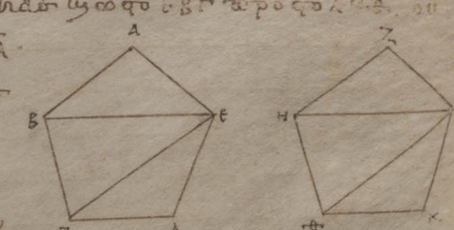


γωνον πρὸς τὸ ΖΗΘΚΛ πολύγωνον· ἀλλὰ τὸ ΑΒΕ τρίγωνον
πρὸς τὸ ΖΗΛ τρίγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΑΒ
ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ΖΗ ὁμόλογον πλευράν· τὰ γὰρ
ὅμοια τρίγωνα ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων
πλευρῶν· καὶ τὸ ΑΒΓΔΕ ἄρα πολύγωνον πρὸς τὸ ΖΗΘΚΛ
πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΑΒ ὁμόλο-
γος πλευρὰ πρὸς τὴν ΖΗ ὁμόλογον πλευράν· τὰ ἄρα
ὅμοια πολύγωνα εἴς τε ὅμοια τρίγωνα διαιρεῖται καὶ
εἰς ἴσα τὸ πλῆθος καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις· καὶ τὸ πολύ-
γωνον πρὸς τὸ πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤ-
περ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

Ὡσαύτως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν ὁμοίων τετραπλεύρων δειχθήσεται
ὅτι ἐν διπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν·
ἐδείχθη δὲ καὶ ἐπὶ τῶν τριγώνων· ὥστε καὶ καθόλου τὰ
ὅμοια εὐθύγραμμα σχήματα πρὸς ἄλληλα ἐν διπλα-
σίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν· καὶ ἐὰν τῶν
ΑΒ, ΖΗ τρίτην ἀνάλογον λάβωμεν τὴν Ξ, ἡ ΒΑ πρὸς
τὴν Ξ διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΖΗ·
ἔχει δὲ καὶ τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον τὸ τετρά-
πλευρον πρὸς τὸ τετράπλευρον διπλασίονα λόγον ἤπερ
ἡ ὁμόλογος πλευρὰ
πρὸς τὴν ὁμόλογον
τουτέστιν ἡ ΑΒ πρὸς
τὴν ΖΗ· ἐδείχθη δὲ
τοῦτο καὶ ἐπὶ τῶν τρι-



γώνου· ὥστε καὶ καθόλου φανερὸν ὅτι ἐὰν τρεῖς εὐθεῖ-
αι ἀνάλογον ὦσιν, ἔσται ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρί-
την, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευ-
τέρας, τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον :—
Δείξομεν δὲ καὶ ἑτέρως προχειρότερον ὁμόλογα τὰ τρί-
γωνα. ἐκκείσθωσαν γὰρ πάλιν τὰ ΑΒΓΔΕ, ΖΗΘΚΛ
πολύγωνα, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΕ, ΕΓ, ΗΛ, ΛΘ· λέγω ὅτι
ἐστὶν ὡς τὸ ΑΒΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΖΗΛ, οὕτως τὸ [illegible]
ΛΗΘ, καὶ [illegible] τὸ ΘΚΛ. ἐπεὶ γὰρ ὅμοιόν ἐστι τὸ
ΑΒΕ [illegible] τριγώνῳ, τὸ ΑΒΕ ἄρα τρίγω-
νον πρὸς τὸ ΖΗΛ διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΒΕ πρὸς
τὴν ΗΛ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΒΕΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΗΛΘ
τρίγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΒΕ πρὸς τὴν
ΗΛ. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΑΒΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΖΗΛ τρίγω-
νον, οὕτως τὸ ΒΕΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΗΛΘ. πάλιν ἐπεὶ
ὅμοιόν ἐστι τὸ ΕΒΓ τρίγωνον τῷ ΛΗΘ τριγώνῳ, τὸ ΕΒΓ
ἄρα πρὸς τὸ ΛΗΘ διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΓΕ
πρὸς τὴν ΘΛ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ [illegible] τρίγωνον πρὸς τὸ
ΛΘΚ τρίγ. διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΓΕ πρὸς [illegible] ΘΛ. ἔστιν
ἄρα ὡς τὸ ΒΕΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΛΗΘ, οὕτως τὸ ΓΕΔ
πρὸς τὸ ΛΘΚ. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς τὸ ΕΒΓ πρὸς τὸ ΛΗΘ, οὕ-
τως τὸ ΑΒΕ πρὸς τὸ ΖΗΛ·
καὶ ὡς ἄρα τὸ ΑΒΕ πρὸς
τὸ ΖΗΛ, οὕτως τὸ ΒΕΓ
πρὸς τὸ ΗΛΘ καὶ τὸ ΕΓΔ
πρὸς τὸ ΛΘΚ· καὶ ὥσπερ ἄρα

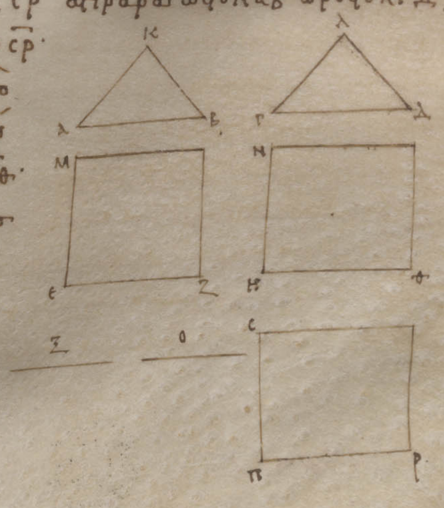


[illegible] οὕτως ἅπαντα
ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων [illegible] καὶ τὰ λοιπὰ
τὰ ἡγούμενα πρὸς [illegible] ὅπερ ἔδει δεῖξαι :—
[illegible] ὅμοια. καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ὅμοια
Τὰ τῷ αὐτῷ εὐθυγράμμῳ [illegible] ὅμοιον
ἔστω γὰρ ἑκάτερον τῶν Α, Β εὐθυγράμμων τῷ Γ ὅμοιον. λέγω ὅτι
καὶ τὸ Α τῷ Β ἐστὶν ὅμοιον. ἐπεὶ γὰρ ὅμοιόν ἐστι
τὸ Α τῷ Γ, ἰσογώνιόν τέ ἐστιν αὐτῷ καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας — ἀπὸ ρ τ ς :
γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει. πάλιν ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι
τὸ Β τῷ Γ, ἰσογώνιόν τέ ἐστιν αὐτῷ καὶ τὰς περὶ τὰς
ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει. ἑκάτερον ἄρα
τῶν Α, Β τῷ Γ ἰσογώνιον
τέ ἐστι καὶ τὰς περὶ τὰς
ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνά-
λογον ἔχει· ὥστε καὶ τὸ Α
τῷ Β ἰσογώνιόν ἐστι

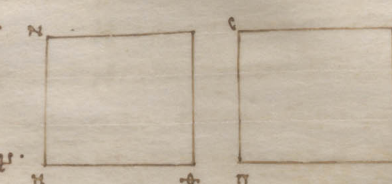


καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει· ἀπὸ ια τ ε :
ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ Β τῷ Α· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :—
κβ Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, καὶ τὰ ἀπ' αὐ-
τῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνά-
λογον ἔσται· καὶ ἐὰν τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε
καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ᾖ, καὶ αὐταὶ αἱ εὐ-
θεῖαι ἀνάλογον ἔσονται. ἔστωσαν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνά-
λογον αἱ ΑΒ, ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, [illegible]
ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ, καὶ ἀναγεγράφθωσαν ἀπὸ [illegible] ἀπὸ ια τ ς :
τῶν ΑΒ, ΓΔ [illegible] ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως κείμενα εὐθύγραμμα
τὰ ΚΑΒ, ΛΓΔ, [illegible] τῶν ΕΖ, ΗΘ, ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως —

κείμενα εὐθύγραμμα τὰ ΜΖ ΝΘ. λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ ΚΑΒ
πρὸς τὸ ΛΓΔ. οὕτως τὸ ΜΖ πρὸς τὸ ΝΘ. εἰλήφθω γὰρ
διὰ τὸ ια' τοῦ ς' : τῶν μὲν ΑΒ ΓΔ. τρίτη ἀνάλογον ἡ Ξ. τῶν δὲ ΕΖ ΗΘ.
τρίτη ἀνάλογον ἡ Ο. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς μὲν ἡ ΑΒ πρὸς
τὴν ΓΔ. οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ. ὡς δὲ ἡ ΓΔ πρὸς
τὴν Ξ. οὕτως ἡ ΗΘ πρὸς τὴν Ο. δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ
διὰ τὸ κβ' τοῦ ε' : ΑΒ πρὸς τὴν Ξ. οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν Ο. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΑΒ
διὰ τὸ π° τοῦ ια' : πρὸς τὴν Ξ. οὕτως καὶ τὸ ΚΑΒ πρὸς τὸ ΛΓΔ. ὡς δὲ ἡ ΕΖ
διὰ τὸ ια' τοῦ ε' : πρὸς τὴν Ο. οὕτως τὸ ΜΖ πρὸς τὸ ΝΘ. ἀλλὰ δὴ ἔστω ὡς τὸ
ΚΑΒ πρὸς τὸ ΛΓΔ. οὕτως τὸ ΜΖ πρὸς τὸ ΝΘ. λέγω ὅτι
διὰ τὸ ιβ' τοῦ ς' : ἐστὶ καὶ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ. οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ.
διὰ τὸ ιη' τοῦ ς' : γεγονέτω γὰρ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ. οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς
τὴν ΠΡ. καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΠΡ ὁποτέρῳ τῶν
ΜΖ ΝΘ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον τὸ ΣΡ. ἐπεὶ οὖν ἐστιν
ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ. οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΠΡ. καὶ ἀνα-
γέγραπται ἀπὸ μὲν τῶν ΑΒ ΓΔ. ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως κεί-
μενα τὰ ΚΑΒ ΛΓΔ. ἀπὸ δὲ τῶν ΕΖ ΠΡ. ὅμοιά τε καὶ ὁμοί-
διὰ τὸ προαποδειχθὲν [illegible] : ως κείμενα τὰ ΜΖ ΣΡ. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΚΑΒ πρὸς τὸ ΛΓΔ.
οὕτως τὸ ΜΖ πρὸς τὸ ΣΡ.
ὑπόκειται δὲ καὶ ὡς τὸ
ΚΑΒ πρὸς τὸ ΛΓΔ. οὕ-
τως τὸ ΜΖ πρὸς τὸ ΝΘ.
καὶ ὡς ἄρα τὸ ΜΖ πρὸς
τὸ ΣΡ. οὕτως τὸ ΜΖ
πρὸς τὸ ΝΘ. τὸ ΜΖ ἄ-
ρα πρὸς ἑκάτερον

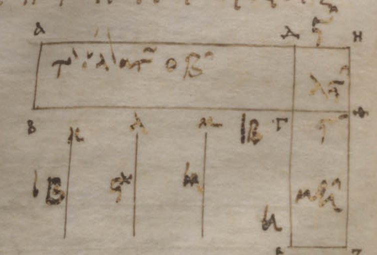


διὰ τὸ θ' τοῦ ε'
τῶν ΝΘ ΣΡ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΝΘ τῷ
ΣΡ· ἔστι δὲ αὐτῷ καὶ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον· ἴση ἄρα
ἡ ΗΘ τῇ ΠΡ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ. οὕτως
ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΠΡ· ἴση δὲ ἡ ΠΡ τῇ ΗΘ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ
ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ. οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ· ἐὰν ἄρα
τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν. καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύ-
γραμμα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλο-
γον ἔσται· κἂν τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε καὶ
ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ᾖ. καὶ αὐταὶ αἱ εὐ-
θεῖαι ἀνάλογον ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι: λῆμμα
Ὅτι δὲ ἐὰν εὐθύγραμμα ἴσα ᾖ καὶ ὅμοια, αἱ ὁμόλογοι
αὐτῶν πλευραὶ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί· δείξομεν οὕτως·
ἔστω ἴσα καὶ ὅμοια εὐθύγραμμα τὰ ΝΘ ΣΡ· καὶ ἔστω ὡς ἡ
ΘΗ πρὸς τὴν ΗΝ. οὕτως ἡ ΡΠ πρὸς τὴν ΠΣ· λέγω ὅτι
ἴση ἐστὶν ἡ ΡΠ τῇ ΘΗ· εἰ γὰρ ἄνισοί εἰσιν. μία αὐτῶν
μείζων ἐστίν· ἔστω μείζων ἡ ΡΠ τῆς ΘΗ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς διὰ τὸ ις' τοῦ ε'
ἡ ΡΠ πρὸς τὴν ΠΣ. οὕτως ἡ ΘΗ πρὸς τὴν ΗΝ· καὶ ἐναλλὰξ ὡς
ἡ ΡΠ πρὸς τὴν ΘΗ. ἡ ΠΣ πρὸς
ΗΝ· μείζων δὲ ἡ ΡΠ τῆς
ΘΗ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΠΣ
τῆς ΗΝ· ὥστε καὶ τὸ ΡΣ μεῖ-
ζόν ἐστι τοῦ ΘΝ. ἀλλὰ καὶ ἴσον·
ὅπερ ἀδύνατον· οὐκ ἄρα



ἄνισός ἐστιν ἡ ΠΡ τῇ ΗΘ· ἴση ἄρα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:
κγ' Τὰ ἰσογώνια παραλληλόγραμμα πρὸς ἄλληλα λό-
γον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν· ἔστω ἰσογώ-

μια παραλληλόγραμμα τὰ ΑΓ ΓΖ. ἴσην ἔχοντα τὴν ὑπὸ
ΒΓΔ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΕΓΘ. λέγω ὅτι τὸ ΑΓ παραλληλόγραμ-
μον πρὸς τὸ ΓΖ παραλληλόγραμμον λόγον ἔχει τὸν συγ-
κείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν [illegible] λόγον ἔχει τὸν
καὶ τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΔΓ πρὸς ΓΕ· καὶ τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΒΓ πρὸς ΓΘ.
κείσθω ὥστε ἐπ' εὐθείας εἶναι τὴν ΒΓ τῇ ΓΘ· ἐπ' εὐθείας
τῇ ΓΕ. καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΔΘ· ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΔΓ
μον. καὶ ἐκκείσθω τις εὐθεῖα ἡ Κ. καὶ γεγονέτω ὡς μὲν ἡ ΔΘ παραλληλόγραμ-
ΒΓ πρὸς τὴν ΓΘ. οὕτως ἡ Κ πρὸς τὴν Λ. ὡς δὲ ἡ ΔΓ
πρὸς τὴν ΓΕ. οὕτως ἡ Λ πρὸς τὴν Μ. οἱ ἄρα λόγοι τῆς
τε Κ πρὸς τὴν Λ καὶ τῆς Λ πρὸς τὴν Μ. οἱ αὐτοί εἰσι τοῖς λό-
γοις τῶν πλευρῶν τῆς τε ΒΓ πρὸς ΓΘ καὶ τῆς ΔΓ πρὸς
ΓΕ. ἀλλ' ὁ τῆς Κ πρὸς Μ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ
τῆς Κ πρὸς Λ λόγου καὶ τοῦ τῆς Λ πρὸς Μ· ὥστε καὶ ἡ
Κ πρὸς τὴν Μ λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευ-
ρῶν. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΘ. οὕτως τὸ ΑΓ
παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΗ· ἀλλ' ὡς ἡ ΒΓ πρὸς ΓΘ
οὕτως ἡ Κ πρὸς τὴν Λ· καὶ ὡς ἄρα ἡ Κ πρὸς τὴν Λ. οὕ-
τως τὸ ΑΓ πρὸς τὸ ΓΗ· πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΔΓ πρὸς
τὴν ΓΕ. οὕτως τὸ ΓΗ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΖ.
ἀλλ' ὡς ἡ ΔΓ πρὸς ΓΕ. οὕ-
τως ἡ Λ πρὸς τὴν Μ· καὶ ὡς
ἄρα ἡ Λ πρὸς τὴν Μ. οὕ-
τως τὸ ΓΗ παραλληλόγραμ-
μον πρὸς τὸ ΓΖ παραλληλό-
γραμμον· ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη

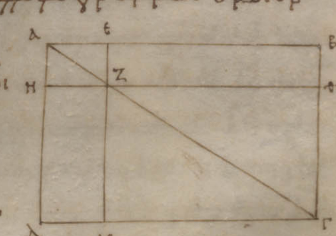


ἀπὸ τοῦ ιβ΄ τοῦ ς΄:

ὡς μὲν ἡ Κ πρὸς τὴν Λ. οὕτως τὸ ΑΓ παραλληλόγραμμον
πρὸς τὸ ΓΘ παραλληλόγραμμον· ὡς δὲ ἡ Λ πρὸς τὴν Μ.
οὕτως τὸ ΓΘ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΖ παραλλη-
λόγραμμον· δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ Κ πρὸς τὴν Μ. οὕ-
τως τὸ ΑΓ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΖ παραλλη-
λόγραμμον. ἡ δὲ Κ πρὸς τὴν Μ λόγον ἔχει τὸν συγκεί-
μενον ἐκ τῶν πλευρῶν· καὶ τὸ ΑΓ ἄρα πρὸς τὸ ΓΖ λόγον
ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν. τὰ ἄρα ἰσογώ-
νια παραλληλόγραμμα πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει τὸν
συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

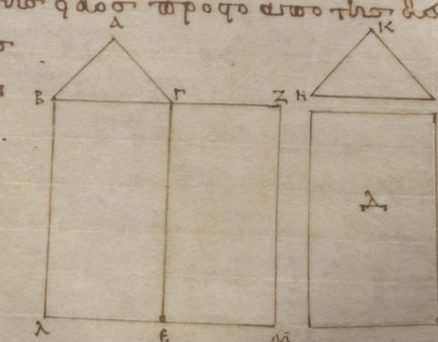
κδ Παντὸς παραλληλογράμμου τὰ περὶ τὴν διάμετρον πα-
ραλληλόγραμμα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις.
Ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ ΑΒΓΔ. διάμετρος δὲ αὐ-
τοῦ ἡ ΑΓ. περὶ δὲ τὴν ΑΓ παραλληλόγραμμα ἔστω τὰ
ΕΗ ΘΚ. λέγω ὅτι ἑκάτερον τῶν ΕΗ ΘΚ παραλληλο-
γράμμων ὅμοιόν ἐστι ὅλῳ τῷ ΑΒΓΔ καὶ ἀλλήλοις.
ἐπεὶ γὰρ τριγώνου τοῦ ΑΒΓ παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν
τὴν ΒΓ ἦκται ἡ ΕΖ. ἀνάλογόν ἐστιν ὡς ἡ ΒΕ πρὸς τὴν ἀπὸ τοῦ β΄ τοῦ ς΄:
ΕΑ. οὕτως ἡ ΓΖ πρὸς τὴν ΖΑ. πάλιν ἐπεὶ τριγώνου
τοῦ ΑΓΔ παρὰ μίαν τὴν ΓΔ ἦκται ἡ ΖΗ. ἀνάλογόν
ἐστιν ὡς ἡ ΓΖ πρὸς τὴν ΖΑ. οὕτως ἡ ΔΗ πρὸς τὴν ΗΑ.
ἀλλ' ὡς ἡ ΓΖ πρὸς τὴν ΖΑ. οὕτως ἐδείχθη καὶ ἡ ΒΕ πρὸς
τὴν ΕΑ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΕ πρὸς τὴν ΕΑ. οὕτως ἡ ΔΗ πρὸς ἀπὸ τοῦ ια΄ τοῦ ε΄:
τὴν ΗΑ· καὶ συνθέντι ἄρα ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΕ. ἡ ΔΑ ἀπὸ τοῦ ιη΄ τοῦ ε΄ ις
πρὸς ΑΗ· καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΔ. οὕτως ἡ ἀπὸ τοῦ ις΄ τοῦ ε΄
ΕΑ πρὸς τὴν ΑΗ· τῶν ΑΒΓΔ ΕΗ παραλληλογράμμων

ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὴν κοινὴν γωνίαν τὴν
ἡ κδ´ τοῦ ς´ ὑπὸ ΒΑΔ. καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΗΖ τῇ ΔΓ, ἴση ἐστὶν
ἡ μὲν ὑπὸ ΑΗΖ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΔΓ· ἡ δὲ ὑπὸ ΗΖΑ τῇ
ὑπὸ ΔΓΑ· καὶ κοινὴ τῶν δύο τριγώνων τῶν ΑΔΓ ΑΖΗ
ἡ ὑπὸ ΔΑΓ· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΔΓ τρίγωνον τῷ
ΑΗΖ τριγώνῳ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΑΓΒ τρίγωνον
ἰσογώνιόν ἐστι τῷ ΑΖΕ τριγώνῳ. καὶ ὅλον τὸ ΑΒΓΔ
παραλληλόγραμμον τῷ ΕΗ παραλληλογράμμῳ ἰσο-
ἐκ τοῦ δ´ τοῦ ς´: γώνιόν ἐστιν. ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΓ,
οὕτως ἡ ΑΗ πρὸς τὴν ΗΖ· ὡς δὲ ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΑ, οὕ-
τως ἡ ΗΖ πρὸς τὴν ΖΑ· ὡς δὲ ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΒ, οὕ-
τως ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΖΕ· καὶ ἔτι ὡς ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΑ, οὕ-
τως ἡ ΖΕ πρὸς τὴν ΕΑ. καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη ὡς μὲν ἡ ΔΓ
πρὸς τὴν ΓΑ, οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς τὴν ΖΑ· ὡς δὲ ἡ ΑΓ
πρὸς τὴν ΓΒ, οὕτως ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΖΕ· δι' ἴσου ἄρα
ἐκ τοῦ κβ´ τοῦ ε´: ἐστὶν ὡς ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΒ, οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς τὴν ΖΕ.
τῶν ἄρα ΑΒΓΔ, ΕΗ παραλληλογράμμων ἀνάλογόν
εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· ὅμοιον ἄ-
ἐκ τοῦ ὅρου τοῦ ς´: ρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον τῷ ΕΗ παραλ-
ληλογράμμῳ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΑΒΓΔ παραλλη-
λόγραμμον καὶ τῷ ΚΘ παραλληλογράμμῳ ὅμοιόν
ἐστιν· ἑκάτερον ἄρα τῶν ΕΗ,
ΘΚ παραλληλογράμμων τῷ
ΑΒΓΔ παραλληλογράμμῳ ὅ-
μοιόν ἐστι· τὰ δὲ τῷ αὐτῷ εὐ-
ἐκ τοῦ κα´ τοῦ ς´: θυγράμμῳ ὅμοια καὶ ἀλλήλοις



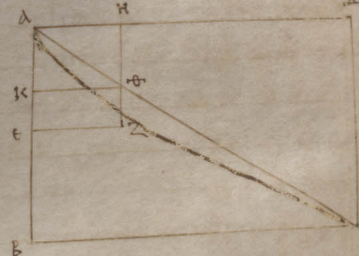
ἐστὶν ὅμοια· καὶ τὸ ΕΗ ἄρα παραλληλόγραμμον τῷ ΘΚ
παραλληλογράμμῳ ὅμοιόν ἐστι. πάντος ἄρα παραλ-
ληλογράμμου τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλλη-
λόγραμμα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

κε´ Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ὅμοιον καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι
ἴσον τὸ αὐτὸ συστήσασθαι. ἔστω τὸ μὲν δοθὲν εὐθύγραμ-
μον ᾧ δεῖ ὅμοιον συστήσασθαι τὸ ΑΒΓ· ᾧ δὲ δεῖ ἴσον
τὸ Δ· δεῖ δὴ τῷ μὲν ΑΒΓ ὅμοιον, τῷ δὲ Δ ἴσον τὸ αὐ-
τὸ συστήσασθαι. παραβεβλήσθω γὰρ παρὰ μὲν τὴν ἐκ τοῦ μδ´ τοῦ α´:
ΒΓ τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΒΕ·
παρὰ δὲ τὴν ΓΕ τῷ Δ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΓΜ ἐκ τοῦ με´ τοῦ α´:
ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΖΓΕ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ ὑπὸ ΓΒΛ· ἐπ' εὐ-
θείας ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ΒΓ τῇ ΓΖ, ἡ δὲ ΛΕ τῇ ΕΜ. καὶ ἐκ τοῦ ιδ´ τοῦ α´:
εἰλήφθω τῶν ΒΓ ΓΖ μέση ἀνάλογον ἡ ΗΘ· καὶ ἀναγε- ἐκ τοῦ ιγ´ τοῦ ς´:
γράφθω ἀπὸ τῆς ΗΘ τῷ ΑΒΓ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως
κείμενον τὸ ΚΗΘ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΗΘ, ἐκ τοῦ ιη´ τοῦ ς´:
οὕτως ἡ ΗΘ πρὸς τὴν ΓΖ· ἐὰν δὲ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνά-
λογον ὦσιν, ἔστιν ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕ- ἐκ τοῦ π´ τοῦ κ´
τως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευ- τοῦ ς´:
τέρας τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως
ἀναγραφόμενον· ἔστιν ἄ-
ρα ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΖ,
οὕτως τὸ ΑΒΓ τρίγωνον
πρὸς τὸ ΚΗΘ τρίγωνον·
ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν
ΓΖ, οὕτως τὸ ΒΕ παραλ- ἐκ τοῦ α´ τοῦ ς´:



λληλόγραμμον πρὸς τὸ ΕΖ παραλληλόγραμμον· καὶ ὡς ἄρα
τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΚΗΘ τρίγωνον, οὕτως τὸ
ΒΕ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΕΖ παραλληλόγραμ-
μον· ἐναλλὰξ ἄρα ὡς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΕ πα- ἀπὸ τοῦ ια τοῦ ε.
ραλληλόγραμμον, οὕτως τὸ ΚΗΘ τρίγωνον πρὸς τὸ
ΕΖ παραλληλόγραμμον· ἴσον δὲ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ἀπὸ ις τοῦ ε.
τῷ ΒΕ παραλληλογράμμῳ· ἴσον ἄρα καὶ τὸ ΚΗΘ τρί-
γωνον τῷ ΕΖ παραλληλογράμμῳ· ἀλλὰ τὸ ΕΖ πα-
ραλληλόγραμμον τῷ Δ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ΚΗΘ ἄρα
τῷ Δ ἐστὶν ἴσον· ἔστι δὲ τὸ ΚΗΘ καὶ τῷ ΑΒΓ ὅμοιον· τῷ ἄρα
δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ ΑΒΓ ὅμοιον καὶ ἄλλῳ
τῷ δοθέντι ἴσον τὸ αὐτὸ συνέσταται τὸ ΚΗΘ· ὅπερ
ἔδει ποιῆσαι.

κϛ Ἐὰν ἀπὸ παραλληλογράμμου παραλληλόγραμμον
ἀφαιρεθῇ, ὅμοιόν τε τῷ ὅλῳ καὶ ὁμοίως κείμενον,
κοινὴν γωνίαν ἔχον αὐτῷ, περὶ τὴν αὐτὴν διάμε-
τρόν ἐστι τῷ ὅλῳ. ἀπὸ γὰρ παραλληλογράμμου τοῦ
ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον ἀφῃρήσθω τὸ ΑΕΖ
ὅμοιον τῷ ΑΒΓΔ καὶ ὁμοίως κείμενον κοινὴν γωνίαν
ἔχον αὐτῷ τὴν ὑπὸ ΔΑΒ· λέγω ὅτι περὶ τὴν αὐτὴν δι-
άμετρόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ τῷ ΑΖ.
μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω αὐ-
τῶν διάμετρος ἡ ΑΘΓ, καὶ
[illegible]χθω δι' αὐτοῦ Θ ὁποτέρᾳ
τῶν ΑΔ ΒΓ παράλληλος ἡ
ΘΚ· ἐπεὶ οὖν περὶ τὴν αὐτὴν



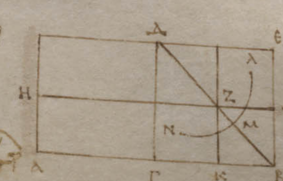
ϛ

111

διάμετρόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ τῷ ΚΗ. ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ τῷ ΚΗ·
ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΔΑ πρὸς τὴν ΑΒ. οὕτως ἡ ΗΑ πρὸς τὴν ΑΚ· ἀπὸ τοῦ κα τοῦ ϛ.
ἔστι δὲ καὶ διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν ΑΒΓΔ ΕΗ· καὶ ὡς ἡ ΔΑ ἀπὸ τῆς ὑποθέσεως.
πρὸς τὴν ΑΒ, οὕτως ἡ ΗΑ πρὸς τὴν ΑΕ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΗΑ πρὸς
τὴν ΑΚ. οὕτως ἡ ΗΑ πρὸς τὴν ΑΕ· ἡ ΗΑ ἄρα πρὸς ἀπὸ τοῦ θ τοῦ ε.
ἑκατέραν τῶν ΑΚ ΑΕ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἴση ἄρα ἐστὶν
ἡ ΑΚ τῇ ΑΕ. ἡ ἐλάττων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον·
οὐκ ἄρα ἐστὶ περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρον τὸ ΑΒΓΔ
τῷ ΑΘ· περὶ τὴν αὐτὴν ἄρα ἐστὶ διάμετρον τὸ ΑΒΓΔ
παραλληλόγραμμον τῷ ΑΖ παραλληλογράμμῳ. ἐὰν
ἄρα ἀπὸ παραλληλογράμμου παραλληλόγραμμον
ἀφαιρεθῇ. ὅμοιόν τε τῷ ὅλῳ καὶ ὁμοίως κείμενον κοι-
νὴν γωνίαν ἔχον αὐτῷ, περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρόν ἐστι
τῷ ὅλῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κζ Πάντων τῶν παρὰ τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν παραβαλλομένων
παραλληλογράμμων καὶ ἐλλειπόντων εἴδεσι παραλλη-
λογράμμοις ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις τῷ ἀπὸ
τῆς ἡμισείας ἀναγραφομένῳ, μέγιστόν ἐστι τὸ ἀπὸ
τῆς ἡμισείας παραβαλλόμενον παραλληλόγραμμον
ὅμοιον ὂν τῷ ἐλλείμματι. ἔστω εὐθεῖα ἡ ΑΒ καὶ τετμήσθω
δίχα κατὰ τὸ Γ. καὶ παραβεβλήσθω παρὰ τὴν ΑΒ εὐθεῖ-
αν τὸ ΑΔ παραλληλόγραμμον ἐλλεῖπον εἴδει παραλλη-
λογράμμῳ τῷ ΔΒ ὁμοίῳ τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφέν-
τι ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς ΑΒ τουτέστι τῷ [illegible]. λέγω
ὅτι πάντων τῶν παρὰ τὴν ΑΒ παραβαλλομένων πα-
ραλληλογράμμων καὶ ἐλλειπόντων εἴδεσι παραλλη-
λογράμμοις ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις τῷ ΔΒ

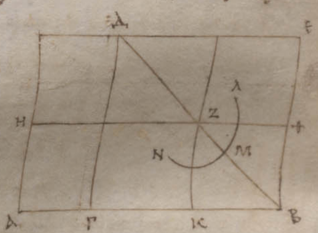
[illegible]



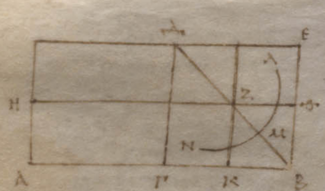
[illegible]

ΠΑΝΤΩΝ ΤΩΝ ΠΑΡΑ ΤΗΝ ΑΥΤΗΝ
ΠΑΡΑΒΑΛΛΟΜΕΝΩΝ ΠΑ-
ΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΩΝ ΚΑΙ
ΕΛΛΕΙΠΟΝΤΩΝ ΕΙΔΕΣΙ
ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΟΙΣ ΟΥ
ΚΑΙ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟΙΣ ΜΕ-
ΓΙΣΤΟΝ ΤΟ ΑΠΟ ΤΗΣ ΗΜΙ-
ΣΕΙΑΣ ΠΑΡΑΒΑΛΛΟΜΕΝΟΝ
ΑΛΛ' Η ΤΕΤΡΑΓΩΝΟΝ Η ΕΤΕΡΟΜΗΚΕΣ
ΠΑΝΤΩΝ ΤΩΝ ΠΑΡΑ ΤΗΝ ΑΥΤΗΝ
ΠΑΡΑΒΑΛΛΟΜΕΝΩΝ ΠΑ-
ΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΩΝ ΚΑΙ ΕΛΛΕΙ-
ΠΟΝΤΩΝ ΕΙΔΕΣΙ ΠΑΡΑΛ-
ΛΗΛΟΓΡΑΜΜΟΙΣ ΠΑΡΑΛ-
ΛΗΛΟΙΣ ΚΑΙ ΟΜΟΙΟΙΣ ΚΕΙ-
ΜΕΝΟΙΣ ΤΩ ΑΠΟ ΤΗΣ
ΗΜΙΣΕΙΑΣ ΑΝΑΓΡΑΦΟ-
ΜΕΝΩ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟΙΣ ΤΕΤΡΑ-
ΓΩΝΟΙΣ ΤΟ ΑΠΟ ΤΗΣ ΗΜΙ-
ΣΕΙΑΣ ΠΑΡΑΒΑΛΛΟΜΕΝΟΝ
ΟΜΟΙΟΝ ΟΝ ΤΩ ΕΛΛΕΙΜ-
ΜΑΤΙ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩ

μέγιστόν ἐστι τὸ ΑΔ. παραβεβλήσθω γὰρ παρὰ τὴν ΑΒ
εὐθεῖαν τὸ ΑΖ παραλληλόγραμμον ἐλλεῖπον εἴδει πα-
ραλληλογράμμῳ τῷ ΖΒ ὁμοίῳ τε καὶ ὁμοίως κειμένῳ
τῷ ΔΒ. λέγω ὅτι μεῖζόν ἐστι τὸ ΑΔ τοῦ ΑΖ. ἐπεὶ γὰρ ὅ-
μοιόν ἐστι τὸ ΔΒ παραλληλόγραμμον τῷ ΖΒ παραλ-
ληλογράμμῳ, περί ἄρα τὴν αὐτήν εἰσι διάμετρον. ἤ-
χθω αὐτῶν διάμετρος ἡ ΔΒ καὶ καταγεγράφθω τὸ
σχῆμα. ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ΓΖ τῷ ΖΕ, κοινὸν προσκεί-
σθω τὸ ΖΒ. ὅλον ἄρα τὸ ΓΘ ὅλῳ τῷ ΚΕ ἐστὶν ἴσον.
ἀλλὰ τὸ ΓΘ τῷ ΓΗ ἐστὶν ἴσον, ἐπεὶ καὶ ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ ἴση
ἐστί. καὶ τὸ ΗΓ ἄρα τῷ ΕΚ ἐστὶν ἴσον. κοινὸν προσκεί-
σθω τὸ ΓΖ. ὅλον ἄρα τὸ ΑΖ τῷ ΛΜΝ γνώμονί ἐστιν
ἴσον. ὥστε τὸ ΔΒ παραλληλόγραμμον, τουτέστι τὸ ΑΔ,
τοῦ ΑΖ παραλληλογράμμου μεῖζόν ἐστι. πάντων ἄρα
τῶν παρὰ τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν
παραβαλλομένων παραλληλο-
γράμμων καὶ ἐλλειπόντων εἴδεσι
παραλληλογράμμοις ὁμοίοις τε
καὶ ὁμοίως κειμένοις τῷ ἀπὸ
τῆς ἡμισείας ἀναγραφομένῳ,



μέγιστόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβληθέν. ὅ-
περ ἔδει δεῖξαι :~ ἐξ ἑτέρας γραφῆς. ἄλλως :~
ἔστω γὰρ πάλιν ἡ ΑΒ τετμημένη δίχα κατὰ τὸ Γ. καὶ πα-
ραβεβλήσθω τὸ ΑΛ ἐλλεῖπον εἴδει τῷ ΛΒ. καὶ παραβεβλή-
σθω πάλιν παρὰ τὴν ΑΒ τὸ ΑΕ παραλληλόγραμμον
ἐλλεῖπον τῷ ΕΒ ὁμοίῳ τε καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῷ

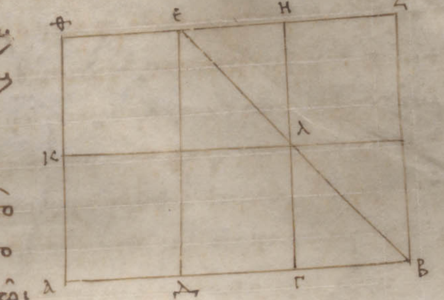


α τ κς τ ς :

α τ μγ τ α :

α τ λς τ α :

ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῷ ΛΒ. λέγω ὅτι μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπὸ
τῆς ἡμισείας παραβληθὲν τὸ ΑΛ τοῦ ΑΕ. ἐπεὶ γὰρ ὅ-
μοιόν ἐστι τὸ ΕΒ τῷ ΛΒ, περὶ τὴν αὐτήν εἰσι διάμετρον.
ἔστω αὐτῶν διάμετρος ἡ ΕΒ καὶ
καταγεγράφθω τὸ σχῆμα. καὶ
ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΛΖ τῷ ΛΘ,
ἐπεὶ καὶ ἡ ΖΗ τῇ ΗΘ, μεῖζον
ἄρα τὸ ΛΖ τοῦ ΚΕ. ἴσον δὲ τὸ
ΛΖ τῷ ΔΛ. μεῖζον ἄρα καὶ τὸ
ΔΛ τοῦ ΕΚ. ἴσον δὲ τὸ ΛΖ τῷ



ΔΛ. μεῖζον ἄρα καὶ τὸ ΔΛ τοῦ ΕΚ. κοινὸν τὸ ΚΔ. ὅλον
ἄρα τὸ ΑΛ ὅλου τοῦ ΑΕ μεῖζόν ἐστιν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι :~

κη Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ
ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐλλεῖπον εἴ-
δει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ τῷ δοθέντι. δεῖ δὲ
τὸ διδόμενον εὐθύγραμμον ᾧ δεῖ ἴσον παραβαλεῖν
μὴ μεῖζον εἶναι τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλομέ-
νου, ὁμοίων ὄντων τῶν ἐλλειμμάτων τοῦ τε ἀπὸ
τῆς ἡμισείας καὶ ᾧ δεῖ ὅμοιον ἐλλείπειν. ἔστω ἡ μὲν
δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ, τὸ δὲ δοθὲν εὐθύγραμμον ᾧ
δεῖ ἴσον παρὰ τὴν ΑΒ παραβαλεῖν τὸ Γ, μὴ μεῖζον
ὂν τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλομένου ὁμοί-
ων ὄντων τῶν ἐλλειμμάτων, ᾧ δὲ δεῖ ὅμοιον ἐλλεί-
πειν τὸ Δ. δεῖ δὴ παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τὴν ΑΒ
τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ Γ ἴσον παραλληλό-
γραμμον παραβαλεῖν ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλο-

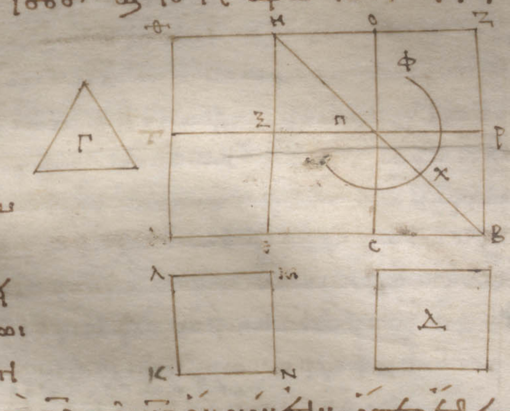
γ ατ κ ς τ ς

γ μγ τ α

γ λς τ α

γράμμῳ ὅμοιον ὄντι τῷ Δ. τετμήσθω ἡ ΑΒ δίχα κα-
τὰ τὸ Ε σημεῖον, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΕΒ τῷ Δ ὅ-
μοιον καὶ ὁμοίως κείμενον τὸ ΕΒΖΗ, καὶ συμπεπληρώσθω
τὸ ΑΗ παραλληλόγραμμον. τὸ δὴ ΑΗ ἤτοι ἴσον ἐστὶ τῷ
Γ ἢ μεῖζον αὐτοῦ διὰ τὸν διορισμόν. εἰ μὲν οὖν ἴσον ἐστὶ
τὸ ΑΗ τῷ Γ, γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν· παρα-
βέβληται γὰρ παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τὴν ΑΒ
τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ Γ ἴσον παραλληλό-
γραμμον τὸ ΑΗ ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ
τῷ ΗΒ ὁμοίῳ ὄντι τῷ Δ. εἰ δὲ οὔ, μεῖζόν ἐστι τὸ ΘΕ
τοῦ Γ. ἴσον δὲ τὸ ΘΕ τῷ ΗΒ· μεῖζον ἄρα καὶ τὸ ΗΒ τοῦ
Γ. ᾧ δὴ μεῖζόν ἐστι τὸ ΗΒ τοῦ Γ, ταύτῃ τῇ ὑπεροχῇ
ἴσον, τῷ δὲ Δ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον τὸ αὐτὸ
συνεστάτω τὸ ΚΛΜΝ. ἀλλὰ τὸ Δ τῷ ΗΒ ἐστιν ὅμοιον·
καὶ τὸ ΚΜ ἄρα τῷ ΗΒ ἐστιν ὅμοιον. ἔστω οὖν ὁμόλογος
ἡ μὲν ΚΛ τῇ ΗΕ, ἡ δὲ ΛΜ τῇ ΗΖ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ
ΗΒ τοῖς Γ, ΚΜ, μεῖζον ἄρα ἐστὶ τὸ ΗΒ τοῦ ΚΜ· μεί-
ζων ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ μὲν ΗΕ τῆς ΚΛ, ἡ δὲ ΗΖ τῆς ΛΜ.
κείσθω τῇ μὲν ΚΛ ἴση ἡ ΗΞ, τῇ δὲ ΛΜ ἴση ἡ ΗΟ,
καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΞΗΟΠ παραλληλόγραμμον·
ἴσον ἄρα καὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΗΠ τῷ ΚΜ. ἀλλὰ τὸ ΚΜ
τῷ ΗΒ ὅμοιόν ἐστι· καὶ τὸ ΗΠ ἄρα τῷ ΗΒ ὅμοιόν ἐστι·
περὶ τὴν αὐτὴν ἄρα διάμετρόν ἐστι τὸ ΗΠ τῷ ΗΒ.
ἔστω αὐτῶν διάμετρος ἡ ΗΠΒ, καὶ καταγεγράφθω τὸ
σχῆμα. ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ΒΗ τοῖς Γ, ΚΜ, ὧν τὸ
ΗΠ τῷ ΚΜ ἐστιν ἴσον, λοιπὸς ἄρα ὁ ΥΧΦ γνώμων

λοιπῷ τῷ Γ ἴσος ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΟΡ τῷ ΞΣ, κοι-
νὸν προσκείσθω τὸ ΠΒ· ὅλον ἄρα τὸ ΟΒ ὅλῳ τῷ ΞΒ
ἴσον ἐστίν. ἀλλὰ τὸ ΞΒ τῷ ΤΕ ἴσον ἐστίν, ἐπεὶ καὶ πλευρὰ
ἡ ΑΕ πλευρᾷ τῇ ΕΒ ἐστιν ἴση· καὶ τὸ ΤΕ ἄρα τῷ ΟΒ
ἐστὶν ἴσον. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΞΣ· ὅλον ἄρα τὸ ΤΣ
ὅλῳ τῷ ΦΧΥ γνώμονί ἐστιν ἴσον. ἀλλ' ὁ ΦΧΥ γνώμων
τῷ Γ ἐδείχθη ἴσος· καὶ τὸ ΤΣ ἄρα τῷ Γ ἐστιν ἴ-
σον. παρὰ τὴν δο-
θεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν
τὴν ΑΒ τῷ δοθέντι
εὐθυγράμμῳ τῷ Γ
ἴσον παραλληλόγραμ-
μον παραβέβληται
τὸ ΣΤ ἐλλεῖπον εἴδει
παραλληλογράμμῳ
τῷ ΠΒ ὁμοίῳ ὄντι



τῷ Δ, ἐπειδήπερ τὸ ΠΒ τῷ ΗΠ ὅμοιόν ἐστιν· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

κθ. Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ
ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ὑπερβάλλον
εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ τῷ δοθέντι. ἔστω
ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ, τὸ δὲ δοθὲν εὐθύγραμμον
ᾧ δεῖ ἴσον παρὰ τὴν ΑΒ παραβαλεῖν τὸ Γ, ᾧ δὲ δεῖ
ὅμοιον ὑπερβάλλειν τὸ Δ. δεῖ δὴ παρὰ τὴν ΑΒ εὐθεῖ-
αν τῷ Γ εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον
παραβαλεῖν ὑπερβάλλον εἴδει παραλληλογράμμῳ
ὁμοίῳ τῷ Δ. τετμήσθω ἡ ΑΒ δίχα κατὰ τὸ Ε, καὶ ἀνα-

[illegible marginal scholia]

ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΕΒ τῷ Δ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον παραλληλόγραμμον τὸ ΒΖ· καὶ συναμφοτέροις μὲν τοῖς ΒΖ, Γ ἴσον, τῷ δὲ Δ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον τὸ αὐτὸ συνεστάτω τὸ ΗΘ· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΗΘ τῷ ΖΒ· ὁμόλογος δὲ ἔστω ἡ μὲν ΚΘ τῇ ΖΛ, ἡ δὲ ΚΗ τῇ ΖΕ. καὶ ἐπεὶ μεῖζόν ἐστι τὸ ΗΘ τοῦ ΖΒ, μείζων ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ μὲν ΚΘ τῆς ΖΛ, ἡ δὲ ΚΗ τῆς ΖΕ. ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ΖΛ, ΖΕ, καὶ τῇ μὲν ΚΘ ἴση ἔστω ἡ ΖΛΜ, τῇ δὲ ΚΗ ἴση ἡ ΖΕΝ, καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΜΝ· τὸ ΜΝ ἄρα τῷ ΗΘ ἴσον τέ ἐστι καὶ ὅμοιον. ἀλλὰ τὸ ΗΘ τῷ ΕΛ ἐστὶν ὅμοιον· καὶ τὸ ΜΝ ἄρα τῷ ΕΛ ὅμοιόν ἐστι· περὶ τὴν αὐτὴν ἄρα διάμετρόν ἐστι τὸ ΕΛ τῷ ΜΝ. ἤχθω αὐτῶν διάμετρος ἡ ΖΞ, καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆμα. ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΗΘ τοῖς ΕΛ, Γ, ἀλλὰ τὸ ΗΘ τῷ ΜΝ ἴσον ἐστί, καὶ τὸ ΜΝ ἄρα τοῖς ΕΛ, Γ ἴσον ἐστί. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΕΛ· λοιπὸς ἄρα ὁ ΦΧΨ γνώμων τῷ Γ ἐστὶν ἴσος. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΕ τῇ ΕΒ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ΑΝ τῷ ΝΒ, τουτέστι τῷ ΛΟ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΕΞ· ὅλον ἄρα τὸ ΑΞ ἴσον ἐστὶ τῷ ΦΧΨ γνώμονι. ἀλλὰ ὁ ΦΧΨ γνώμων τῷ Γ ἴσος ἐστί· καὶ τὸ ΑΞ ἄρα τῷ Γ ἴσον ἐστί. παρὰ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν τὴν ΑΒ τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ Γ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβέβληται τὸ ΑΞ ὑπερβάλλον εἴδει παραλληλογράμμῳ



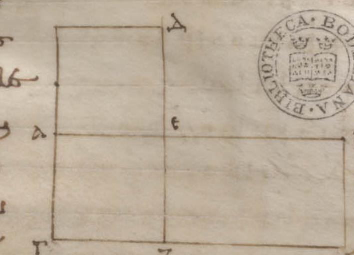
ἔστω ἡ ΑΒ εὐθεῖα μονάδων ΙΗ· τὸ ἀπὸ τῆς ΕΒ δυνάμεων ΠΑ. τὸ δὲ Γ εὐθύγραμμον δυνάμεων ΡΜΔ· τὸ δὲ συναμφοτέρων ΖΒ, Γ τουτέστι τὸ ΗΘ σκε δυνάμεων· ἡ πλευρὰ ἡ ΚΗ μονάδων ΙΕ· ὥστε εἶναι τὴν πλευρὰν μονάδων [illegible] δυνάμεων ΝΔ. τὸ δὲ ΒΞ δυνάμεων ΛϚ:

[illegible marginal scholia]

τῷ ΠΟ ὁμοίῳ ὄντι τῷ Δ· ἐπεὶ καὶ τῷ ΕΛ ἐστὶν ὅμοιον τὸ ΟΠ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:

λ'

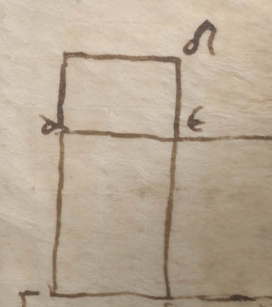
Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμεῖν. Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ ΑΒ· δεῖ δὴ τὴν ΑΒ εὐθεῖαν ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμεῖν. ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον τὸ ΒΓ, καὶ παραβεβλήσθω παρὰ τὴν ΑΓ τῷ ΒΓ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΓΔ ὑπερβάλλον εἴδει τῷ ΑΔ ὁμοίῳ τῷ ΒΓ. τετράγωνον δέ ἐστι τὸ ΒΓ· τετράγωνον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΑΔ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΒΓ τῷ ΓΔ, κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΓΕ· λοιπὸν ἄρα τὸ ΒΖ λοιπῷ τῷ ΑΔ ἐστὶν ἴσον. ἔστι δὲ αὐτῷ καὶ ἰσογώνιον· τῶν ΒΖ, ΑΔ ἄρα ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΖΕ πρὸς ΕΔ, οὕτως ἡ ΑΕ πρὸς ΕΒ. ἴση δὲ ἡ μὲν ΖΕ τῇ ΑΓ, τουτέστι τῇ ΑΒ, ἡ δὲ ΕΔ τῇ ΑΕ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΕ, οὕτως ἡ ΑΕ πρὸς τὴν ΕΒ. μείζων δὲ ἡ ΑΒ τῆς ΑΕ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΑΕ τῆς ΕΒ. ἡ ἄρα ΑΒ εὐθεῖα ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται κατὰ τὸ Ε, καὶ τὸ μεῖζον αὐτῆς τμῆμά ἐστι τὸ ΑΕ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:



διὰ τὸ κδ' καὶ ιζ' καὶ τοῦ ϛ':
διὰ τὸ κθ' τοῦ ϛ':
διὰ τὸ κδ' σκευὴ τοῦ ια' τοῦ β' βιβλίου:
διὰ τοὺς ὅρους τοῦ ϛ'
διὰ τὸ ιδ' τοῦ ϛ':
διὰ τὸ λδ' τοῦ α' παρ(αλληλογράμμων):

† ἄλλως ἡ ἀπόδειξις:—

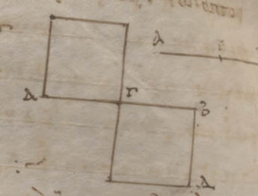
Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ· δεῖ δὴ τὴν ΑΒ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμεῖν. τετμήσθω γὰρ ἡ ΑΒ κατὰ τὸ Γ.



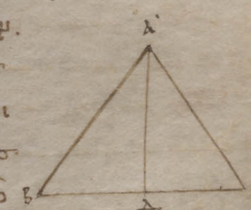
Τινὲς ἀποροῦσι λέγοντες ὅτι ἐν τῷ ια' θεωρήματι τοῦ β' βιβλίου ἔδειξεν τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῆναι δυναμένην, καὶ ἐνταῦθα πάλιν τὸ αὐτὸ δείκνυσι. καὶ λέγομεν ὅτι ἐκεῖ οὐκ ἔδειξεν ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθεῖσαν τὴν εὐθεῖαν· ἐνταῦθα δὲ θέλων δεῖξαι τὴν ἄκρον καὶ μέσον εὐθεῖαν τμηθῆναι, τούτου χάριν ἔδειξεν· ὅθεν οὐ μάτην [illegible] τοῦτο πεποίηκε.

[illegible marginal scholia]

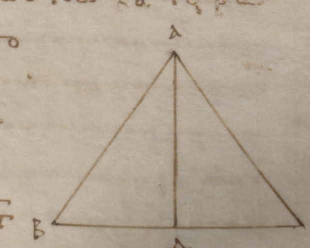
ὥστε καὶ τὸ ὑπὸ τῶν αβ βγ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῆς ... τετρα-
γώνοις. ἔστι δὲ οὖν τὸ ὑπὸ τῶν αβ βγ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ
τῆς γδ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ βδ πρὸς
τὴν δγ, οὕτως ἡ δγ πρὸς ...
ἡ αβ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμη-
ται κατὰ τὸ γ. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.



λα Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρ-
θὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς εἶδος ἴσον
ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν
πλευρῶν εἴδεσι τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως ἀναγρα-
φομένοις. ἔστω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ αβγ
ὀρθὴν ἔχον τὴν ὑπὸ βαγ γωνίαν. λέγω ὅτι τὸ ἀ-
πὸ τῆς βγ εἶδος ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν βα αγ εἴδεσι
τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις. ἤχθω
κάθετος ἡ αδ. ἐπεὶ οὖν ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ
τῷ αβγ ἀπὸ τῆς πρὸς τῷ α ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ
τὴν βγ βάσιν κάθετος ἦκται ἡ αδ, τὰ αβδ αδγ
πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ
τῷ αβγ καὶ ἀλλήλοις. καὶ ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ αβγ τῷ
αβδ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ γβ πρὸς τὴν βα, οὕτως ἡ αβ
πρὸς τὴν βδ. καὶ ἐπεὶ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογόν εἰσιν,
ἔστιν ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην,
οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης εἶδος
πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας, τὸ ὅμοιον
καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον. ὡς
ἄρα ἡ γβ πρὸς τὴν βδ, οὕτως τὸ



ἀπὸ τῆς γβ εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς βα, τὸ ὅμοιον καὶ ὁ-
μοίως ἀναγραφόμενον. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ἡ βγ
πρὸς τὴν γδ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς βγ εἶδος πρὸς τὸ ἀ-
πὸ τῆς γα. ὥστε καὶ ὡς ἡ βγ πρὸς τὰς βδ δγ, οὕτως
τὸ ἀπὸ τῆς βγ εἶδος πρὸς τὰ ἀπὸ τῶν βα αγ τὰ ὅ-
μοια καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενα. ἴση δὲ ἡ βγ ταῖς
βδ δγ. ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς βγ εἶδος τοῖς ἀπὸ
τῶν βα αγ εἴδεσι τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως ἀναγρα-
φομένοις. ἐν ἄρα τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώ-
νοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης
πλευρᾶς εἶδος ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν
γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν εἴδεσι τοῖς ὁμοίοις τε
καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις. ὅπερ ἔδει δεῖξαι. — ἄλλως.
Ἐπεὶ τὰ ὅμοια σχήματα ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν
ὁμολόγων πλευρῶν, τὸ ἀπὸ τῆς βγ ἄρα εἶδος πρὸς
τὸ ἀπὸ τῆς βα εἶδος διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ
ἡ γβ πρὸς τὴν βα. ἔχει δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς βγ τετράγω-
νον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς βα τετράγωνον διπλασίονα
λόγον, ἤπερ ἡ γβ πρὸς τὴν βα. καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ
τῆς γβ εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς βα εἶδος, οὕτως τὸ
ἀπὸ τῆς γβ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς βα τετρά-
γωνον. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς τὸ ἀπὸ
τῆς βγ εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς γα
εἶδος, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς βγ τε-
τράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς γα τε-
τράγωνον. ὥστε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς βγ

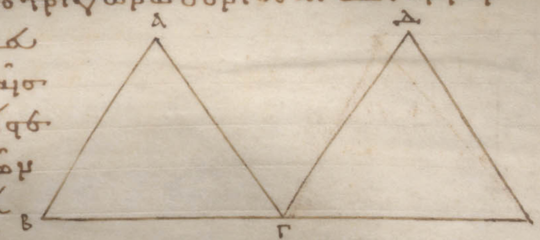


ΚΑΙ ΑΝΑΠΑΛΙΝ

ΚΑΙ ΑΝΑΠΑΛΙΝ ... ΚΑΙ ΠΑΛΙΝ ΑΝΑΠΑΛΙΝ ...

εἶδος πρὸς τὰ ἀπὸ τῶν ΒΑ ΑΓ εἴδη. οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον πρὸς τὰ ἀπὸ τῶν ΒΑ ΑΓ τετράγωνα· ἴσον δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ ΑΓ τετραγώνοις· ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ εἶδος τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ ΑΓ εἴδεσιν ὁμοίοις καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις :—

λβ Ἐὰν δύο τρίγωνα συντεθῇ κατὰ μίαν γωνίαν τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἀνάλογον ἔχοντα ὥστε τὰς ὁμολόγους αὐτῶν πλευρὰς καὶ παραλλήλους εἶναι· αἱ λοιπαὶ τῶν τριγώνων πλευραὶ ἐπ' εὐθείας ἔσονται. ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ ΔΓΕ. τὰς δύο πλευρὰς τὰς ΒΑ ΑΓ ταῖς δυσὶ πλευραῖς ταῖς ΔΓ ΔΕ ἀνάλογον ἔχοντα. ὡς μὲν τὴν ΑΒ πρὸς τὴν ΑΓ. οὕτως τὴν ΔΓ πρὸς τὴν ΔΕ. παράλληλον δὲ τὴν μὲν ΑΒ τῇ ΔΓ. τὴν δὲ ΑΓ τῇ ΔΕ. λέγω ὅτι ἐπ' εὐθείας ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΓΕ. ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΔΓ καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν εὐθεῖα ἡ ΑΓ. αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΒΑΓ ΑΓΔ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΓΔΕ τῇ ὑπὸ ΑΓΔ ἴση ἐστίν. ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΓΔΕ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ δύο τρίγωνά ἐστι τὰ ΑΒΓ ΔΓΕ μίαν γωνίαν τὴν πρὸς τῷ Α μιᾷ γωνίᾳ τῇ πρὸς τῷ Δ ἴσην ἔχοντα. περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον. ὡς τὴν ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ. οὕτως τὴν ΓΔ πρὸς τὴν ΔΕ. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΓΔΕ τριγώνῳ. ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΓΕ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΔ τῇ ὑπὸ ΒΑΓ ἴση. ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΕ δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΑΒΓ ΒΑΓ ἴση ἐστί. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΓΒ. αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΓΕ ΑΓΒ ταῖς ὑπὸ ΓΑΒ ΑΓΒ ΓΒΑ ἴσαι εἰσίν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ ΒΑΓ ΑΒΓ ΑΓΒ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσί. καὶ αἱ ὑπὸ ΑΓΕ ΑΓΒ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσί. πρὸς δή τινι εὐθείᾳ τῇ ΑΓ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Γ. δύο εὐθεῖαι αἱ ΒΓ ΓΕ μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΓΕ ΑΓΒ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιοῦσιν. ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΓΕ. ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα συντεθῇ κατὰ μίαν γωνίαν τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἀνάλογον ἔχοντα. ὥστε τὰς ὁμολόγους αὐτῶν πλευρὰς καὶ παραλλήλους εἶναι. αἱ λοιπαὶ τῶν τριγώνων πλευραὶ ἐπ' εὐθείας ἔσονται. ὅπερ ἔδει δεῖξαι :—

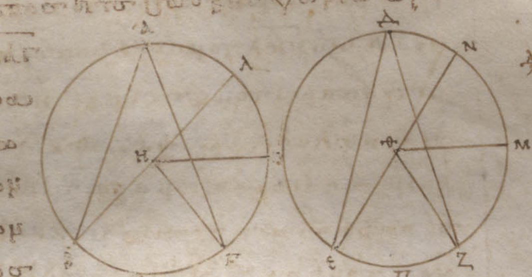


λγ Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ γωνίαι τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον ταῖς περιφερείαις ἐφ' ὧν βεβήκασιν. ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι. ἔτι δὲ καὶ οἱ τομεῖς ἅτε πρὸς τοῖς κέντροις συνιστάμενοι. ἔστωσαν ἴσοι κύκλοι οἱ ΑΒΓ ΔΕΖ. καὶ πρὸς μὲν τοῖς κέντροις αὐτῶν τοῖς Η Θ γωνίαι ἔστωσαν αἱ ὑπὸ ΒΗΓ ΕΘΖ. πρὸς δὲ ταῖς περιφερείαις αἱ ὑπὸ ΒΑΓ ΕΔΖ. λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΒΓ περιφέρεια πρὸς τὴν ΕΖ περιφέρειαν. οὕτως ἥ τε ὑπὸ ΒΗΓ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΘΖ. καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ πρὸς τὴν ὑ

[illegible]

ὑπὸ ΕΔΖ. καὶ ἔτι ὁ ΗΒΞΓ τομεὺς πρὸς τὸν ΘΕΠΖ τομέα.
κείσθωσαν γὰρ τῇ μὲν ΒΓ περιφερείᾳ ἴσαι κατὰ
τὸ ἑξῆς ὁσαιδηποτοῦν αἱ ΓΚ ΚΛ· τῇ δὲ ΕΖ περι-
φερείᾳ ἴσαι ὁσαιδηποτοῦν αἱ ΖΜ ΜΝ. καὶ ἐπεζεύ-
χθωσαν αἱ ΗΚ ΗΛ ΘΜ ΘΝ. ἐπεὶ οὖν ἴσαι εἰσὶν αἱ ΒΓ
ΓΚ ΚΛ περιφέρειαι ἀλλήλαις. ἴσαι εἰσὶ καὶ αἱ ὑπὸ ΒΗΓ
ΓΗΚ ΚΗΛ γωνίαι ἀλλήλαις· ὁσαπλασίων ἄρα ἐστὶν
ἡ ΒΛ περιφέρεια τῆς ΒΓ. τοσαυταπλασίων ἐστὶ καὶ
ἡ ὑπὸ ΒΗΛ γωνία τῆς ὑπὸ ΒΗΓ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ
ὁσαπλασίων ἐστὶν ἡ ΝΕ περιφέρεια τῆς ΕΖ. τοσαυ-
ταπλασίων ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΝΘΕ γωνία τῆς ὑπὸ ΕΘΖ· εἰ
ἄρα ἴση ἐστὶν ἡ ΒΛ περιφέρεια τῇ ΕΝ περιφερείᾳ.
ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΗΛ τῇ ὑπὸ ΕΘΝ· καὶ εἰ μείζων
ἐστὶν ἡ ΒΛ περιφέρεια τῆς ΕΝ περιφερείας. μεί-
ζων ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΗΛ γωνία τῆς ὑπὸ ΕΘΝ· καὶ εἰ ἐ-
λάσσων. ἐλάσσων· τεσσάρων δὴ ὄντων μεγεθῶν δύ-
ο μὲν περιφερειῶν τῶν ΒΓ ΕΖ. δύο δὲ γωνιῶν τῶν
ὑπὸ ΒΗΓ ΕΘΖ, εἴληπται τῆς μὲν ΒΓ περιφερείας καὶ
τῆς ὑπὸ ΒΗΓ γωνίας ἰσάκις πολλαπλασίων ἥ τε
ΒΛ περιφέρεια καὶ ἡ ὑπὸ ΒΗΛ γωνία· τῆς δὲ ΕΖ περι-
φερείας καὶ τῆς ὑπὸ ΕΘΖ γωνίας. ἥ τε ΕΝ περιφέ-
ρεια καὶ ἡ ὑπὸ ΕΘΝ γωνία· καὶ δέδεικται ὅτι εἰ ὑπερέ-
χει ἡ ΒΛ περιφέρεια τῆς ΕΝ περιφερείας, ὑπερέ-
χει καὶ ἡ ὑπὸ ΒΗΛ γωνία τῆς ὑπὸ ΕΘΝ· καὶ εἰ ἴση. ἴση.
καὶ εἰ ἐλάσσων. ἐλάσσων· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΓ περιφέ-
ρεια πρὸς τὴν ΕΖ. οὕτως ἡ ὑπὸ ΒΗΓ γωνία πρὸς

τὴν ὑπὸ ΕΘΖ. ἀλλ' ὡς ἡ ὑπὸ ΒΗΓ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΘΖ.
οὕτως ἡ ὑπὸ ΒΑΓ πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΔΖ· διπλασίων γάρ ἐστιν
ἑκατέρα ἑκατέρας. καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΓ περιφέρεια πρὸς
τὴν ΕΖ περιφέρειαν. οὕτως ἥ τε ὑπὸ ΒΗΓ γωνία πρὸς
τὴν ὑπὸ ΕΘΖ· καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ
πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΔΖ· ἐν ἄρα
τοῖς ἴσοις κύκλοις. αἱ γω-
νίαι τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον
ταῖς περιφερείαις ἐφ' ὧν
βεβήκασιν· ἐάν τε πρὸς
τοῖς κέντροις ἐάν τε πρὸς



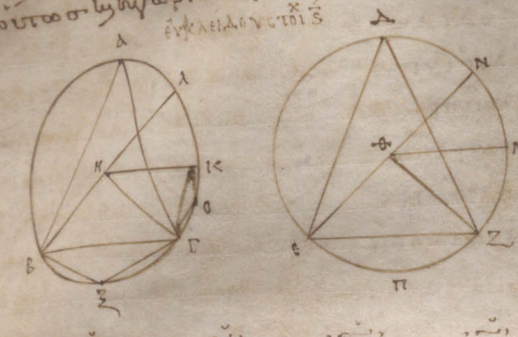
ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.
λέγω δὴ ὅτι καὶ ὡς ἡ ΒΓ περιφέρεια πρὸς τὴν ΕΖ περιφέρει-
αν, οὕτως ὁ ΗΒΓ τομεὺς πρὸς τὸν ΘΕΖ τομέα· ἐπε-
ζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΓ ΓΚ. καὶ ληφθέντων ἐπὶ τῶν ΒΓ ΓΚ
περιφερειῶν τῶν Ξ Ο σημείων, ἐπεζεύχθωσαν καὶ αἱ
ΒΞ ΞΓ ΓΟ ΟΚ. καὶ ἐπεὶ δύο αἱ ΒΗ ΗΓ δυσὶ ταῖς ΓΗ ΗΚ ἴ-
σαι εἰσί· καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσιν. καὶ βάσις ἡ ΒΓ
τῇ ΓΚ ἐστὶν ἴση· ἴσον ἄρα καὶ τὸ ΗΒΓ τρίγωνον τῷ
ΗΓΚ τριγώνῳ. καὶ ἡ ΒΓ περιφέρεια τῇ ΓΚ περι-
φερείᾳ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ περιφέρεια τῇ ΓΚ
περιφερείᾳ. καὶ λοιπὴ ἡ εἰς τὸν ὅλον κύκλον περιφέ-
ρεια ἴση ἐστὶ τῇ λοιπῇ [illegible]
ρείᾳ. [illegible] γωνία ἡ ὑπὸ ΒΞΓ τῇ ὑπὸ ΓΟΚ ἐστὶν
ἴση. ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΞΓ τμῆμα [illegible]
ματι. καί εἰσιν ἐπὶ ἴσων [illegible] ΒΓ ΓΚ [illegible]

[illegible]

ἴσων εὐθειῶν ὅμοια τμήματα ἴσα ἀλλήλοις· ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν·
ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΗΓ τμῆμα τῷ ΗΓΚ τμήματι. ἔστι δὲ καὶ
τὸ ΗΒΓ τρίγωνον τῷ ΗΓΚ τριγώνῳ ἴσον· καὶ ὅλος ἄ-
ρα ὁ ΒΗΓ τομεὺς ὅλῳ τῷ ΗΓΚ τομεῖ ἴσος ἐστί. διὰ τὰ αὐ-
τὰ δὴ καὶ ὁ ΗΚΛ τομεὺς ἑκατέρῳ τῶν ΒΓ, ΗΓΚ ἴσος ἐστίν·
οἱ τρεῖς ἄρα τομεῖς οἱ ΗΒΓ ΗΓΚ ΗΛΚ ἴσοι ἀλλήλοις εἰσίν·
διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ οἱ ΘΕΖ ΘΖΜ ΘΜΝ τομεῖς ἴσοι ἀλλήλοις
εἰσίν. ὁσαπλασίων ἄρα ἐστὶν ἡ ΛΒ περιφέρεια τῆς ΒΓ
περιφερείας, τοσαυταπλασίων ἐστὶ καὶ ὁ ΗΛΒ τομεὺς τοῦ
ΗΒΓ τομέως. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁσαπλασίων ἐστὶν ἡ ΝΕ
περιφέρεια τῆς ΕΖ περιφερείας, τοσαυταπλασίων ἐστὶ
καὶ ὁ ΘΕΝ τομεὺς τοῦ ΘΕΖ τομέως. εἰ ἄρα ἴση ἐστὶν ἡ
ΒΛ περιφέρεια τῇ ΕΝ περιφερείᾳ, ἴσος ἐστὶ καὶ ὁ ΒΗΛ
τομεὺς τῷ ΕΘΝ τομεῖ· καὶ εἰ ὑπερέχει ἡ ΒΛ περιφέρεια
τῆς ΕΝ περιφερείας, ὑπερέχει καὶ ὁ ΒΗΛ τομεὺς τοῦ
ΕΘΝ τομέως· καὶ εἰ ἐλλείπει, ἐλλείπει. τεσσάρων δὴ ὄντων
μεγεθῶν, δύο μὲν τῶν ΒΓ ΕΖ περιφερειῶν, δύο
δὲ τῶν ΗΒΓ ΕΘΖ τομέων, εἴληπται ἰσάκις πολλα-
πλάσια τῆς μὲν ΒΓ περιφερείας καὶ τοῦ ΗΒΓ τομέως
ἥ τε ΒΛ περιφέρεια καὶ ὁ ΗΒΛ τομεύς· τῆς δὲ ΕΖ περι-
φερείας καὶ τοῦ ΘΕΖ τομέως ἰσάκις πολλαπλάσια
ἥ τε ΕΝ περιφέρεια καὶ ὁ ΘΕΝ τομεύς· καὶ δέδεικται ὅ-
τι εἰ ὑπερέχει ἡ ΒΛ περιφέρεια τῆς ΕΝ περιφερείας,
ὑπερέχει καὶ ὁ ΒΗΛ τομεὺς τοῦ ΕΘΝ τομέως· καὶ εἰ ἴση,
ἴσος· καὶ εἰ ἐλλείπει, ἐλλείπει· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΓ περι-
φέρεια πρὸς τὴν ΕΖ, οὕτως ὁ ΗΒΓ τομεὺς πρὸς τὸν

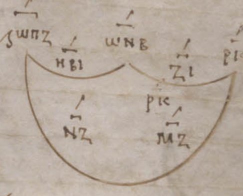
ΘΕΖ τομέα· καὶ δῆλον ὅτι καὶ ὡς ὁ τομεὺς πρὸς τὸν τομέα,
οὕτως καὶ ἡ γωνία πρὸς τὴν γωνίαν :— Δια ια ...

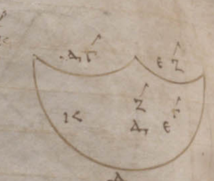
Εὐκλείδου στοιχείων ϛ΄



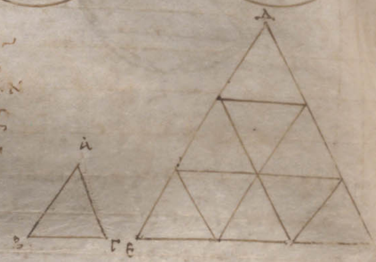
πολλαπλάσιός ἐστιν ὁ μετρούμενος ὑπὸ τοῦ οὗ ἐστι πολλαπλάσιος. καὶ α΄ γεν.
λέγεται κατὰ γένος. καθ' εἶδος δέ, διπλάσιος, τριπλάσιος καὶ εἰς ἄπειρον :—
κατὰ γένος ἐπιμόριός ἐστιν ὁ ὑπὸ ἑτέρου μετρούμενος ἅπαξ καὶ πε- β
ρισσεύων τινὶ ὅπερ τινὶ μετρεῖ τὸν μετρήσαντα· οἷον ὁ θ΄
καὶ ὁ ιβ΄· μετρεῖ ὁ θ΄ τὸν ιβ΄ καὶ περισσεύει γ΄, καὶ ὁ γ΄ μετρεῖ
τὸν θ΄. κατ' εἶδος δέ, ἐπίτριτος, ἐπιτέταρτος, ἐπέβδομος καὶ
εἰς ἄπειρον.
κατὰ γένος ἐπιμερὴς δέ· ὁ μετρούμενος ὑπὸ ἑτέρου ἅπαξ καὶ γ
περισσεύει τι ὅπερ οὐ μετρεῖ τὸν μετρήσαντα· οἷον
ὁ θ΄ καὶ ὁ ια΄. κατ' εἶδος δέ, ἐπιδισμοιρος ἢ ἐπιτρισμοιρος·
καὶ ἔτι κατ' εἶδος, ἐπιδισεννατος καὶ ἐπιτρισεννατος :—
ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ἡ πρώτη πρὸς τὴν γ΄ διπλα-
σίονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ πρὸς τὴν β΄. τουτέστιν ἐὰν ἔχῃ
ἡ α΄ πρὸς τὴν β΄ λόγον τριπλασίονα, ἡ α΄ πρὸς τὴν γ΄ λόγον ἕξει δὶς τοῦ
τριπλασίονα· τουτέστιν ἐννεαπλάσιον· τρὶς γὰρ τὰ
τρία θ΄· τοῦτο γάρ ἐστι καὶ τὸ λεγόμενον ἐν τῷ ὅρῳ τοῦ ϛ΄ βιβλίου.

λόγος ἑκάστου συγκεῖσθαι λέγεται. καὶ τὰ ξ. ὁ [illegible] τρεῖς
ὁ ἐννεαπλοῦς. διπλασίου τοῦ τριπλασίου. καὶ τοῦ [illegible]
συγκείμενος· ὁ δὲ δω-
δεκαπλάσιος λόγος συγ-
κεῖται. εἰς β λόγος τρι-
πλάσιόν τε καὶ τετραπλάσιον
ἢ διπλάσιον καὶ ἑξαπλάσιον. ις
ἐπὶ παντὸς τοῦ τοιούτου νοείσθω :-





Τὰ ὅμοια τρίγωνα πρὸς ἄλληλα. ἐν
διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων
πλευρῶν· καὶ ὅταν μὲν τὸ [illegible] πρὸς τὴν
εὐθεῖαν τῶν ὁμολόγων τῶν βγ πρὸς τὴν εζ
τριπλάσιος· ὁ δὲ λόγος τῶν [illegible]
των πρὸς τὸ δεζ τρίγωνον [illegible]
πλάσιος· ὁ δὲ λόγος τῶν πλευρῶν διπλάσιος :-

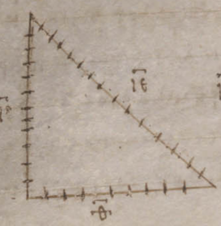


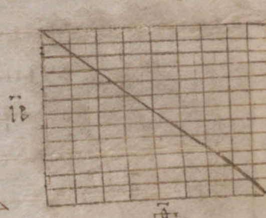
ἁπλοῖ :	ἁπλοῖ :	ἁπλοῖ
πολλαπλάσιοι :	ἐπιμόριος :	ἐπιμερεῖς :

Διπλοῖ οἱ πολλαπλάσιοι :

πολλαπλασιεπιμόριοι :	πολλαπλασιεπιμερεῖς :
ὑποπολλαπλάσιος :	ὑποεπιμόριοι : ὑποεπιμερεῖς :
ὑποπολλαπλασιεπιμόριοι :	ὑποπολλαπλασιεπιμερεῖς :

Ἡ πηλικότης τοῦ τριπλα-
σίου. ὁ τρία πρὸς ἕνα. τοῦ τε-
τραπλασίου ὁ τέσσαρα πρὸς ἕ-
να. τοῦ ἡμιολίου. ὁ τρία
πρὸς δύο καὶ τὰ ἑξῆς :-

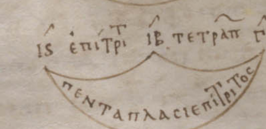


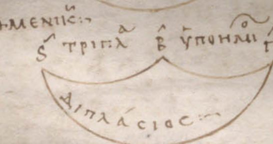


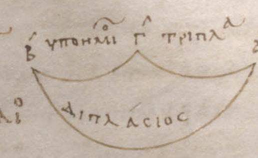
[illegible] ἀσίου καὶ ἡμιολίου.
[illegible]
[illegible] :-
Ὁ [illegible] [illegible] καὶ
[illegible] τρία πρὸς ἕνα
[illegible] διπλάσιος :-
Ὁ [illegible] τετραπλάσιος
[illegible] ἐπιτρίτου. ὁ ις
[illegible] ιβ τοῦ τρία τετραπλάσιος πυθμένες :-
Ὁ [illegible] διπλάσιος τριπλάσιος.
[illegible] ὑφ' ἡμιόλιος.
[illegible] διπλάσιος τοῦ γ [illegible] ἀπὸ τοῦ ϛ
[illegible] ἡγ τοῦ τριπλάσιος. καὶ
[illegible] δύο πρὸς τρία ὑφημιόλιος :-
Ὁ [illegible] ἀφαιρέσεως τοῦ διπλασίου τριπλασίου
[illegible] καὶ λειπομένου [illegible] ἡμιόλιος
πρὸς ἕνα διπλάσιος· ἐὰν ἀφέλωμεν
ἀπὸ τοῦ [illegible] τρία πρὸς ἕνα τριπλάσιος. καὶ
λείπεται δύο πρὸς τρία ὑφημιόλιος :-
[illegible] ὅροι συνεχεῖς. ἐν τῇ ταυτότητι τοῦ λόγου τοῦ [illegible]
[illegible] λεγομένων τοῦ πρώτου πρὸς τὸν τρίτον διπλά-
[illegible] ἔχειν. ἤπερ πρὸς τὸν δεύτερον :-



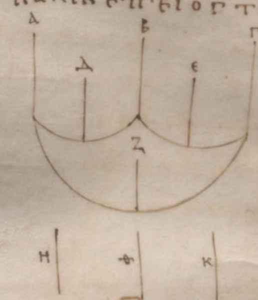




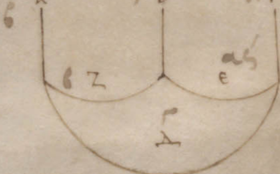




ἐὰν γ' ἀριθμοὶ οἱ ΑΒΓ· καὶ ὁ μὲν ὑπὸ ΑΒ ποιῇ ὁ Δ. ὁ δὲ ὑπὸ ΒΓ ὁ Ε·
δὲ ὑπὸ ΑΓ ὁ Ζ· καὶ ὁ μὲν Α τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Η ποιείτω.
ὁ δὲ Β τὸν Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Θ ποιείτω· καὶ ἔτι ὁ Γ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Κ
ποιείτω· λέγω ὅτι ἴσοι εἰσὶν οἱ Η Θ Κ ἀριθμοί· ἐπεὶ γὰρ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας
τὸν Δ πεποίηκεν· τὸν δὲ Γ πολλαπλασιάσας τὸν Ζ πεποίηκεν.
ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ. ὁ ἄρα ὑπὸ ΒΖ τουτέστιν ὁ Θ
ἴσος ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΓΔ τουτέστι τῷ Κ. πάλιν ἐπεὶ ὁ Γ τὸν μὲν
Α πολλαπλασιάσας τὸν Ζ πεποίηκεν,
τὸν δὲ Β πολλαπλασιάσας τὸν Ε πεποίηκεν,
ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Ε.
ὁ ἄρα ὑπὸ ΑΕ τουτέστιν ὁ Η ἴσος ἐστὶ τῷ
ὑπὸ ΒΖ τουτέστι τῷ Θ. οἱ ἄρα
Η Θ Κ ἀριθμοὶ ἴσοι ἀλλήλοις εἰσίν· ὅπερ ἔδει
δεῖξαι:–



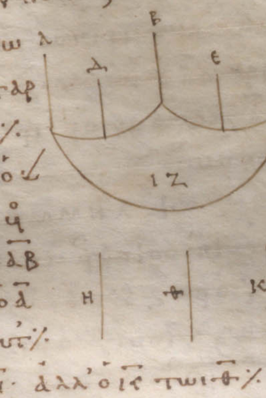
ἐὰν β' μεγέθη τὰ ΑΓ. καὶ ἐχέτω λόγον τὸ Α πρὸς τὸ Γ ὃν πηλικότης ὁ Δ.
καὶ παρεμπεσέτωσαν τῶν ΑΓ μεγεθῶν μέγεθος τὸ Β· λέγω ὅτι ὁ τοῦ Α πρὸς τὸ Γ λόγος ὁ Δ συγκεῖται ἔκ τε οὗ ἔχει τὸ Α πρὸς
τὸ Β οὗ πηλικότης ὁ Ζ καὶ τοῦ Β πρὸς τὸ Γ οὗ πηλικότης ὁ Ε.
ἐπεὶ γὰρ ὁ Δ τὸ Γ πολλαπλασιάσας τὸ Α πεποίηκεν. τὸ Α ἄρα τοῦ Γ πολλαπλάσιον
κατὰ τὸν Δ. πάλιν ἐπεὶ ὁ Ε τὸ Γ πολλαπλασιάσας τὸ Β πεποίηκεν.
ὁ δὲ Ζ τὸ Β πολλαπλασιάσας τὸ Α πεποίηκεν, ὁ ἄρα Ζ τὸν ἐκ τῶν ΕΓ πολλαπλασιάσας
τὸ Α πεποίηκεν· καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν ἐκ τῶν ΖΕ πολλαπλασιάσας τὸ Α πε-
ποίηκεν διὰ τὸ πρὸ ἑαυτοῦ
λῆμμα. ἴσος ἄρα ὁ ἐκ τῶν ΖΕ
τῷ Δ. ὁ Δ ἄρα συγκεῖται ἐκ
τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῶν ΖΕ:–



Left margin notes:
διὰ τὸ ιζ΄ τοῦ ζ΄:–
διὰ τὸ ιθ΄ τοῦ ζ΄ καὶ ἐκ κατασκευῆς:–
διὰ τὸ ιζ΄ τοῦ ζ΄:–
διὰ τὸ ιθ΄ τοῦ ζ΄ καὶ ἐκ κατασκευῆς:–
διὰ τὸν ὅρον τοῦ Δ:–
διὰ τὸν ὅρον ἀριθμοῦ πολλαπλασιασμὸς λέγεται:–

† ὑπόμνημα σχολικὸν εἰς τὸν λόγον συντεθέντα καὶ ἀφαιρεθέντα. Λέοντος:–

ἐὰν γ' ἀριθμοὶ οἱ ΑΒΓ· καὶ ὁ μὲν ὑπὸ ΑΒ ποιῇ ὁ Δ. ὁ δὲ ὑπὸ ΒΓ ὁ Ε· καὶ
ἔτι ὁ ὑπὸ ΑΓ ὁ Ζ· καὶ πάλιν ὁ μὲν ὑπὸ ΑΕ ποιῇ ὁ Η. ὁ δὲ ὑπὸ
ΒΖ ὁ Θ. καὶ ἔτι ὁ ὑπὸ ΓΔ ὁ Κ· λέγω
ὅτι οἱ Η Θ Κ ἀριθμοὶ ἴσοι ἀλλήλοις εἰσίν· ἐπεὶ γάρ
ὁ μὲν ὑπὸ ΑΒ ἐστιν ὁ Δ. ὁ δὲ ὑπὸ ΑΓ ἐστὶν
ὁ Ζ. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ. ὁ ἄρα
ὑπὸ ΓΔ ἴσος ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΒΖ. τουτέστιν ὁ Κ ἴσος
ἐστὶ τῷ Θ. πάλιν ἐπεὶ ὁ μὲν ὑπὸ ΑΒ
ἐστιν ὁ Δ. ὁ δὲ ὑπὸ ΒΓ ἐστὶν ὁ Ε. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α
πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε. ὁ ἄρα ὑπὸ ΓΔ τουτέστιν
ὁ Κ ἴσος ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΑΕ τουτέστι τῷ Η. ἀλλ' ὁ Κ τῷ Θ ἴσος ἐστίν· οἱ
τρεῖς ἄρα οἱ Η Θ Κ ἀριθμοὶ ἴσοι ἀλλήλοις εἰσίν:–



Right margin notes:
διὰ τὸ ιζ΄ τοῦ ζ΄:–
διὰ τὸ ιθ΄ τοῦ ζ΄:–

† λῆμμα β΄:–

ἐὰν ᾖ ὁ Α τοῦ Β πολλαπλάσιος κατὰ τὸν Γ· λέγω ὅτι καὶ ὁ Β τοῦ Α πολλαπλάσιος κατὰ
τὸ ὁμώνυμον μέρος τοῦ Γ. ἐπεὶ γὰρ ὁ Β τοῦ Α με-
τρεῖ κατὰ τὸν Γ. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Α, οὕτως ἡ
μονὰς πρὸς τὸν Γ. ὅσον δὲ ἡ μονὰς ἐστὶ τοῦ Γ. τοσοῦτον τὸ ὁμώ-
νυμον μόριον τοῦ Γ πρὸς μονάδα. καὶ ὡς ἄρα ὁ Β
πρὸς τὸν Α. οὕτως τὸ ὁμώνυμον μόριον τοῦ Γ πρὸς μονάδα. ὁ
ἄρα ὑπὸ τοῦ Β καὶ μονάδος τουτέστιν αὐτὸς ὁ Β.
ἴσος ἐστὶ τῷ ὑπὸ τοῦ Α καὶ τοῦ ὁμωνύμου τῷ Γ:–

ΙΑ ΙΒ
ΙΓ ὁ ὁμώνυμος τοῦ Γ μέρος τοῦ Γ

διὰ τὸ ιθ΄ τοῦ ε΄:–

μαθεῖν γὰρ ἀριθμητικῶς σαφηνισθήσεται τὰ τοιαῦτα. ἐπὶ μὲν
τοῦ α λήμματος λέγομεν ὅτι ὁ τετράκις πέντε ἑξάκις.
ἴσος ἐστὶ τῷ πεντάκις τε ἓξ τετράκις καὶ τῷ ἑξάκις
τεσσαράπεντάκις. τουτέστι τῷ ρκ΄. ἐπὶ δὲ τοῦ β
λήμματος ὁ εἰκάτ τοῦ εἴκοσι πολλαπλάσιος κατὰ τὸν ε ... ἐστὶ
πολλαπλάσιος κατὰ ... ε

Λῆμμα γ΄ :—

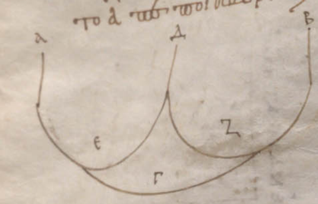
ὡς ὁ Α τοῦ Β ἐπιμόριος καὶ τοῦ Γ. μείζων καὶ ὁ Β τοῦ Α ἐπιμόριος καὶ τὸ ὁμω-
νυμον τοῦ Γ ἐν ἐλάττονι. τουτέστιν· οἷον ὁ Α τοῦ Β ἐπίτριτος του-
τέστι λόγον ἔχει αὐτοῦ τρίτα τέσσαρα. καὶ ὁ Β τοῦ Α ἡ τέταρτα τρία
ἐπειδὴ ὁ Α πρὸς τὸν Β λόγον ἔχει ὃν τέσσαρα πρὸς τρία. καὶ ὁ Β
πρὸς τὸν Α λόγον ἔχει ὃν τρία πρὸς τέσσαρα. καὶ ἔστι τῶν ἐλασσόνων ἐπιμο-
ρίων ὁμώνυμον :—

Λῆμμα δ΄ :—

ἀλλὰ καὶ ἔστι τῶν ἐπιμερῶν τὸ αὐτὸ συμβαῖνον. οἷον ὁ Α πρὸς τὸν Β λό-
γον ἔχει ὃν ὁ Ζ πρὸς τὸν Ε. καὶ ὁ Β πρὸς τὸν Α λόγον ἔχει ὃν ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ
ἐναλλάξ. τουτέστιν ἀντὶ τοῦ ἐπιτετάρτου τὸ ὑποτρισυνδόου
καὶ ἔστι τῶν ἀλλ ὅσον αὐτῶν. τὰ δ' αὐτὰ μορφὴν καὶ ἔστι τῶν συμ-
φώνων λόγων. οἱ πολλαπλάσιοι ἐπιμόριοι καὶ πολλαπλάσι-
οι ἐπιμερεῖς. οἷον ὅτι ὁ Α τοῦ Β διπλάσιος ἐπίτριτος του-
τέστι λόγον ἔχει ὃν ὁ Β πρὸς τὸν Ζ πρὸς τὸν Γ. τουτέστιν ἐπιτρίτου αὐτοῦ
καὶ ὁ Β τοῦ Α ὑποδιπλάσιος ἐπίτριτος. τουτέστι λόγον ἔχει
πρὸς αὐτὸν ὃν ὁ Γ πρὸς τὸν Ζ τουτέστι τρισυνδόου. τὸ δ' αὐτὸ μό-
νον καὶ ἔστι τῶν πολλαπλασίων ἐπιμερῶν. οἷον ὁ Α τοῦ Β δι-
πλάσιος ἐπιτριπεμπτος· τουτέστι λόγον ἔχει πρὸς αὐτὸν ὃν
ὁ ΙΓ πρὸς τὸν Ε τουτέστι τρισκαιδεκαπεμπτον. ὁ καὶ ὁ Β τοῦ
Α πεμπτριοκαιδέκατον. καὶ τὰ ἄλλα γ.
τούτων δὲ προθεωρηθέντων. ὡς τὸ Α μέγεθος πρὸς τὸ Β λό-
γον ἔχει. οὗ λόγου πηλικότης τὸ Γ. καὶ μετὰ τῶν Α Β ἐμπί-
πτει τι μέγεθος τὸ Δ. μέγεθος ὁ τὸ Α πρὸς τὸ Β λόγου συμπε-
πλήρωται ἐκ τοῦ ὃν ἔχει τὸ Α πρὸς τὸ Δ καὶ τὸ Δ πρὸς τὸ Β. ὅμοιον
καὶ τὸ Β τῷ Γ πηλικότητι τοῦ λόγου πολλαπλασιασθὲν
τὸ Α ποιήσει. δεικτέον. ἀλλ' ἐπεὶ πολλαπλασιάσαν τὸ Β μέγεθος τῷ Ζ

τὸ Α ποιήσει. δεικτέον. ἀλλ' ἐπεὶ πολλαπλασιάσαν τὸ Β μέγεθος τῷ Ζ

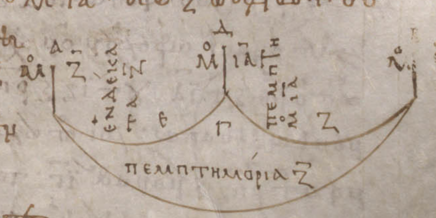
πηλικότητι τοῦ λόγου τῶν Α Β πολλαπλασιασθὲν τὸ Δ πο-
ποιήσειεν. ἀλλὰ καὶ τὸ Δ μέγεθος τῷ Ε πηλικότητι τοῦ λό-
γου ποιήσει. δεῖ τὸ Α πολλαπλασιάσαν τὸ Α ποιήσειεν· δεῖ τὸ Α
λόγου τῶν Α Δ πολλαπλασιάσαν ἐκ τῆς ἐκ τῶν Β Ζ πολλαπλασιάσαν
λήμματος. ἐπεὶ δὴ τὸ Ε ἐκ τῆς ἐκ τῶν Β Ζ πολλαπλασιάσαν
τὸ Α ποιήσειεν. καὶ τὸ Β ἐκ τῆς ἐκ τῶν Ε Ζ πολλαπλασιά-
σαν τὸ Α ποιήσειεν. ἀλλὰ μὴν



καὶ ὁ ὑπὸ Β Γ ἴσος ὁ Α. καὶ ὁμοίως ὁ
ὑπὸ Β Ζ Ε ἴσος ὁ Α. ἴσος ἄρα ὁ ὑπὸ Β Γ
τῷ ὑπὸ Β Ε Ζ. ἡ ἄρα Γ πηλικότης τοῦ
τῶν Α Β μεγεθῶν λόγου ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ
τῶν Ε Ζ πηλικοτήτων γενομένῃ·
συγκεῖται ἄρα ἡ Γ πηλικότης ἐκ τῆς Ε ἐπὶ τὴν Ζ πολλαπλασι-
ασθείσης. τὰ δ' αὐτὰ εὑρήσομεν καὶ ἐὰν μὴ ἐλάττων ᾖ τὸ Α Δ ἐμ-
πίπτον μέγεθος. καὶ ὁμοίως ἐὰν μὴ ἐλάττων ᾖ τὸ Β Δ ἀλλὰ ἐμπεσ-
σον. καὶ αὐτὴ ἔφοδος :—

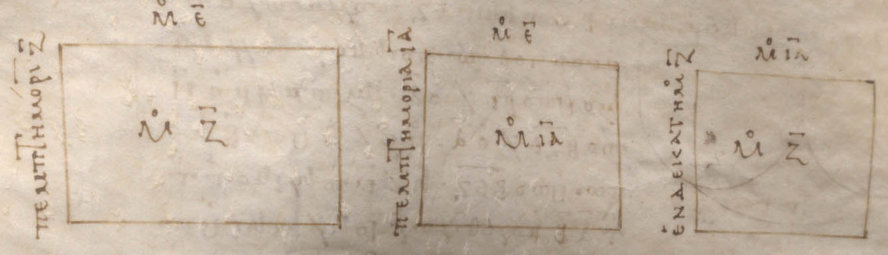
Ὑπόδειγμα :—

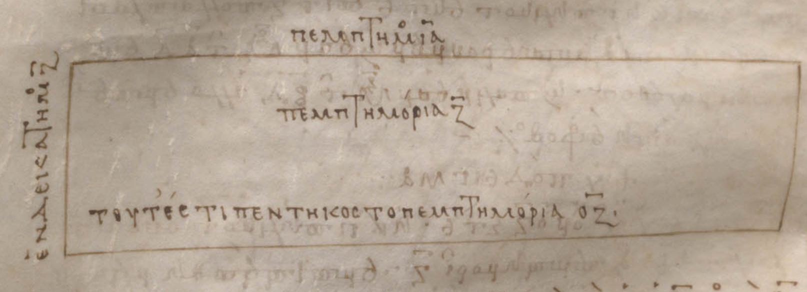
ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Ξ λόγον ἔχει ὃν ὁ Ζ πρὸς τὸν Ε. ἡ ἄρα Γ πηλικότης οὖσα τοῦ
λόγου τῶν Α Β. ἡ πεμπταημόριον Ζ. ἐμπεπτωκέτω δὲ μέσος
τῶν Α Β μεγεθῶν τὸ Δ ἔχει καὶ αὐτὸ μονάδας ΙΑ. ἡ ἄρα Ζ πηλικότης οὔ-
σα τῶν Δ Β τοῦ λόγου. ἡ πεμπταη-
μόριον ΙΑ. ἡ ἄρα Ε πηλικότης
οὖσα τῶν Α Δ τοῦ λόγου. ἐστὶν ἑν-
δεκαπλάσιος Ζ :—



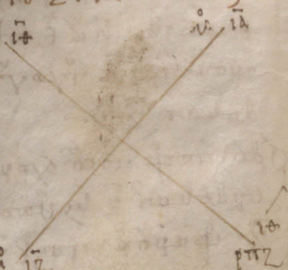
ὁ δὲ τὸ ἐκ τοῦ περιεχόμενον ὑπὸ τε
ἑνδεκάκις Ζ καὶ ὑπὸ πεμπταημόρια ΙΑ. γίνεται πεμπταημόρι-
α Ζ. φανερὸν. ταῦτα Ζ ἐστὶ τὰ ΙΑ. γίνεται ΟΖ. τὸ δὲ ἑνδε-

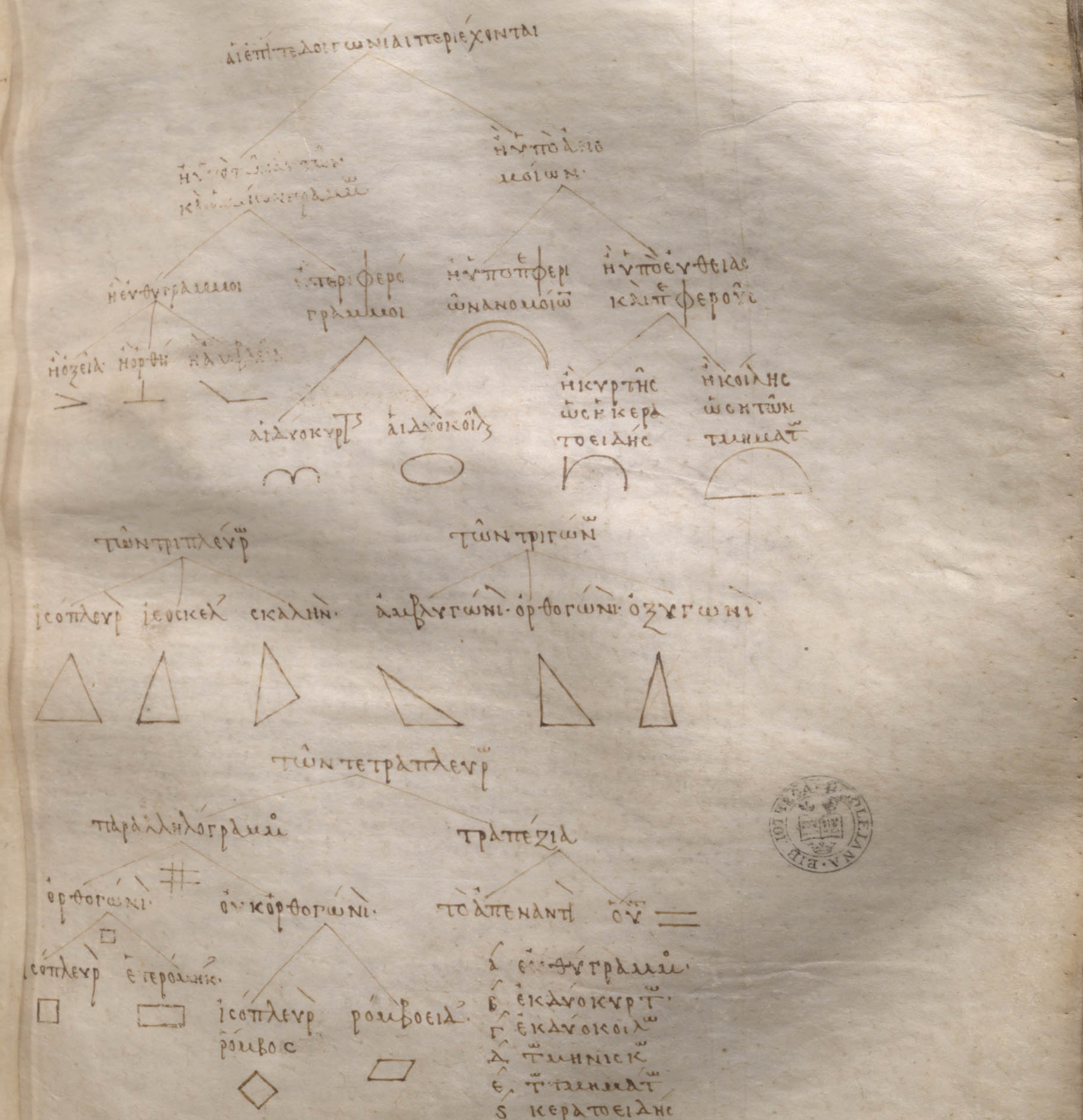
καὶ ἡμιμόριον ἐστι τὸ πεμπτημόριον· πολλαπλασιάζομεν
πεντάκις τὰ ὀκτὼ πεμπτημόρια· καί εἰσι ο ζ· πεντάκις ὀκτώ
πεμπτημόρια μ· πεμπτημόρια ζ· τουτέστιν ἑπτάκις
τῶν ... β :~

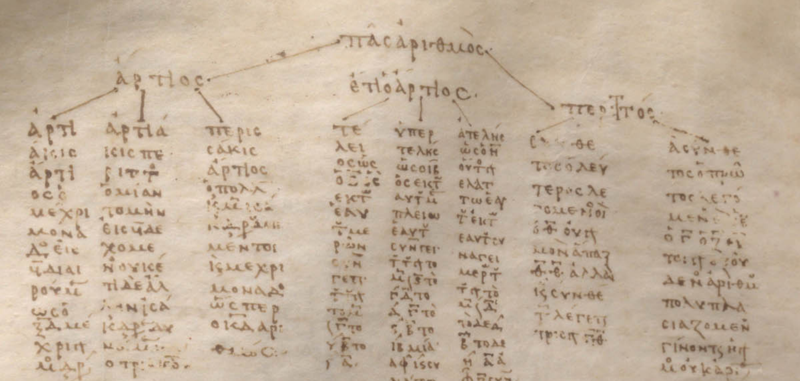




ἀλλ' ἄλλην μέθοδον τοῦ πολλαπλασιασμοῦ· μο β ... ο μ ο ιζ ϛ ἑπτὰ ιγ·
ἑξάκις αὐτὰ ... ὁμ ... οι θ ἑπτὰ ια· ποιοῦσι
ὅσοι ιθ ἑπτὰ ια. γ τὰ ιζ ἑπτὰ ρπζ ...
... [illegible] ...
μο ιθ ρπζ ἑπτὰ μοναδ ιγ· τουτέστιν
... ἐπὶ τὰ ιγ ποι
... ιϛ ποιεῖ ρπζ ε
ςμζ· ἄλλο πρόβλημα τοιοῦτον :~







[illegible]

[illegible]

† Εὐκλείδου. στοιχείων, βιβλίον ζ:

... ὄντων ἓν λέγεται·
μονάς ἐστι, καθ' ἣν ἕκαστον ... συγκείμενον πλῆθος·
ἀριθμὸς δέ, τὸ ἐκ μονάδων ... ἀριθμοῦ ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζο-
μέρος ἐστὶν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζο-
νος, ὅταν καταμετρῇ τὸν μείζονα· μέρη δέ, ὅ-
ταν μὴ καταμετρῇ· πολλαπλάσιος δὲ ὁ μείζων
τοῦ ἐλάσσονος, ὅταν καταμετρῆται ὑπὸ τοῦ ἐλάσ-
σονος· ἄρτιος ἀριθμός ἐστιν ὁ δίχα διαιρούμε-
νος· περισσὸς δὲ ὁ μὴ διαιρούμενος δίχα ἢ
ὁ μονάδι διαφέρων ἀρτίου ἀριθμοῦ· ἀρτιάκις
ἄρτιος ἀριθμός ἐστιν ὁ ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ με-
τρούμενος κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν· ἀρτιάκις δὲ
περισσός ἐστιν ὁ ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ μετρούμενος
κατὰ περισσὸν ἀριθμόν· περισσάκις ἄρτιός ἐστιν
ὁ ὑπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ μετρούμενος κατὰ ἄρ-
τιον ἀριθμόν· περισσάκις δὲ περισσὸς ἀριθμός
ἐστιν ὁ ὑπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ μετρούμενος κα-
τὰ περισσὸν ἀριθμόν· πρῶτος ἀριθμός ἐστιν
ὁ μονάδι μόνῃ μετρούμενος· πρῶτοι πρὸς
ἀλλήλους ἀριθμοί εἰσιν οἱ μονάδι μόνῃ μετρού-
μενοι κοινῷ μέτρῳ· σύνθετος ἀριθμός ἐστιν ὁ
ἀριθμῷ τινι μετρούμενος· σύνθετοι δὲ πρὸς
ἀλλήλους ἀριθμοί εἰσιν οἱ ἀριθμῷ τινι μετρούμε-
νοι κοινῷ μέτρῳ· ἀριθμὸς ἀριθμὸν πολλαπλασιά-
ζειν λέγεται, ὅταν ὅσαι εἰσὶν ἐν αὐτῷ μονάδες
τοσαυτάκις συντεθῇ ὁ πολλαπλασιαζόμενος, καὶ
γένηταί τις· ὅταν δὲ δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιά-

[illegible]

[illegible]

οἱ ἐς αὐτὸν ἀλλήλους [illegible] μονάδι μόνῃ [illegible]

[illegible] μετρούμενοι [illegible]

[illegible] ἀριθμός [illegible]

[illegible] μετρούμενος [illegible]

[illegible] ἀλλήλους ἀριθμοί [illegible]

ἀριθμός ἐστιν. ὁ [illegible]

περιεχόμενος [illegible]

[illegible]

[illegible] τρίτος τοῦ [illegible]

[illegible] μέρη ὦσιν. ὅμοιοι [illegible]

[illegible] στερεοὶ ἀριθμοί εἰσιν οἱ ἀνάλογον ἔχοντες

[illegible] ἀριθμός [illegible]

τοῖς ἑαυτοῦ μέρεσιν ἴσος ὤν:

Δύο ἀριθμῶν ἀνίσων ἐκκειμένων ἀνθυφαιρουμένου ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος ἐὰν ὁ λειπόμενος μηδέποτε καταμετρῇ τὸν πρὸ ἑαυτοῦ ἕως οὗ λειφθῇ μονάς, οἱ ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται· δύο γὰρ ἀνίσων ἀριθμῶν τῶν ΑΒ ΓΔ ἀνθυφαιρουμένου ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος ὁ λειπόμενος μηδέποτε καταμετρείτω τὸν πρὸ ἑαυτοῦ ἕως οὗ λειφθῇ μονάς· [illegible] ΑΒ ΓΔ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· τουτέστιν [illegible] τοὺς ΑΒ ΓΔ μονὰς μόνη μετρεῖ· εἰ γὰρ [illegible] εἰσὶν οἱ ΑΒ ΓΔ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρή[illegible]

[illegible]

[illegible] ἀριθμός μετρεῖ τὸν [illegible]

[illegible] αὐτοὺς ἀριθμός [illegible] ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν ΖΑ

τὸν ΑΒ μετρῶν. [illegible] ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τοῦ

ὁ ΑΖ τὸν ΔΗ μετρῶν. [illegible] ἑαυτοῦ ἐλάσσονα [illegible]

ΗΓ. [illegible] τὸν ΖΘ μετρῶν [illegible]

ΘΑ. [illegible] τὸν ΓΔ μετρεῖ [illegible]

[illegible] ΒΖ μετρεῖ [illegible] ΑΖ τὸν ΔΗ [illegible]

[illegible] τὸν ΑΖ μετρήσει [illegible]

[illegible] μετρήσει [illegible]

τὸν [illegible] τὴν ΓΗ μετρήσει [illegible] ΓΗ

τὸν ΖΘ μετρεῖ [illegible]

[illegible] μετρεῖ [illegible]

[illegible]

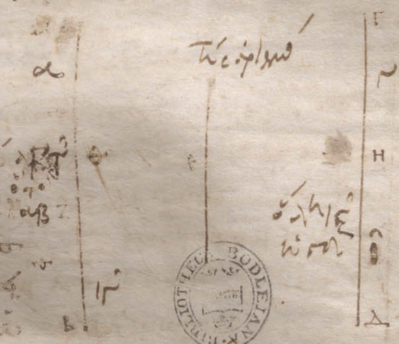
[illegible] μονάδα μετρήσει

[illegible] ἀριθμὸς ὤν. ὅπερ ἐστὶν

ἀδύνατον· οὐκ ἄρα τοὺς

ΑΒ ΓΔ ἀριθμοὺς μετρήσει

τις ἀριθμός· οἱ ΑΒ ΓΔ ἄρα



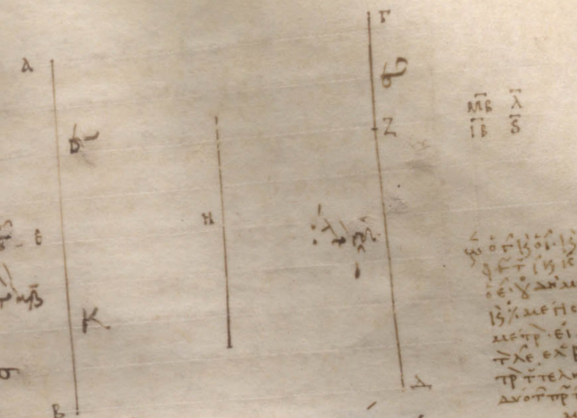
πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Δύο ἀριθμῶν δοθέντων μὴ πρώτων πρὸς ἀλλήλους τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν. ἔστωσαν οἱ δοθέντες δύο ἀριθμοὶ μὴ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ ΑΒ ΓΔ. δεῖ δὴ τῶν ΑΒ ΓΔ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον εὑρεῖν· εἰ μὲν οὖν ὁ ΓΔ τὸν ΑΒ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτόν. ὁ ΓΔ ἄρα τῶν ΓΔ ΑΒ κοινὸν μέτρον ἐστί· καὶ φανερὸν ὅτι καὶ μέγιστον· οὐδεὶς γὰρ μείζων τοῦ ΓΔ τὸν ΓΔ μετρήσει· εἰ δὲ οὐ μετρεῖ ὁ ΓΔ τὸν ΑΒ τῶν

αβ γδ, ἀνθυφαιρουμένου ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ
μείζονος, λειφθήσεταί τις ἀριθμὸς ὃς μετρήσει τὸν
πρὸ ἑαυτοῦ. μονὰς μὲν γὰρ οὐ λειφθήσεται· εἰ δὲ
μή, ἔσονται οἱ αβ γδ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους· ὅ-
περ οὐχ ὑπόκειται. λειφθήσεταί τις ἄρα ἀριθμὸς ὃς
μετρήσει τὸν πρὸ ἑαυτοῦ. καὶ ὁ μὲν γδ τὸν βε μετρῶν
λειπέτω ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν εα· ὁ δὲ εα τὸν δζ με-
τρῶν λειπέτω ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν ζγ· ὁ δὲ γζ τὸν αε
μετρείτω. ἐπεὶ οὖν ὁ γζ τὸν αε μετρεῖ, ὁ δὲ αε τὸν
δζ μετρεῖ· καὶ ὁ γζ ἄρα τὸν δζ μετρήσει· μετρεῖ δὲ καὶ
ἑαυτόν· καὶ ὅλον ἄρα τὸν γδ μετρήσει. ὁ δὲ γδ τὸν
βε μετρεῖ· καὶ ὁ γζ ἄρα τὸν βε μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ τὸν
εα· καὶ ὅλον ἄρα τὸν βα μετρήσει· μετρεῖ δὲ καὶ τὸν γδ·
ὁ γζ ἄρα τοὺς αβ γδ μετρεῖ. ὁ γζ ἄρα τῶν αβ γδ
κοινὸν μέτρον ἐστί. λέγω δὴ ὅτι καὶ μέγιστον. εἰ γὰρ
μή ἐστιν ὁ γζ τῶν αβ γδ μέγιστον κοινὸν μέτρον, με-
τρήσει τις τοὺς αβ γδ ἀριθμοὺς ἀριθμὸς μεί-
ζων ὢν τοῦ γζ. μετρείτω, καὶ ἔστω ὁ η. καὶ ἐπεὶ ὁ η τὸν
γδ μετρεῖ, ὁ δὲ γδ τὸν βε μετρεῖ· καὶ ὁ η ἄρα τὸν βε
μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ ὅλον τὸν βα· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν
αε μετρήσει. ὁ δὲ αε τὸν δζ μετρεῖ· καὶ ὁ η ἄρα τὸν
δζ μετρήσει· μετρεῖ δὲ καὶ ὅλον τὸν δγ· καὶ λοιπὸν ἄ-
ρα τὸν γζ μετρήσει, ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ
ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοὺς αβ γδ ἀριθμοὺς ἀ-
ριθμός τις μετρήσει μείζων ὢν τοῦ γζ. ὁ γζ ἄρα
τῶν αβ γδ μέγιστόν ἐστι κοινὸν μέτρον. ὅπερ ἔδει

δεῖξαι. πο

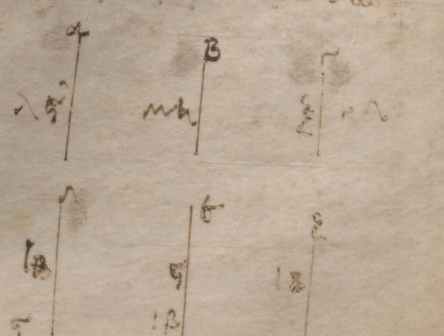
ἐκ δὴ τούτου φανερὸν
ὅτι ἐὰν ἀριθμὸς δύο
ἀριθμοὺς μετρῇ, καὶ
τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν
μέτρον μετρήσει.



γ Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων
μὴ πρώτων πρὸς
ἀλλήλους, τὸ μέγιστον
αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν. ἔστωσαν οἱ δοθέντες
τρεῖς ἀριθμοὶ μὴ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ α β γ·
δεῖ δὴ τῶν α β γ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον εὑρεῖν. εἰ-
λήφθω γὰρ δύο τῶν α β τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον ὁ δ·
ὁ δὴ δ τὸν γ ἤτοι μετρεῖ ἢ οὐ μετρεῖ. μετρείτω πρό-
τερον· μετρεῖ δὲ καὶ τοὺς α β· ὁ δ ἄρα τοὺς α β γ με-
τρεῖ· ὁ δ ἄρα τῶν α β γ κοινὸν μέτρον ἐστί. λέγω δὴ
ὅτι καὶ μέγιστον. εἰ γὰρ μή ἐστιν ὁ δ τῶν α β γ μέγιστον
κοινὸν μέτρον, μετρήσει τις τοὺς α β γ ἀριθμοὺς
ἀριθμὸς μείζων ὢν τοῦ δ. μετρείτω, καὶ ἔστω ὁ ε.
ἐπεὶ οὖν ὁ ε τοὺς α β γ μετρεῖ, καὶ τοὺς α β ἄρα μετρήσει·
καὶ τὸ τῶν α β ἄρα μέγιστον κοινὸν μέτρον μετρήσει·
τὸ δὲ τῶν α β μέγιστον κοινὸν μέτρον ἐστὶν ὁ δ· ὁ ε ἄ-
ρα τὸν δ μετρεῖ, ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν
ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοὺς α β γ ἀριθμοὺς ἀριθμὸς
τις μετρήσει μείζων ὢν τοῦ δ. ὁ δ ἄρα τῶν α β γ
μέγιστόν ἐστι κοινὸν μέτρον. μὴ μετρείτω δὴ ὁ δ τὸν γ·

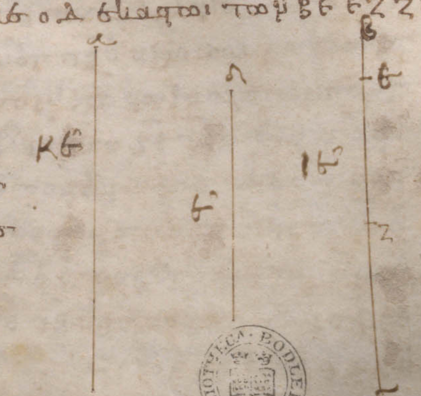
[illegible] ἀριθμῶν [illegible] τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον [illegible] τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον [illegible]

λέγω πρότερον ὅτι οἱ Δ Γ οὐκ εἰσὶ πρῶτοι [illegible]
ἐπεὶ γὰρ οἱ Α Β Γ οὐκ εἰσὶ πρῶτοι [illegible]
τρεῖς [illegible] αὐτοὺς ἀριθμὸς [illegible] πρὸς ἀλλήλους [illegible]
τοὺς Α Β [illegible] τῶν Α Β [illegible] τοὺς Α Β Γ
τρον τὸν Δ [illegible]
[illegible] ἀριθμὸς [illegible] μέρη [illegible]
[illegible] πρὸς ἀλλήλους [illegible] εἰλήφθω οὖν [illegible]
[illegible] κοινὸν μέτρον ὁ Ε [illegible]
[illegible] τοὺς Α Β [illegible]
[illegible] τῶν Α Β Γ κοινὸν μέτρον [illegible]
[illegible] ὁ Δ τὸ μέγιστον [illegible]
[illegible] κοινὸν μέτρον [illegible]
[illegible] ἀριθμὸς [illegible] τοῦ Ζ [illegible]
[illegible] ὁ Ζ τοὺς Α Β Γ μετρεῖ [illegible]
[illegible] τῶν Α Β ἄρα μέγιστον κοινὸν μέτρον [illegible]
[illegible] τῶν Α Β μέγιστον κοινὸν μέτρον ἐστὶν ὁ Δ [illegible]
τὸν Δ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Γ. ὁ Ζ ἄρα τοὺς Δ Γ
μετρεῖ [illegible] τῶν Δ Γ ἄρα μέγιστον κοινὸν μέτρον
[illegible] τῶν Δ Γ μέγιστον κοινὸν μέτρον ἐστὶν
ὁ Ζ ἄρα τὸν Ε μετρεῖ [illegible] τὸν ἐλάσσονα ὅπερ
ἐστὶν ἀδύνατον [illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible] ἄρα
τοὺς Α Β [illegible]
νὸν μέτρον [illegible]



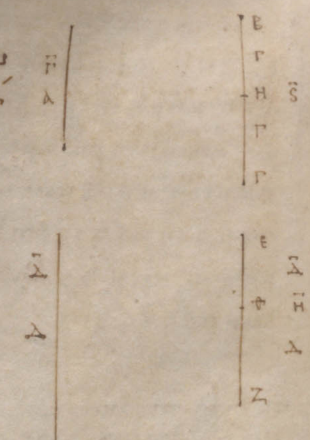
ηὕρηται τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον
[illegible] δοθέντων. [illegible] τρόπον [illegible]
[illegible] τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον
[illegible] δοθέντων. τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον
[illegible]

[illegible] ἀριθμὸς [illegible] ὁ ἐλάσσων τοῦ μεί-
ζονος [illegible] μέρος ἐστὶν ἢ μέρη. ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ
[illegible] ὁ ΒΓ [illegible]
[illegible] ἔστω ἐλάσσων ὁ ΒΓ. λέγω ὅτι ὁ ΒΓ τοῦ Α ἤτοι
μέρος ἐστὶν ἢ μέρη. οἱ Α ΒΓ γὰρ ἤτοι πρῶτοι πρὸς ἀλλή-
λους εἰσὶν ἢ οὔ. ἔστωσαν πρότερον οἱ Α ΒΓ πρῶτοι
πρὸς ἀλλήλους. διαιρεθέντος δὴ τοῦ ΒΓ εἰς τὰς ἐν
αὐτῷ μονάδας ἔσται ἑκάστη μονὰς τῶν ἐν τῷ ΒΓ
μέρος τι τοῦ Α. ὥστε μέρη ἐστὶν ὁ ΒΓ τοῦ Α. μὴ ἔστωσαν
[illegible] πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους. ὁ δὴ ΒΓ τὸν Α ἤ-
τοι μετρεῖ ἢ οὐ μετρεῖ. εἰ μὲν οὖν ὁ ΒΓ τὸν Α μετρεῖ. μέ-
ρος ἐστὶν ὁ ΒΓ τοῦ Α. εἰ δὲ οὔ. εἰλήφθω τῶν Α ΒΓ τὸ
μέγιστον κοινὸν μέτρον ὁ Δ. καὶ διῃρήσθω ὁ ΒΓ εἰς τοὺς
τῷ Δ ἴσους τοὺς ΒΕ ΕΖ ΖΓ. καὶ ἐπεὶ ὁ Δ τὸν Α μετρεῖ. μέ-
ρος ἐστὶν ὁ Δ τοῦ Α. ἴσος δὲ ὁ Δ ἑκάστῳ τῶν ΒΕ ΕΖ ΖΓ.
καὶ ἕκαστος ἄρα τῶν ΒΕ
ΕΖ ΖΓ τοῦ Α μέρος ἐστίν.
ὥστε μέρη ἐστὶν ὁ ΒΓ τοῦ
Α. ἅπας ἄρα ἀριθμὸς
παντὸς ἀριθμοῦ ὁ ἐλάσ-
σων τοῦ μείζονος ἤτοι
μέρος ἐστὶν ἢ μέρη. ὅ-
περ ἔδει δεῖξαι :—

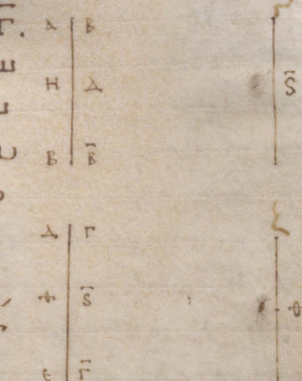


Τὸ ἐκ [illegible] τούτου φανερὸν ὅτι ἐὰν ἀριθμὸς τρεῖς ἀριθμοὺς μετρῇ καὶ τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον μετρήσει.
ὁμοίως δὲ καὶ πλειόνων ἀριθμῶν δοθέντων μὴ πρώτων πρὸς ἀλλήλους τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑ-
ρίσκεται καὶ τὸ πόρισμα προχωρήσει.

ε ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ᾖ καὶ ἕτερος ἑτέρου τὸ
αὐτὸ μέρος. καὶ συναμφότερος συναμφοτέρου τὸ
αὐτὸ μέρος ἔσται ὅπερ ὁ εἷς τοῦ ἑνός. ἀριθμὸς γὰρ
ὁ Α ἀριθμοῦ τοῦ ΒΓ μέρος ἔστω. καὶ ἕτερος ὁ Δ ἑτέ-
ρου τοῦ ΕΖ τὸ αὐτὸ μέρος. ὅπερ ὁ Α τοῦ ΒΓ. λέγω
ὅτι καὶ συναμφότερος ὁ ΑΔ, συναμφοτέρου τοῦ ΒΓ
ΕΖ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶν ὅπερ ὁ Α τοῦ ΒΓ. ἐπεὶ γὰρ ὃ
μέρος ἐστὶν ὁ Α τοῦ ΒΓ. τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Δ τοῦ
ΕΖ. ὅσοι ἄρα εἰσὶν ἐν τῷ ΒΓ ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ Α. το-
σοῦτοι εἰσὶν καὶ ἐν τῷ ΕΖ ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ Δ. διῃ-
ρήσθω ὁ μὲν ΒΓ. εἰς τοὺς τῷ Α ἴσους τοὺς ΒΗ ΗΓ. ὁ
δὲ ΕΖ. εἰς τοὺς τῷ Δ ἴσους τοὺς ΕΘ ΘΖ. ἔσται δὴ ἴσον
τὸ πλῆθος τῶν ΒΗ ΗΓ τῷ πλήθει τῶν ΕΘ ΘΖ. καὶ
ἐπεὶ ἴσος ἐστὶν ὁ μὲν ΒΗ τῷ Α. ὁ δὲ ΕΘ τῷ Δ. ὁ ΒΗ
ἄρα τῷ Α ἴσος ἐστίν. καὶ οἱ ΒΗ ΕΘ τοῖς ΑΔ. διὰ τὰ
αὐτὰ δὴ καὶ ὁ ΗΓ τῷ Α ἴσος ἐστίν. καὶ οἱ ΗΓ ΘΖ τοῖς
ΑΔ. ὅσοι ἄρα εἰσὶν ἐν τῷ ΒΓ ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ Α.
τοσοῦτοι εἰσὶν καὶ ἐν τοῖς ΒΓ ΕΖ ἴσοι τοῖς ΑΔ. ὁσα-
πλασίων ἄρα ἐστὶν ὁ ΒΓ τοῦ Α.
τοσαυταπλασίων ἐστὶ καὶ συναμ-
φότερος ὁ ΒΓ ΕΖ συναμφοτέ-
ρου τοῦ ΑΔ. ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν
ὁ Α τοῦ ΒΓ. τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ
καὶ συναμφότερος ὁ ΑΔ,
συναμφοτέρου τοῦ ΒΓ ΕΖ.
ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

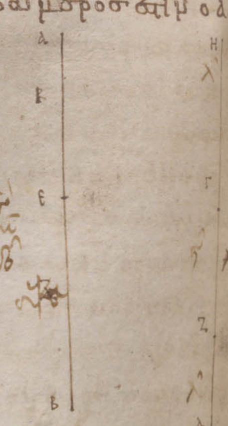


ϛ ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ᾖ καὶ ἕτερος ἑτέρου τὰ αὐτὰ
μέρη ᾖ. καὶ συναμφότερος συναμφοτέρου τὰ αὐτὰ
μέρη ἔσται ἅπερ ὁ εἷς τοῦ ἑνός. ἀριθμὸς γὰρ ὁ ΑΒ
ἀριθμοῦ τοῦ Γ μέρη ἔστω. καὶ ἕτερος ὁ ΔΕ ἑτέρου τοῦ Ζ
τὰ αὐτὰ μέρη ἅπερ ὁ ΑΒ τοῦ Γ. λέγω ὅτι καὶ συναμ-
φότερος ὁ ΑΒ ΔΕ. συναμφοτέρου τοῦ ΓΖ τὰ αὐτὰ
μέρη ἐστὶν ἅπερ ὁ ΑΒ τοῦ Γ. ἐπεὶ γὰρ ἃ μέρη
ἐστὶν ὁ ΑΒ τοῦ Γ. τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ὁ ΔΕ τοῦ Ζ. ὅσα
ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ ΑΒ μέρη τοῦ Γ. τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ ΔΕ
μέρη τοῦ Ζ. διῃρήσθω ὁ μὲν ΑΒ. εἰς τὰ τοῦ Γ μέρη
τὰ ΑΗ ΗΒ. ὁ δὲ ΔΕ. εἰς τὰ τοῦ Ζ μέρη τὰ ΔΘ ΘΕ.
ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΑΗ ΗΒ τῷ πλήθει
τῶν ΔΘ ΘΕ. καὶ ἐπεὶ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΗ τοῦ Γ. τὸ
αὐτὸ μέρος ἐστὶν καὶ ὁ ΔΘ τοῦ Ζ. ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν
ὁ ΑΗ τοῦ Γ. τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ συναμφότερος
ὁ ΑΗ ΔΘ συναμφοτέρου τοῦ ΓΖ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ
καὶ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΗΒ τοῦ Γ.
τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ συναμ-
φότερος ὁ ΗΒ ΘΕ συναμ-
φοτέρου τοῦ ΓΖ. ἃ ἄρα
μέρη ἐστὶν ὁ ΑΒ τοῦ Γ. τὰ
αὐτὰ μέρη ἐστὶν καὶ συναμ-
φότερος ὁ ΑΒ ΔΕ συναμ-
φοτέρου τοῦ ΓΖ. ὅπερ ἔδει
δεῖξαι:-



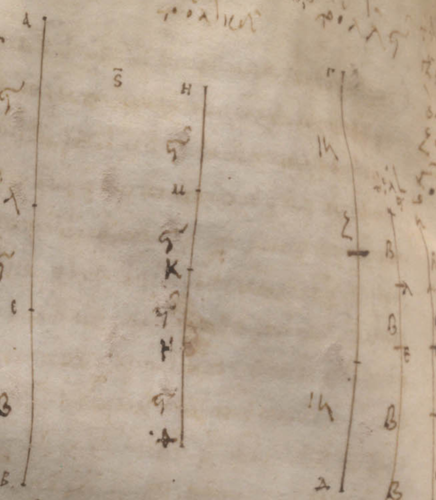
ζ ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ᾖ ὅπερ ἀφαιρεθεὶς

ἀφαιρεθέντος· καὶ ὁ λοιπὸς τοῦ λοιποῦ τὸ αὐτὸ μέρος
ἔσται ὅπερ ὁ ὅλος τοῦ ὅλου· ἀριθμὸς γὰρ ὁ ΑΒ
τοῦ ΓΔ μέρος ἔστω, ὅπερ ἀφαιρεθεὶς ὁ ΑΕ ἀφαι-
ρεθέντος τοῦ ΓΖ· λέγω ὅτι καὶ λοιπὸς ὁ ΕΒ λοιποῦ
τοῦ ΖΔ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστίν, ὅπερ ὅλος ὁ ΑΒ ὅλου τοῦ
ΓΔ. ὃ γὰρ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΕ τοῦ ΓΖ, τὸ αὐτὸ μέρος
ἔστω καὶ ὁ ΕΒ τοῦ ΓΗ· καὶ ἐπεὶ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΕ τοῦ ΓΖ,
τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΕΒ τοῦ ΗΓ· ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν
ὁ ΑΕ τοῦ ΓΖ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΑΒ τοῦ ΗΖ· ὃ δὲ
μέρος ἐστὶν ὁ ΑΕ τοῦ ΓΖ, τὸ αὐτὸ μέρος ὑπόκειται
καὶ ὁ ΑΒ τοῦ ΓΔ· ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν καὶ ὁ ΑΒ τοῦ ΗΖ,
τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΑΒ τοῦ ΓΔ· ὁ ΑΒ ἄρα ἑκατέ-
ρου τῶν ΗΖ, ΓΔ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστίν· ἴσος ἄρα ἐστὶν
ὁ ΗΖ τῷ ΓΔ. κοινὸς ἀφῃρήσθω ὁ ΓΖ· λοιπὸς
ἄρα ὁ ΗΓ λοιπῷ τῷ ΖΔ ἐστὶν ἴσος. καὶ ἐπεὶ ὃ μέ-
ρος ἐστὶν ὁ ΑΕ τοῦ ΓΖ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΕΒ τοῦ
ΗΓ· ἴσος δὲ ὁ ΗΓ τῷ ΖΔ· ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ ΑΕ
τοῦ ΓΖ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΕΒ
τοῦ ΖΔ· ἀλλ' ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΕ
τοῦ ΓΖ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΑΒ
τοῦ ΓΔ· ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ ΕΒ
τοῦ ΖΔ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΑΒ
τοῦ ΓΔ· καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ ΕΒ λοι-
ποῦ τοῦ ΖΔ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστίν·
ὅπερ ὅλος ὁ ΑΒ ὅλου τοῦ ΓΔ· ὅ-
περ ἔδει δεῖξαι.



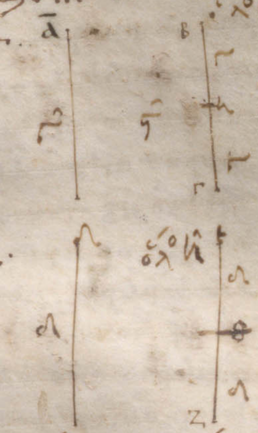
η Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ᾖ, ἅπερ ἀφαιρεθεὶς ἀφαι-
ρεθέντος, καὶ ὁ λοιπὸς τοῦ λοιποῦ ταὐτὰ μέρη ἔσται
ἅπερ ὁ ὅλος τοῦ ὅλου· ἀριθμὸς γὰρ ὁ ΑΒ ἀριθμοῦ
τοῦ ΓΔ μέρη ἔστω, ἅπερ ἀφαιρεθεὶς ὁ ΑΕ ἀφαιρε-
θέντος τοῦ ΓΖ· λέγω ὅτι καὶ λοιπὸς ὁ ΕΒ λοιποῦ
τοῦ ΖΔ ταὐτὰ μέρη ἐστὶν ἅπερ ὅλος ὁ ΑΒ ὅλου
τοῦ ΓΔ. κείσθω γὰρ τῷ ΑΒ ἴσος ὁ ΗΘ· ἃ ἄρα μέ-
ρη ἐστὶν ὁ ΗΘ τοῦ ΓΔ, ταὐτὰ μέρη ἐστὶ καὶ ὁ ΑΕ τοῦ
ΓΖ· διῃρήσθω ὁ μὲν ΗΘ εἰς τὰ τοῦ ΓΔ μέρη τὰ ΗΚ,
ΚΘ· ὁ δὲ ΑΕ εἰς τὰ τοῦ ΓΖ μέρη τὰ ΑΛ, ΛΕ· ἔσται δὴ
ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΗΚ, ΚΘ τῷ πλήθει τῶν ΑΛ, ΛΕ·
καὶ ἐπεὶ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΗΚ τοῦ ΓΔ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ
καὶ ὁ ΑΛ τοῦ ΓΖ· μείζων δὲ ὁ ΓΔ τοῦ ΓΖ· μείζων ἄρα
καὶ ὁ ΗΚ τοῦ ΑΛ· κείσθω τῷ ΑΛ ἴσος ὁ ΗΜ· ὃ ἄρα
μέρος ἐστὶν ὁ ΗΚ τοῦ ΓΔ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ
ὁ ΗΜ τοῦ ΓΖ· καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ ΜΚ λοιποῦ τοῦ ΖΔ
τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶν ὅπερ ὅλος ὁ ΗΚ ὅλου τοῦ ΓΔ·
πάλιν ἐπεὶ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΚΘ τοῦ ΓΔ, τὸ αὐτὸ μέ-
ρος ἐστὶ καὶ ὁ ΕΛ τοῦ ΓΖ· μείζων δὲ ὁ ΓΔ τοῦ ΓΖ· μεί-
ζων ἄρα καὶ ὁ ΘΚ τοῦ ΕΛ· κείσθω τῷ ΕΛ ἴσος ὁ ΚΝ·
ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ ΚΘ τοῦ ΓΔ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ
καὶ ὁ ΚΝ τοῦ ΓΖ· καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ ΝΘ λοιποῦ τοῦ
ΖΔ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστίν, ὅπερ ὅλος ὁ ΚΘ ὅλου τοῦ ΓΔ·
ἐδείχθη δὲ καὶ ὁ λοιπὸς ὁ ΜΚ λοιποῦ τοῦ ΖΔ τὸ αὐ-
τὸ μέρος ὤν, ὅπερ ὅλος ὁ ΗΚ ὅλου τοῦ ΓΔ· καὶ
συναμφότερος ἄρα ὁ ΜΚ, ΝΘ τοῦ ΔΖ τὰ αὐτὰ

μέρη ἐστίν. ἅπερ ὅλος
ὁ ΘΗ ὅλου τοῦ ΔΓ. ἴ-
σος δὲ ὁ συναμφότε-
ρος μὲν ὁ ΛΚ ΚΘ τῷ
ΕΒ. ὁ δὲ ΘΗ τῷ ΒΔ.
καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ ΕΒ
λοιποῦ τοῦ ΖΔ τὰ
αὐτὰ μέρη ἐστὶν ἅ-
περ ὅλος ὁ ΑΒ ὅλου
τοῦ ΓΔ. ὅπερ ἔδει
δεῖξαι:
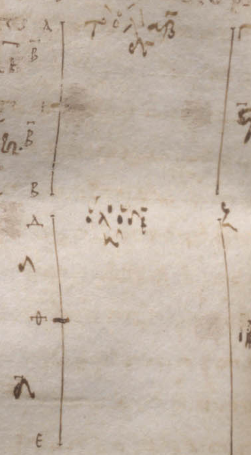


θ Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου
τὸ αὐτὸ μέρος, καὶ ἐναλλάξ, ὃ μέρος ἐστὶν ἢ μέρη ὁ
πρῶτος τοῦ τρίτου, τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται ἢ τὰ αὐτὰ
μέρη καὶ ὁ δεύτερος τοῦ τετάρτου. ἀριθμὸς γὰρ ὁ Α
ἀριθμοῦ τοῦ ΒΓ μέρος ἔστω. καὶ ἕτερος ὁ Δ ἑτέρου τοῦ
ΕΖ τὸ αὐτὸ μέρος ὅπερ ὁ Α τοῦ ΒΓ. ἐλάττων δὲ
ἔστω ὁ Α τοῦ Δ. λέγω ὅτι καὶ ἐναλλάξ, ὃ μέρος ἐστὶν
ὁ Α τοῦ Δ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΒΓ τοῦ ΕΖ
ἢ μέρη. ἐπεὶ γὰρ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ Α τοῦ ΒΓ, τὸ αὐ-
τὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Δ τοῦ ΕΖ. ὅσοι ἄρα εἰσὶν ἐν τῷ
ΒΓ ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ Α, τοσοῦτοί εἰσι καὶ ἐν τῷ ΕΖ
ἴσοι τῷ Δ. διῃρήσθω ὁ μὲν ΒΓ εἰς τοὺς τῷ Α ἴσους
τοὺς ΒΗ ΗΓ. ὁ δὲ ΕΖ εἰς τοὺς τῷ Δ ἴσους τοὺς ΕΘ
ΘΖ. ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΒΗ ΗΓ τῷ
πλήθει τῶν ΕΘ ΘΖ. καὶ ἐπεὶ ἴσοι εἰσὶν οἱ ΒΗ ΗΓ

ἀριθμοὶ ἀλλήλοις. εἰσὶ δὲ καὶ οἱ ΕΘ ΘΖ ἀριθμοὶ ἴσοι ἀλ-
λήλοις. καὶ ἐστὶν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΒΗ ΗΓ τῷ
πλήθει τῶν ΕΘ ΘΖ. ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ ΒΗ τοῦ
ΕΘ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΗΓ τοῦ ΘΖ ἢ τὰ
αὐτὰ μέρη. ὥστε καὶ ὃ μέρος
ἐστὶν ὁ ΒΗ τοῦ ΕΘ ἢ μέρη, τὸ αὐ-
τὸ μέρος ἐστὶ καὶ συναμφότε-
ρος ὁ ΒΓ συναμφοτέρου τοῦ
ΕΖ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη. ἴσος δὲ
ὁ μὲν ΒΗ τῷ Α. ὁ δὲ ΕΘ τῷ Δ.
ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ Α τοῦ Δ
ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ
ὁ ΒΓ τοῦ ΕΖ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη.
ὅπερ ἔδει δεῖξαι:



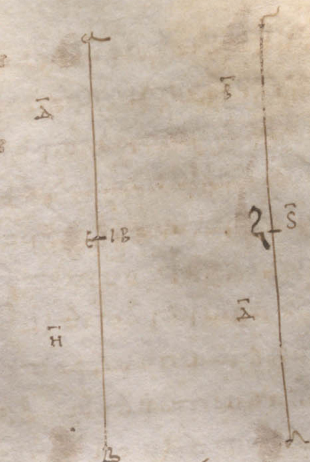
ι Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου τὰ
αὐτὰ μέρη, καὶ ἐναλλὰξ ἃ μέρη ἐστὶν ὁ πρῶτος
τοῦ τρίτου ἢ μέρος, τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται καὶ ὁ δεύ-
τερος τοῦ τετάρτου ἢ τὸ αὐτὸ μέρος. ἀριθμὸς
γὰρ ὁ ΑΒ ἀριθμοῦ τοῦ Γ μέρη ἔστω. καὶ ἕτερος ὁ ΔΕ
ἑτέρου τοῦ Ζ τὰ αὐτὰ μέρη. ἐλάττων δὲ ἔστω ὁ
ΑΒ τοῦ ΔΕ. λέγω ὅτι καὶ ἐναλλὰξ ἃ μέρη ἐστὶν ὁ
ΑΒ τοῦ ΔΕ ἢ μέρος, τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ Ζ
ἢ τὸ αὐτὸ μέρος. ἐπεὶ γὰρ ἃ μέρη ἐστὶν ὁ ΑΒ τοῦ Γ,
τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶ καὶ ὁ ΔΕ τοῦ Ζ. ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν
τῷ ΑΒ μέρη τοῦ Γ, τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ ΔΕ μέρη
τοῦ Ζ. διῃρήσθω ὁ μὲν ΑΒ εἰς τὰ τοῦ Γ μέρη τὰ

ΑΗ ΗΒ, ὁ δὲ ΔΕ εἰς τὰ τοῦ Ζ μέρη τὰ ΔΘ ΘΕ· ἔσται δὴ
ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΑΗ ΗΒ τῷ πλήθει τῶν ΔΘ ΘΕ.
καὶ ἐπεὶ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΗ τοῦ Γ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ
ὁ ΔΘ τοῦ Ζ, ἐναλλὰξ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΗ τοῦ ΔΘ ἢ
μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ Ζ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη·
διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΗΒ τοῦ ΘΕ ἢ μέρη,
τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ Ζ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη· ὥστε
καὶ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΗ τοῦ ΔΘ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέ-
ρος ἐστὶ καὶ ὁ ΗΒ τοῦ ΘΕ ἢ τὰ αὐτὰ
μέρη· καὶ ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ ΑΗ
τοῦ ΔΘ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος
ἐστὶ καὶ ὁ ΑΒ τοῦ ΔΕ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη·
ἀλλ' ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΗ τοῦ ΔΘ ἢ
μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐδείχθη
καὶ ὁ Γ τοῦ Ζ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη·
καὶ ἃ ἄρα μέρη ἐστὶν ὁ ΑΒ τοῦ
ΔΕ ἢ μέρος, τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶ
καὶ ὁ Γ τοῦ Ζ ἢ τὸ αὐτὸ μέρος·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

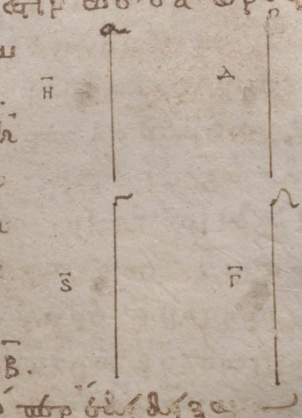


ια Ἐὰν ᾖ ὡς ὅλος πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθεὶς πρὸς
ἀφαιρεθέντα, καὶ οἱ λοιποὶ πρὸς τοὺς λοιποὺς ἔσονται ὡς
ὅλος πρὸς ὅλον. ἔστω ὡς ὅλος ὁ ΑΒ πρὸς ὅλον
τὸν ΓΔ, οὕτως ἀφαιρεθεὶς ὁ ΑΕ πρὸς ἀφαιρε-
θέντα τὸν ΓΖ· λέγω ὅτι καὶ λοιπὸς ὁ ΕΒ πρὸς
λοιπὸν τὸν ΖΔ ἐστὶν ὡς ὅλος ὁ ΑΒ πρὸς ὅλον τὸν
ΓΔ. ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ ΑΒ πρὸς τὸν ΓΔ, οὕτως ὁ ΑΕ

πρὸς τὸν ΓΖ, ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν
ὁ ΑΒ τοῦ ΓΔ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ
μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΑΕ τοῦ ΓΖ ἢ τὰ
αὐτὰ μέρη· καὶ λοιπὸς ἄρα
ὁ ΕΒ λοιποῦ τοῦ ΖΔ τὸ αὐτὸ
μέρος ἐστὶν ἢ μέρη· ὥστε
ὁ ΑΒ τοῦ ΓΔ ἐστὶν ἄρα ὡς
ὁ ΕΒ πρὸς ΖΔ, οὕτως ὁ
ΑΒ πρὸς ὅλον ΓΔ· ὅπερ ἔδει
δεῖξαι.

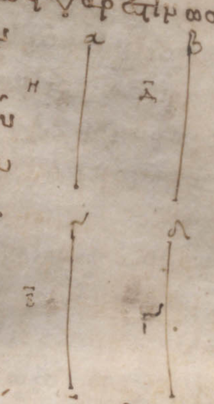


ιβ Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον, ἔσται ὡς
εἷς τῶν ἡγουμένων πρὸς ἕνα τῶν ἑπομένων, οὕ-
τως ἅπαντες οἱ ἡγούμενοι πρὸς ἅπαντας τοὺς
ἑπομένους. ἔστωσαν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλο-
γον οἱ Α Β Γ Δ, ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς
τὸν Δ· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως οἱ
Α Γ πρὸς τοὺς Β Δ. ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β,
οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, ὁ Α ἄρα
μέρος ἐστὶν ὁ Α τοῦ Β ἢ μέρη,
τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ Δ ἢ
μέρη· καὶ συναμφότερος ἄ-
ρα ὁ ΑΓ συναμφοτέρου τοῦ
ΒΔ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶν ἢ τὰ
αὐτὰ μέρη, ὅπερ ὁ Α τοῦ Β·
ἐστὶν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β,
οὕτως οἱ ΑΓ πρὸς τοὺς ΒΔ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.
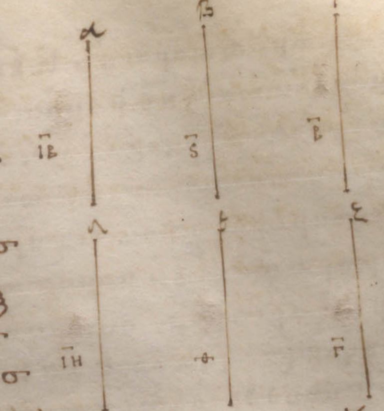


130

ιγ Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, καὶ ἐναλλὰξ ἀνά-
λογον ἔσονται. ἔστωσαν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον
οἱ α β γ δ· ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ γ πρὸς τὸν δ·
λέγω ὅτι καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσονται· ὡς ὁ α πρὸς
τὸν γ, οὕτως ὁ β πρὸς τὸν δ. ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ὁ
α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ γ πρὸς τὸν
δ· ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ α τοῦ β ἢ
μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ γ τοῦ
δ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη· ἐναλλὰξ ἄρα
ὃ μέρος ἐστὶν ὁ α τοῦ γ ἢ μέρη,
τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ β τοῦ δ ἢ
τὰ αὐτὰ μέρη· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ α
πρὸς τὸν γ, οὕτως ὁ β πρὸς τὸν
δ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–



ιδ Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ
πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενοι καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ,
καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται. ἔστωσαν ὁπο-
σοιοῦν ἀριθμοὶ οἱ α β γ, καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆ-
θος σύνδυο λαμβανόμενοι ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ οἱ
δ ε ζ· ὡς μὲν ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ δ πρὸς τὸν ε·
ὡς δὲ ὁ β πρὸς τὸν γ, οὕτως ὁ ε πρὸς τὸν ζ· λέγω
ὅτι καὶ δι' ἴσου ἐστὶν ὡς ὁ α πρὸς τὸν γ, οὕτως ὁ δ
πρὸς τὸν ζ. ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως
ὁ δ πρὸς τὸν ε· ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ α πρὸς τὸν
δ, οὕτως ὁ β πρὸς τὸν ε. πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ
β πρὸς τὸν γ, οὕτως ὁ ε πρὸς τὸν ζ· ἐναλλὰξ ἄρα
ἐστὶν ὡς ὁ β πρὸς τὸν ε, οὕ-
τως ὁ γ πρὸς τὸν ζ· ὡς
δὲ ὁ β πρὸς τὸν ε, οὕτως
ὁ α πρὸς τὸν δ· καὶ ὡς
ἄρα ὁ α πρὸς τὸν δ, οὕτως
ὁ γ πρὸς τὸν ζ· ἐναλλὰξ
ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ α πρὸς
τὸν γ, οὕτως ὁ δ πρὸς
τὸν ζ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–



ιε Ἐὰν μονὰς ἀριθμόν τινα μετρῇ, ἰσάκις δὲ ἕτερος
ἀριθμὸς ἄλλον τινὰ ἀριθμὸν μετρῇ, καὶ ἐναλλὰξ ἰσά-
κις ἡ μονὰς τὸν τρίτον μετρήσει καὶ ὁ δεύτερος τὸν
τέταρτον. μονὰς γὰρ ἡ α ἀριθμόν τινα τὸν βγ
μετρείτω, ἰσάκις δὲ ἕτερος ἀριθμὸς ὁ δ ἄλλον τινὰ
ἀριθμὸν τὸν εζ μετρείτω· λέγω ὅτι καὶ ἐναλλὰξ ἰ-
σάκις ἡ α μονὰς τὸν δ ἀριθμὸν μετρεῖ, καὶ ὁ βγ
τὸν εζ. ἐπεὶ γὰρ ἰσάκις ἡ α μονὰς τὸν βγ ἀριθμὸν
μετρεῖ, καὶ ὁ δ τὸν εζ, ὅσαι ἄρα εἰσὶν ἐν τῷ βγ μο-
νάδες, τοσοῦτοί εἰσι καὶ ἐν τῷ εζ ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ
δ. διῃρήσθω ὁ μὲν βγ εἰς τὰς ἐν ἑαυτῷ μονά-
δας τὰς βη ηθ θγ· ὁ δὲ εζ εἰς τοὺς τῷ δ ἴσους
τοὺς εκ κλ λζ· ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν βη
ηθ θγ τῷ πλήθει τῶν εκ κλ λζ· καὶ ἐπεὶ ἴσαι εἰσὶν
αἱ βη ηθ θγ μονάδες ἀλλήλαις, εἰσὶ δὲ καὶ οἱ εκ κλ
λζ ἀριθμοὶ ἴσοι ἀλλήλοις, καὶ ἔστιν ἴσον τὸ πλῆθος
τῶν βη ηθ θγ μονάδων τῷ πλήθει τῶν εκ κλ λζ